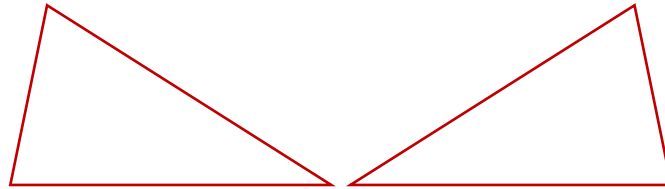


לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח 5" ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

כיתה ח - יחידה 15 - חפיפת משולשים

נושא זה נלמד ברמה בסיסית בכיתה ז', כעת נרחיב ונתמודד עם שאלות מתקדמות, לנושא יש חשיבות גדולה, כיוון שבעזרתו נוכל להוכיח תכונות ומשפטים רבים

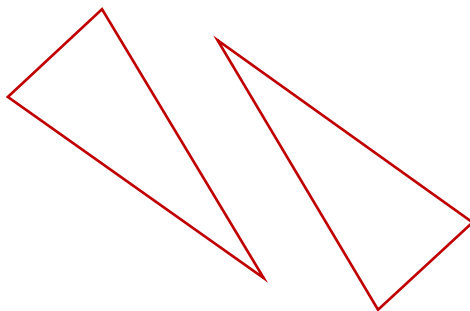
הגדרה: במשולשים חופפים שווים בהתאמה כל הזוויות וכל הצלעות.



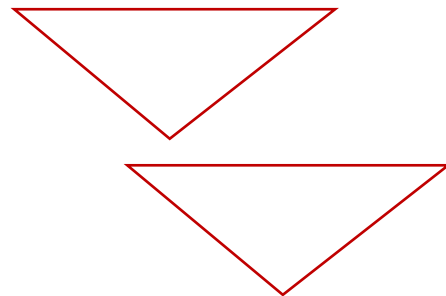
הגדרה אינטואיטיבית - אם ניקח שני משולשים ונשים אחד על השני, המשולשים יכסו אחד את השני בצורה מושלמת.

דוגמאות נוספות למשולשים חופפים

דוגמה 2



דוגמה 1



כעת ננסה לקבוע כללים (משפטים) שיגדירו לנו שמשולשים הם חופפים

בעת ניסיון לקבוע האם משולשים הם חופפים אנו ננסה לעשות זאת בעזרת **מספר תנאים מינימאלי**, המספיקים לקבוע שהמשולשים הם חופפים.

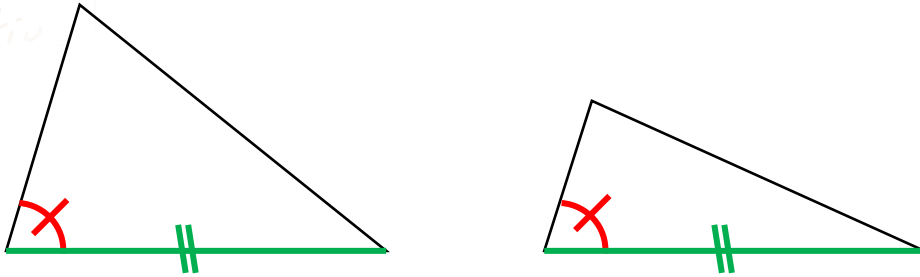
*תזכורת! כאשר נרצה להפריך משפט, דיי במקרה אחד שאינו מתאים למשפט. לעומת זאת על מנת להוכיח שמשפט הוא נכון, יש להוכיח אותו לכל המקרים.

כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

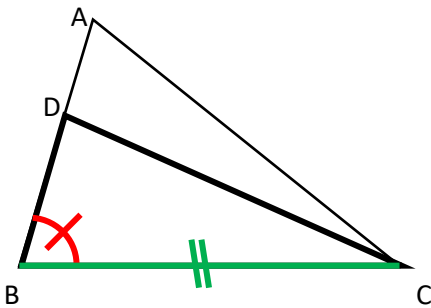
© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 1

דוגמה 1 - ננסה לקבוע:

האם שני משולשים שיש להם **זווית אחת שווה וצלע אחת שווה** הם משולשים חופפים?



באיור ניתן לראות שני משולשים בעלי צלע השווה באורכה וזווית השווה בגודלה אך אינם משולשים חופפים.

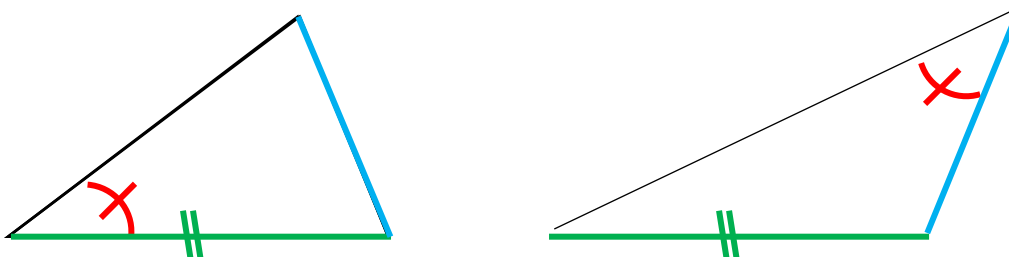


כאשר אנחנו נשים משולש אחד על השני אפשר לראות שצלע BC היא צלע משותפת וזווית B היא זווית משותפת, אך השאר הצלעות והזוויות אינם שווים.

לכן נוכל לומר ששני משולשים שווים בצלע וזווית אחת אינם בהכרח משולשים חופפים.

דוגמה 2 ננסה לקבוע:

האם שני משולשים שיש להם **זווית אחת שווה ושני צלעות שוות** הם משולשים חופפים?



באיור ניתן לראות שני משולשים בעלי שתי צלעות שוות באורכן וזווית אחת השווה באורכה אך אינם משולשים חופפים.

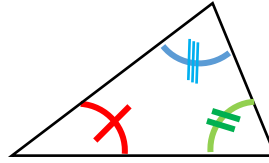
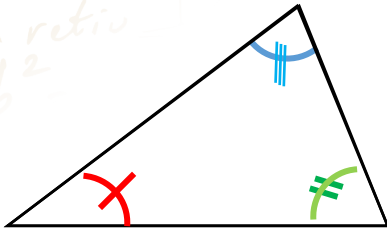
כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 2

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

דוגמה 3 - ננסה לקבוע

האם שני משולשים שכל זוויתם שוות הם משולשים חופפים?



באיור ניתן לראות שהמשולשים הם בעלי אותן זוויות אך אינם חופפים ולכן משולשים בעלי זוויות שוות, הם אינם בהכרח חופפים

בדוגמאות ראינו שגם במקרים שבהם 2-3 מתנאים לכך שמשולשים חופפים מתקיים, אינם זה בהכרח הוכחה לכך המשולשים חופפים.

כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 3

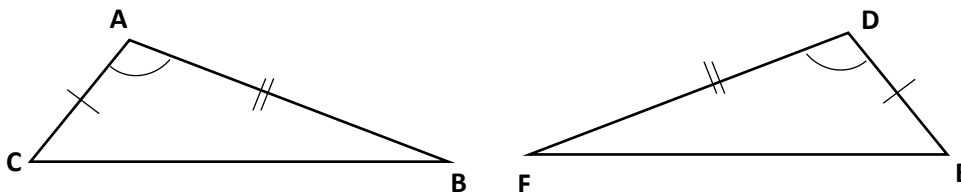
לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסנך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

משפטי חפיפה

כעת נכיר 3 משפטי חפיפה, בעלי 3 תנאים המספיקים לקבוע, שמשולשים הם חופפים.

(משפט ראשון) - משפט חפיפה צ.ז.צ.

משולשים שבהם שווים בהתאמה שתי אורכי צלעות ובזווית שביניהן אז המשולשים חופפים



אם:

$$AC = DE \quad \sphericalangle D = \sphericalangle A \quad AB = DF$$

אז:

$$\triangle ABC \cong \triangle DFE$$

(משפט שני) - משפט חפיפה ז.ז.ז.

שני משולשים השווים זה לזה בשתי זוויות ובאורך הצלע שביניהן



אם:

$$\sphericalangle A = \sphericalangle D \quad AB = DE \quad \sphericalangle B = \sphericalangle E$$

אז:

$$\triangle ABC \cong \triangle DFE$$

*חשוב לציין שאם יש במשולשים 2 זוויות שוות בהתאמה אז הזוויות השלישיות גם שווה מכיוון שמשלימות ל-180 מעלות

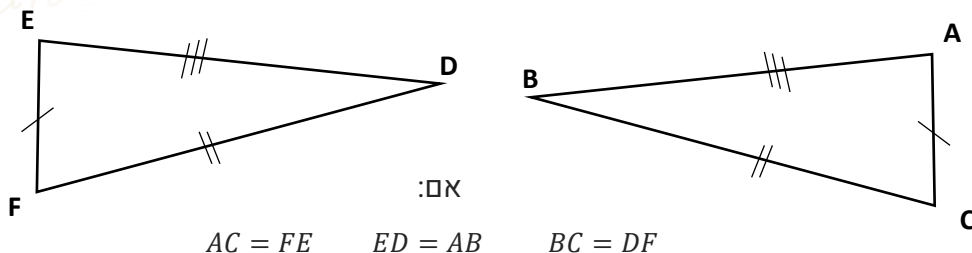
כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 4

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסגך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

משפט חפיפה צ.צ.צ.

שני משולשים השווים זה לזה באורכי צלעותיהם הם חופפים



:א.א

$AC = FE \quad ED = AB \quad BC = DF$

:א.ז

$\Delta ABC \cong \Delta EDF$

סיכום

מס'	משפט	תנאים
1	צ.ז.צ	משולשים שבהם שווים בהתאמה שתי אורכי צלעות ובזווית שביניהן אז המשולשים חופפים
2	ז.צ.ז	משולשים השווים זה לזה בשתי זוויות ובאורך הצלע שביניהן
3	צ.צ.צ	משולשים השווים זה לזה באורכי צלעותיהם הם חופפים

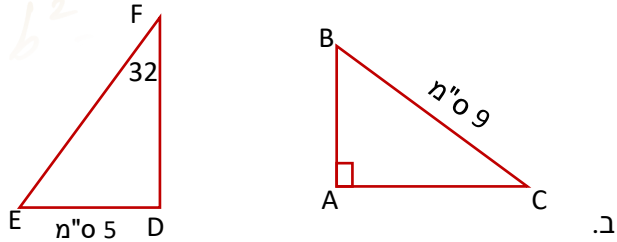
כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 5

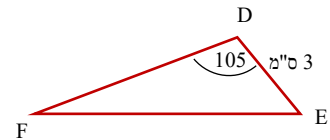
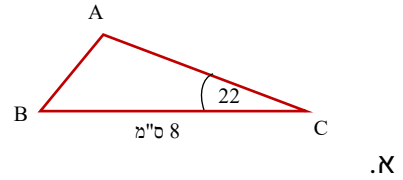
לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב5 יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסגך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ג.א.רד

חפיפת משולשים בסיס - תרגול

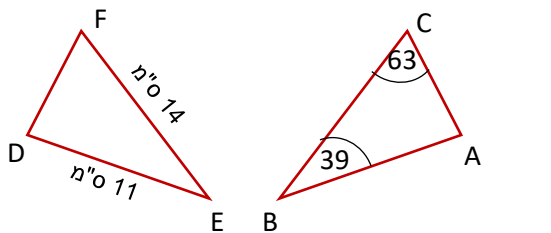
1. בסעיפים הבאים נתונים 2 משולשים חופפים ($\Delta ABC \cong \Delta DEF$), השלימו את החסר



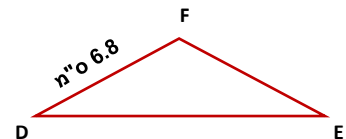
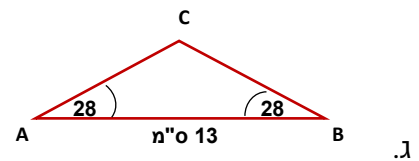
- i. FE = _____
- ii. AB = _____
- iii. $\sphericalangle C =$ _____
- iv. $\sphericalangle D =$ _____
- v. $\sphericalangle E =$ _____



- i. FE = _____
- ii. AB = _____
- iii. $\sphericalangle A =$ _____
- iv. $\sphericalangle F =$ _____
- v. $\sphericalangle E =$ _____



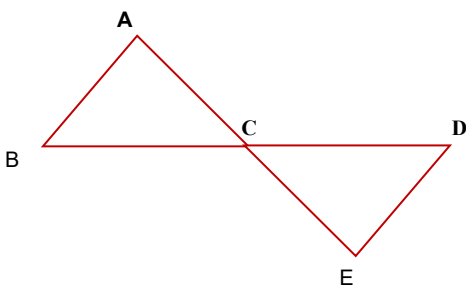
- i. BC = _____
- ii. AB = _____
- iii. $\sphericalangle E =$ _____
- iv. $\sphericalangle F =$ _____
- v. $\sphericalangle D =$ _____



- i. AC = _____
- ii. DE = _____
- iii. $\sphericalangle C =$ _____
- iv. $\sphericalangle D =$ _____
- v. $\sphericalangle E =$ _____

2. משולשים ABC ו-EDC חופפים זה לזה.

נתון: BC = CD



א. איזו צלע במשולש EDC שווה לצלע AC?

ב. האם זווית A שווה לזווית E או לזווית D? נמקן.

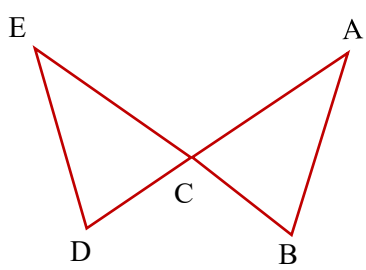
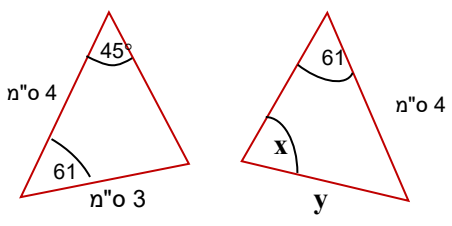
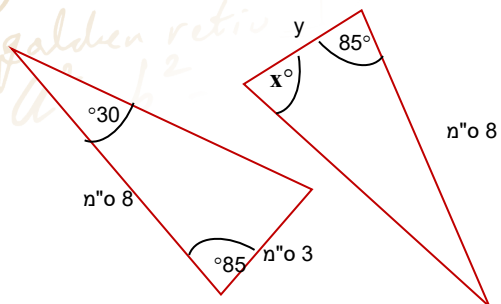
כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 6

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב5 יח"ל

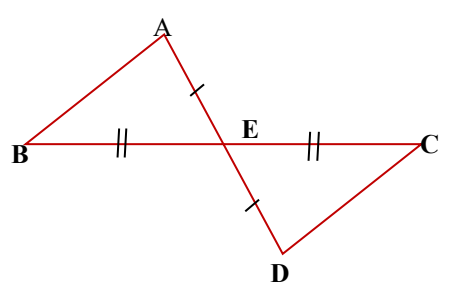
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסנך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד

3. המשולשים בשרטוט הם משולשים חופפים. חלק מהמידות רשומות על גבי השרטוט. מצאו את ערכם של x ו- y בכל אחד מזוגות המשולשים הסמוכים זה לזה?

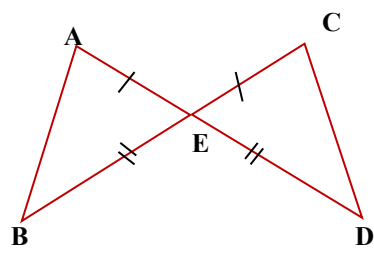


4. נתון $\Delta ABC \cong \Delta EDC$, בכל סעיף קבעו נכון או לא נכון
- א. $BC = CD$
 - ב. $\angle ACB = \angle EDC$
 - ג. $EC = AB$
 - ד. $\angle ABC = \angle EDC$

5. לפניכם שני שרטוטים. הנתונים כתובים מתחת לשרטוטים. באיזה מהשרטוטים אפשר להסיק כי $\angle B = \angle D$? נמקו.



ii. נתון: $BE = CE, AE = DE$



i. נתון: $BE = DE, AE = CE$

כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 7

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות 5 יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסנך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

6. בסעיפים הבאים קבעו על פי הנתונים האם ניתן לקבוע בוודאות שמשולשים חופפים, נמקו בעזרת אחד אחד מ-3 המשפטים

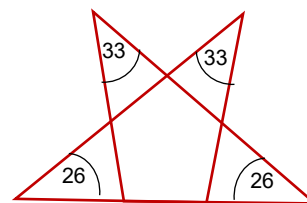
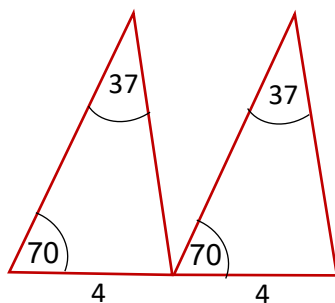
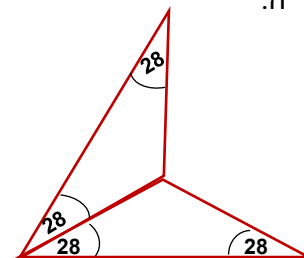
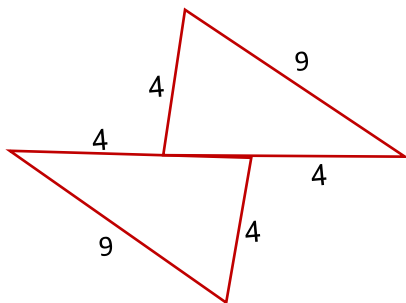
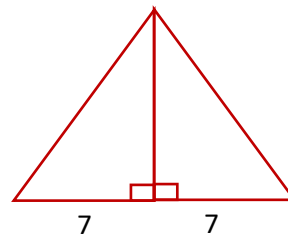
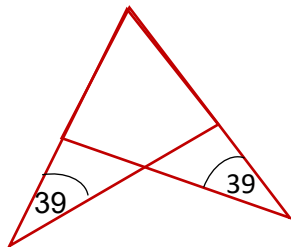
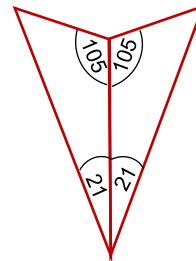
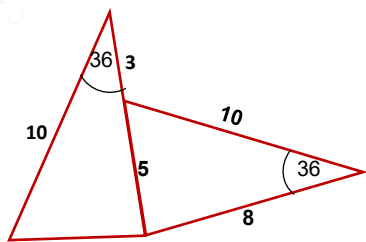
<p>ב.</p>	<p>א.</p>
<p>ד.</p>	<p>ג.</p>
<p>ז.</p>	<p>ה.</p>
<p>ח.</p>	<p>ו.</p>

כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

8 © כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות 5 יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסנך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

7. בסעיפים הבאים קבעו על פי הנתונים האם ניתן לקבוע בוודאות שמשולשים חופפים, נמקו בעזרת אחד אחד מ-3 המשפטים



כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 9

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב5 יח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסנך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

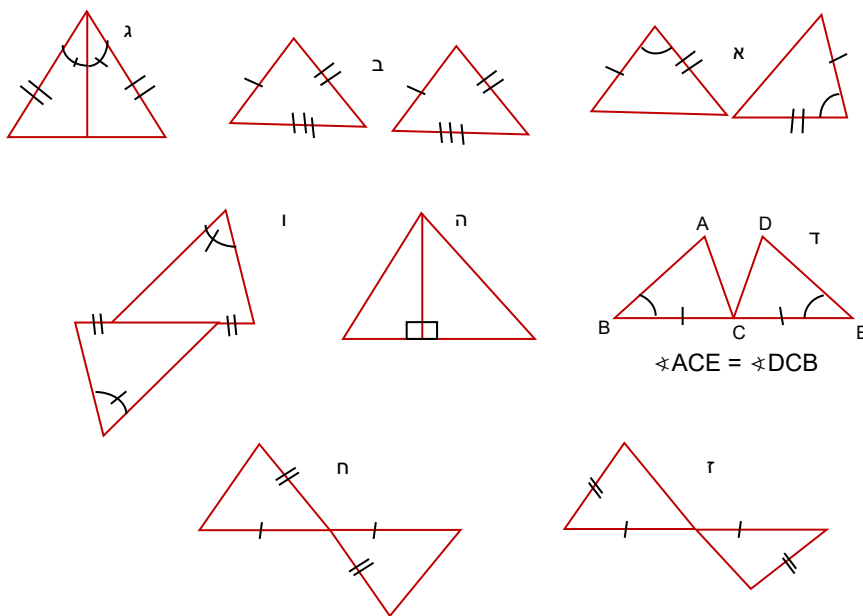
8. ענו על הסעיפים הבאים:

- א. ציירו שני משולשים בעלי שתי זוויות שוות וצלע אחת שווה באורכה שאינם חופפים, האם הצלחתם? מה מסקנתכם?
- ב. ציירו שני משולשים שווים בזווית אחת ושיש להם שתי צלעות שוות שאינם חופפים, האם הצלחתם? מה מסקנתכם?

9. ענו על הסעיפים הבאים

- א. נתונות שתי צלעות. האם ניתן לבנות שני משולשים שאינם חופפים שלהם שתי צלעות אלה? נמקו.
- ב. האם ניתן לבנות שני משולשים שאינם חופפים שלהם שלוש הזוויות שוות? נמקו
- ג. נתונים שני משולשים ולהם שתי צלעות שוות וזווית שווה. האם יתכן ששני המשולשים אינם חופפים?
- ד. נתונים שני משולשים בעלי שתי זוויות שוות וצלע אחת שווה. האם ניתן יתכן ששני המשולשים אינם חופפים? נמקו

10. נתונים זוגות של משולשים. קבעו באילו מהזוגות המשולשים חופפים ולפי איזה משפט (צלעות וזוויות שוות מסומנים באיור).



כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 10

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

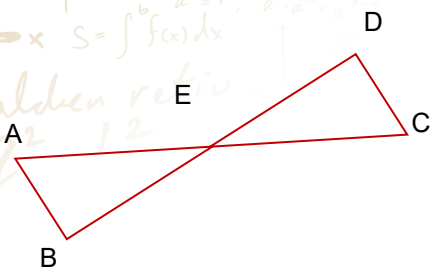
11. באיור הבא נתון כי: $DC \parallel AB$,

האם ניתן להגיד שמשולשים CDE ו-ABE חופפים?

- אם כן נמקו ע"פ איזה משפט

- אם לא הציעו נתון נוסף על מנת שנוכל לקבוע

שהם חופפים

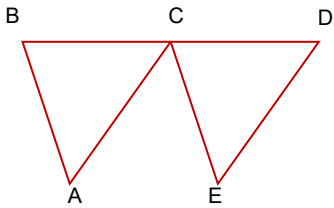


12. נתונים שני משולשים: ABC ו-ECD.

ידוע: $AB \parallel EC$, $ED \parallel AC$, C אמצע הקטע BD.

האם ניתן להגיד שהמשולשים הנתונים חופפים אם כן,

ע"פ איזה משפט



כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 11

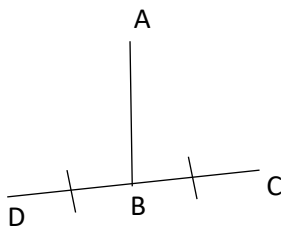
לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסנך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

נימוקים שימושים - לבניית הוכחה

1. משפט חפיפה ראשון - $\alpha - \alpha - \alpha$
2. משפט חפיפה שני - $\alpha - \alpha - \alpha$
3. משפט חפיפה שלישי - $\alpha - \alpha - \alpha$
4. משפט חפיפה רביעי - $\alpha - \alpha - \alpha$
5. צלעות/זוויות מתאימות במשולשים חופפים
6. זוויות מתאימות/מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות.
7. סכום זוויות חד צדדיות בין ישרים מקבילים שווה ל-180 מעלות.
8. זוויות קודקודיות בין ישרים שוות.
9. זווית חיצונית למשולש שווה לסכום הזוויות הפנימיות שלא צמודות לה.
10. סכום זוויות צמודות שווה ל-180 מעלות.
11. זוויות צמודות לזוויות שוות, שוות בעצמן.
12. סכום מעלות במשולש שווה ל-180 מעלות.
13. כלל המעבר.
14. חיבור/חיסור קטעים שווים לקטעים שווים
15. חיבור/חיסור זוויות שוות לזוויות שוות
16. השלם שווה לסכום חלקיו

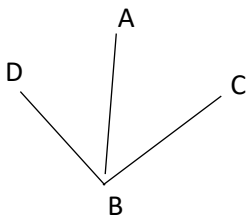
טיפים לכתיבה פשוטה

1. אם נתון שקטע מסוים הוא תיכון אז ניתן לכתוב בטענה שהקטע הוא חוצה לשני חלקים ששוים למחצית הצלע. דוגמה: נתון שהקטע AB הוא תיכון לצלע CD



נימוק	טענה
נתון	$BC = BD = \frac{1}{2} DC$

2. אם נתון שקטע מסוים הוא חוצה זווית אז ניתן לכתוב בטענה שהזווית שהוא חוצה לשני חלקים ששוים למחצית הזווית. דוגמה: נתון שהקטע AB הוא תיכון לצלע CD



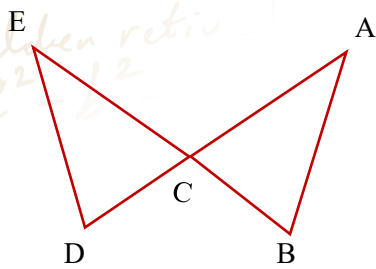
נימוק	טענה
נתון	$\angle ABD = \angle ABC = \frac{1}{2} \angle DBC$

כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 12

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסגך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ג.א.רד

חפיפת משולשים - צלע, זווית, צלע



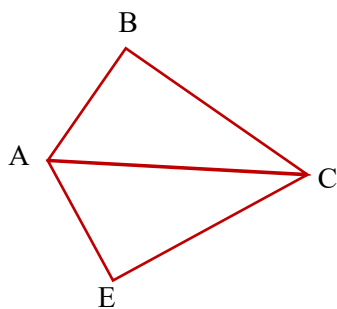
13. נקודה C נמצאת על הקטעים AD ו-BE כך ש:

$BC = CD$ ו- $AC = EC$

א. הוכיחו: $\Delta ABC \cong \Delta EDC$

ב. הוכיחו $ED = AB$

נימוק	טענה	
נתון		1
נתון		2
זוויות קודקודיות בין ישרים שוות		3
משפט חפיפה ראשון - צ - ז - צ (לפי 1,2,3)	$\Delta ABC \cong \Delta EDC$	4
צלעות מתאימות שוות במשולשים חופפים		5



14. נתון במרובע ABCD.

$AB = AE$ ו- $\sphericalangle BAC = \sphericalangle EAC$

א. הוכיחו: $\Delta ABC \cong \Delta AEC$

ב. הוכיחו: $BC = EC$

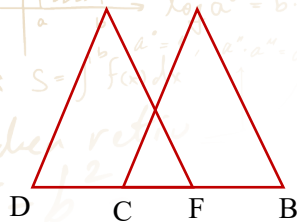
נימוק	טענה
	$AB = AE$
	$\sphericalangle BAC = \sphericalangle EAC$
צלע משותפת	
משפט חפיפה ראשון - צ - ז - צ (לפי 1,2,3)	
	$BC = EC$

כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 13

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסנך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ג.א.רד

15. נתונים שני משולשים ABC ו-EDF כך שהנקודות F, C, D



ו-B נמצאות על ישר אחד.

בנוסף נתון: $ED=AB$, $FB=DC$ ו-

הוכיחו: $\Delta ABC \cong \Delta EDF$

נימוק	טענה	
	$AB = ED$	1
נתון		2
	$DC = FB$	3
שלם שווה לסכום חלקיו	$DF = DC + CF$	4
	$BC = FB + CF$	5
חיבור קטעים שווים לקטעים שווים	$DF = BC$	6
משפט חפיפה ראשון - צ - צ - צ (לפי 1, 2 ו-6)		7

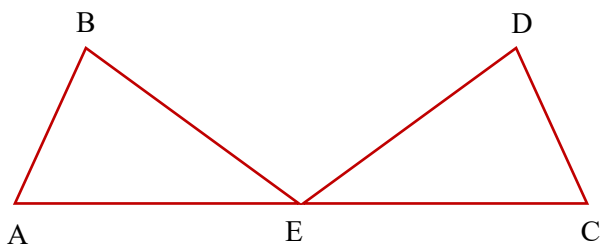
16. נתונים שני משולשים ABE ו-CDE כך

שהנקודות A, C, E ו-E, C, A נמצאות על ישר אחד.

בנוסף נתון ש-E היא נקודת האמצע של הקטע

AC, ש-DE=BE וש- $\sphericalangle AED = \sphericalangle CEB$

הוכיחו: $\Delta ABE \cong \Delta CDE$



נימוק	טענה
	$AE = EC$
נתון	
	$\sphericalangle AED = \sphericalangle CEB$
שלם שווה לסכום חלקיו	$\sphericalangle AEB = \sphericalangle AED - \sphericalangle BED$
	$\sphericalangle CED = \sphericalangle CEB - \sphericalangle BED$
	$\sphericalangle CED = \sphericalangle AEB$
	$\Delta ABE \cong \Delta CDE$

כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 14

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסגך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

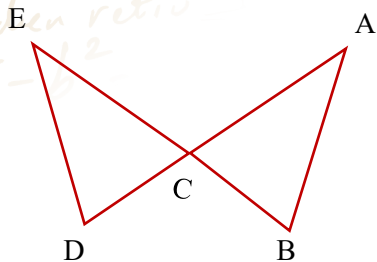
חפיפת משולשים - צלע, זווית, צלע

17. נקודה C נמצאת על הקטעים AD ו-BE כך ש:

$$BC = CD \text{ ו- } AC = EC$$

18. הוכיחו: $\Delta ABC \cong \Delta EDC$

19. הוכיחו $ED = AB$



20. נתון במרובע ABCD.

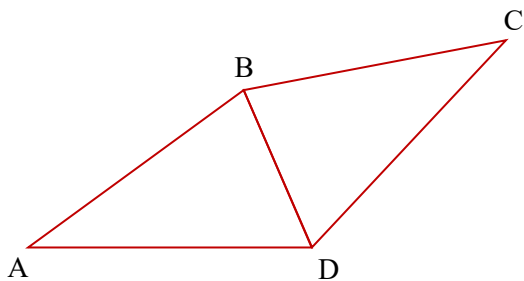
$$AB = BC \text{ ו- } \sphericalangle ABD = \sphericalangle DBC$$

א. הוכיחו: $\Delta ABD \cong \Delta CBD$

ב. הוכיחו: $AD = CD$

ג. לאיזה זווית במשולש CBD שווה זווית

$\sphericalangle ADB$ במשולש ABD



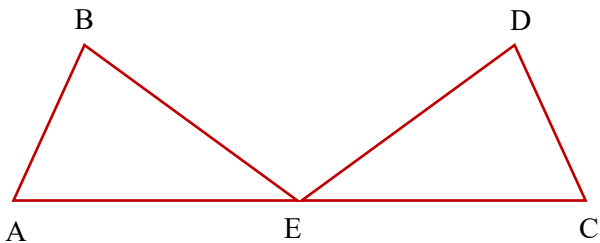
21. נתון ש-E היא אמצע הקטע AC.

$$BA = DC \text{ וגם נתון } \sphericalangle A = \sphericalangle C$$

הוכיחו:

א. משולש EDC חופף למשולש EBA

ב. $\sphericalangle AED = \sphericalangle CEB$



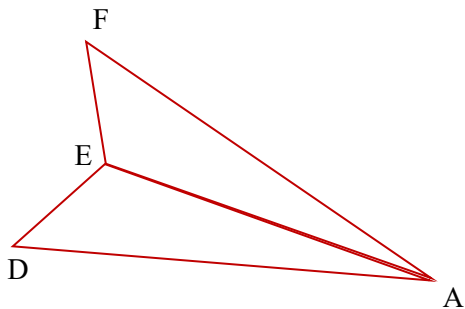
22. נתונים בציור משולשים AFE ו-ADF

$$\text{כמו כן ידוע ש: } AD = AF$$

האם ניתן להוכיח שהמשולשים חופפים?

אם כן, לפי איזה משפט. אם לא, רשמו נתון נוסף על מנת

שיהיה ניתן לומר שהמשולשים חופפים.



כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

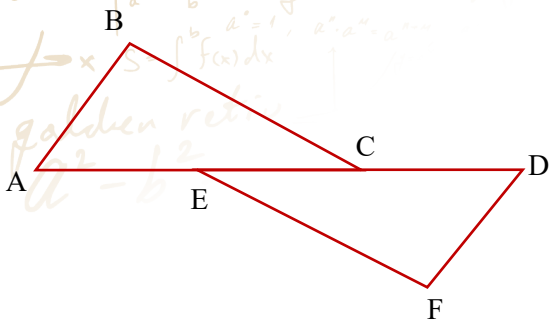
© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 15

23. נתונים שני משולשים ABC ו-DFE.

נתון: $BC = FE$, $AE = CD$ ו- $\angle AEF$

$\angle DCB$

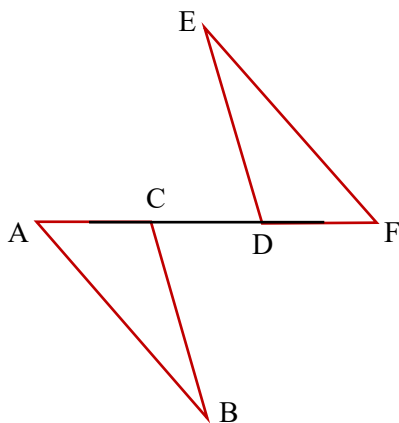
הוכיחו: $\triangle ABC \cong \triangle DFE$



24. נתונים שני משולשים ABC ו-FED.

נתון: $BC = ED$, $AD = FC$ ו- $\angle BCD = \angle EDC$

הוכיחו: $\triangle ABC \cong \triangle FED$



25. נתונים שני משולשים ABC ו-DEC.

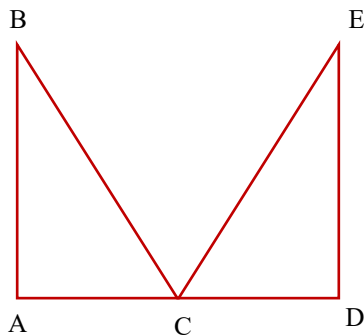
נתון: C היא אמצע הצלע AD.

$\angle A = 90^\circ$

$\angle D = 90^\circ$

$AB = EC$

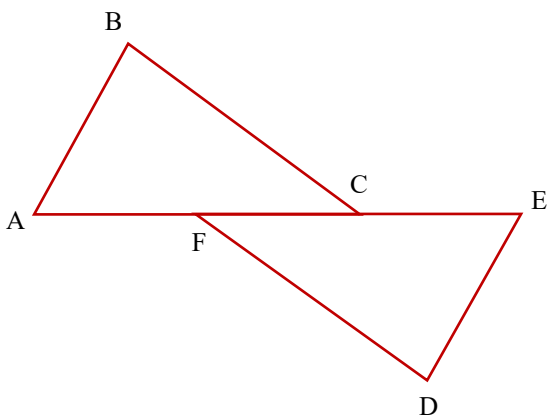
הוכיחו: $\triangle ABC \cong \triangle DEC$



26. נתונים שני משולשים ABC ו-EDF.

נתון: $BC = FD$ ו- $AF = CE$, $AB = DE$

הוכיחו ש- $\triangle ABC \cong \triangle EDF$

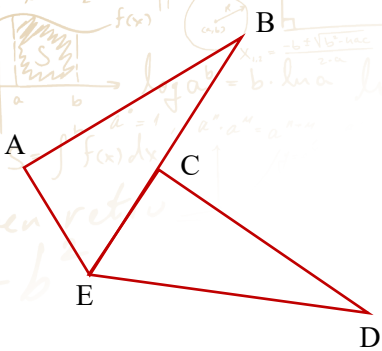


כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 16

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסגך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

27. נתונים שני משולשים ABE ו-CDE, הצלע CE מונחת



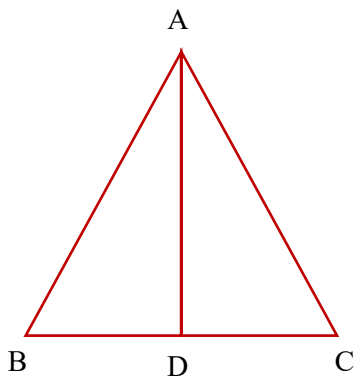
על הצלע EB כך ש- BE - חוצה זווית AED .

בנוסף נתון ש- $AE = EC$ ו- $BE = ED$

א. הוכיחו: $\triangle ABC \cong \triangle EDC$

ב. הוכיחו $CD = AB$

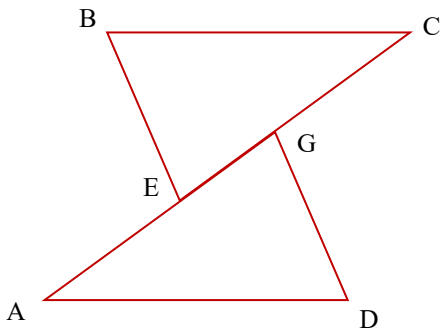
28. נתון במשולש ABC ש-AD הוא גובה כמו כן ידוע ש-D היא



אמצע הצלע BC

הוכיחו: $\angle BAD = \angle CAD$

29. נתונים המשולשים AGD ו-CEB.



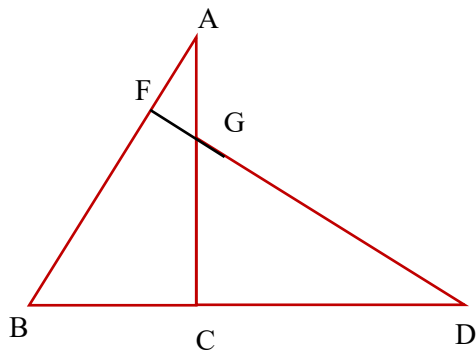
הנקודות E ו-G נמצאות בהתאמה על הצלעות AG ו-EC

כך ש- $AE = GC$

צלע BC מקבילה לצלע AD ו- $AD = BC$

הוכיחו: $\triangle AGD \cong \triangle CEB$

30. נתונים המשולשים ABC ו-GCD באיור הבא.



ידוע שהנקודה G נמצאת על AC כך ש- $GC = BC$

ו- $\angle ACD = 90^\circ$ ו- $CD = AC$

א. הוכיחו: $\triangle ABC \cong \triangle DGC$

המשך הצלע DG חותך את הצלע AB בנקודה F

ב. הוכיחו: $\angle B = \angle FGA$

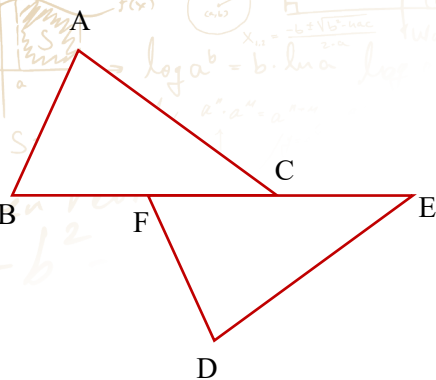
כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 17

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח 5"
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסגך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

31. נתונים שני משולשים ABC ו-FED.

נתון $\angle ACB = \angle DEF$, $AC = DE$ ו- $BF = CE$

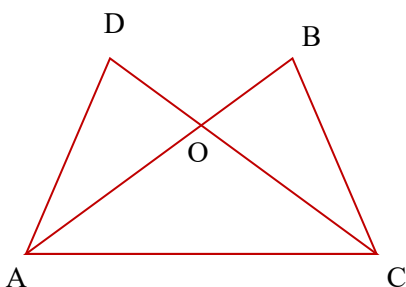


א. הוכיחו ש: $\triangle EFD \cong \triangle CBA$

ב. הוכיחו: $\angle B = \angle DFE$

32. נתונים שני משולשים ABC ו-CDA,

כך ש $AB = DC$ ו- $\angle DCA = \angle CAB$



הוכח כי:

א. $\triangle ADC \cong \triangle CBA$

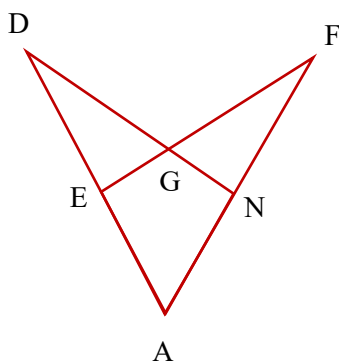
ב. $\angle DAO = \angle BCO$

33. בשרטוט נתונים 2 משולשים: AFE ו-ADN.

בנוסף נתון: $AD = AF$ ו- $AE = AN$

א. הוכיחו ש- $\triangle AND \cong \triangle AEF$

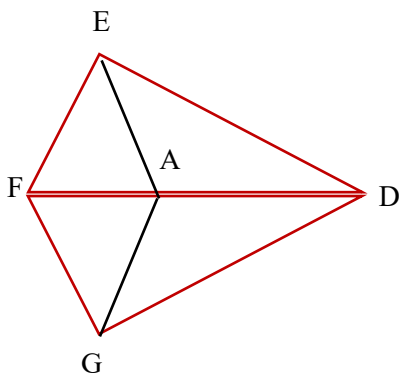
ב. הוכיחו ש- $\angle DEF = \angle FND$



34. בשרטוט נתון ש- $AG = AE$, וש- $\angle EAF = \angle GAF$.

א. הוכיחו ש- $\triangle AEF \cong \triangle AGF$

ב. הוכיחו ש- $\triangle EFD \cong \triangle GFD$

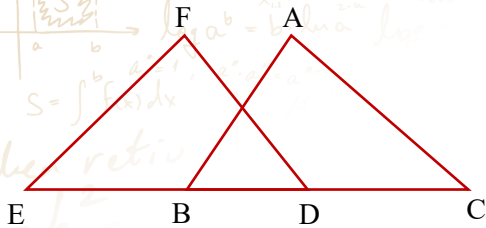


כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 18

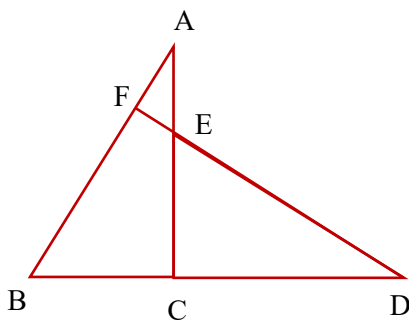
לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסגך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

35. נתונים שני משולשים ACB ו-FED, הקודקודים B ו-D נמצאים על הצלעות ED ו-BC בהתאמה כמתואר בשרטוט.
 ידוע ש- $BC=ED$, $FD=AB$ ו- $\angle EBA = \angle FDC$
 א. הוכיחו ש- $\triangle FED \cong \triangle ACB$
 ב. הוכיחו: $DC=EB$

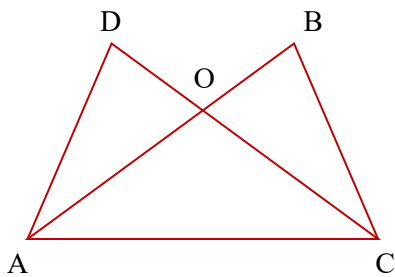


חפיפת משולשים - זווית, צלע, זווית

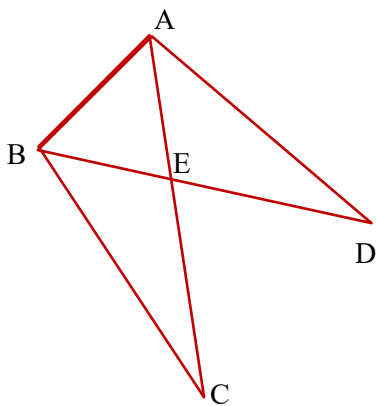
36. נתונים באיור המשולשים ABC ו-BFD.
 נתון $EC=BC$ ו- $\angle A = \angle D$, $AC \perp BD$
 א. הוכיחו ש: $AC=CD$
 המשך הצלע ED חותך את הצלע AB בנקודה F
 ב. הוכיחו ש: $AB \perp FD$



37. נתונים באיור המשולשים ADC ומשולש CBA, ידוע ש:
 $\angle D = \angle B$, הצלעות DC ו-AB נחתכים בנקודה O, כך
 ש: $\angle OAC = \angle OCA$
 הוכח כי:
 א. $\triangle ADC \cong \triangle CBA$
 ב. $\angle DAB = \angle BCD$



38. נתון המשולשים ABD ו-BAD ידוע ש: $\angle A = \angle B$, הצלעות AC ו-BD נחתכות בנקודה E כך ש: $\angle CBE = \angle DAE$
 א. הוכח: משולשים ABC ו-BAD חופפים
 ב. הוכח $EC=ED$



כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

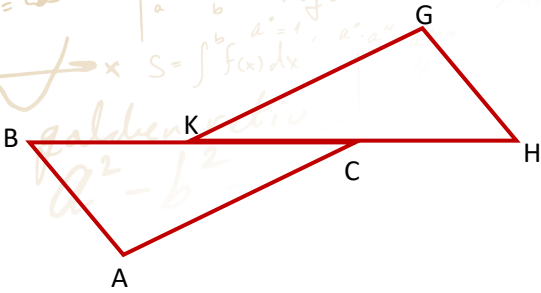
© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 19

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסגך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

39. נתונים שני משולשים ABC ו-GHK.

בנוסף נתון: $AB \parallel GH$ וש- $BK = CH$
 וש- $\angle BKG = \angle HCA$,

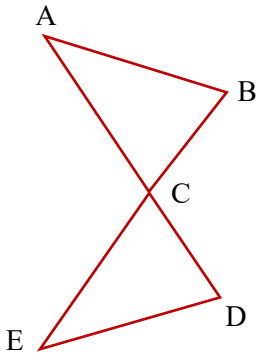
הוכיחו ש- $\triangle ABC \cong \triangle GHK$.



40. נקודה C נמצאת על הקטעים AD ו-BE כך ש:

$$ED = AB \text{ ו- } \angle E = \angle A$$

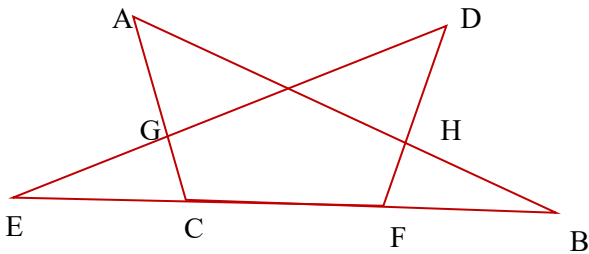
הוכיחו: $EB = AD$



41. בשרטוט נתון: $AB = ED$ ו- $\angle E = \angle B$, $FB = CE$

א. הוכיחו ש- $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

ב. הוכיחו ש- $\triangle CEG \cong \triangle FBH$



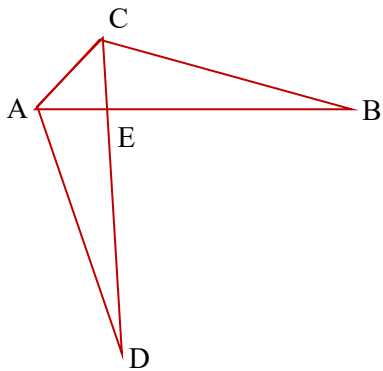
42. שרטוט נתונים שני משולשים DCA ו-BAC.

כמו כן נתון: $AE = EC$, $\angle D = \angle B$

א. הוכיחו ש- $\triangle AED \cong \triangle CEB$

ב. הוכיחו ש- $AB = CD$

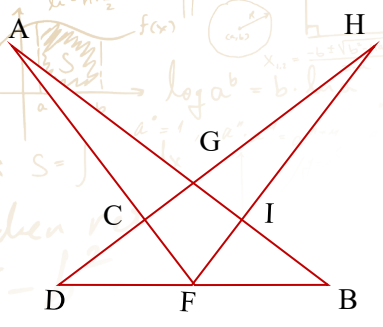
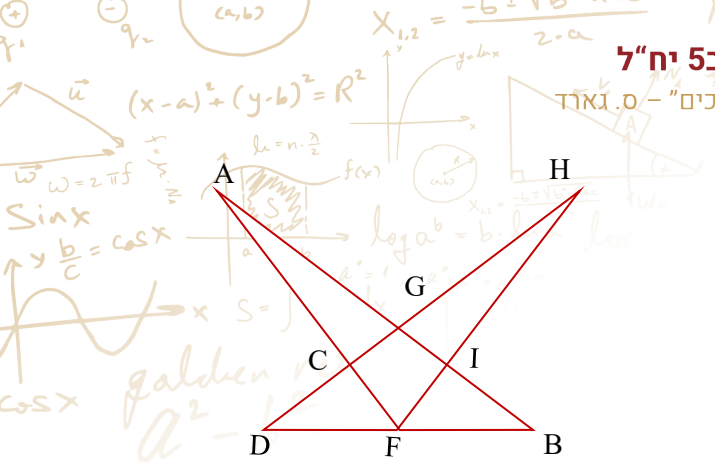
ג. הוכיחו $\angle ACE = \angle CAE$



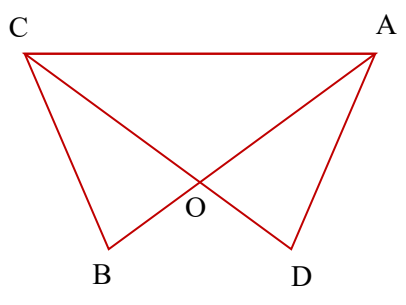
כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 20

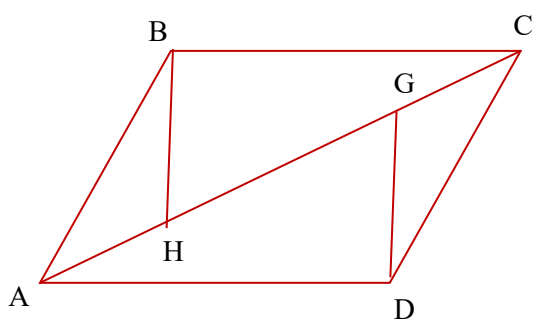
לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות 5 יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסגך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג



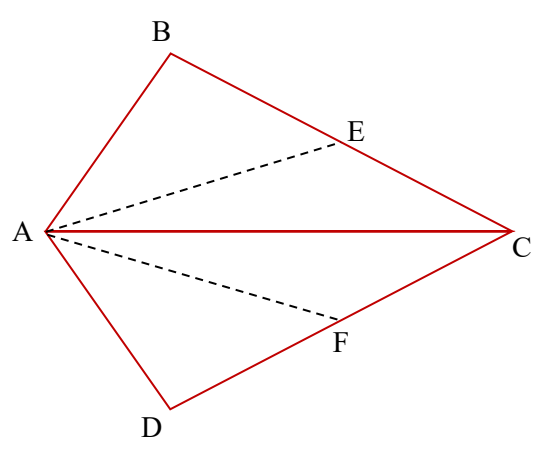
43. שרטוט נתון: F אמצע הצלע DB.
 נתון: $\angle AFD = \angle HFB$, $AF = HF$
 א. הוכיחו ש- $\triangle AFB \cong \triangle HFD$
 ב. הוכיחו ש- $AI = CH$



44. נתונים המשולשים ABC ו-CDA
 ידוע כי: $\angle ADC = \angle CBA$, $AD = BC$
 הוכיחו כי:
 א. $AO = OC$
 ב. $\angle OAC = \angle OCA$



45. נתון במרובע ABCD ש: BC מקביל ושווה ל-AD, והנקודות G ו-H נמצאות על אלכסון AC כש-GD מקביל ל-BH.
 הוכיחו:
 א. $\angle BHA = \angle DGC$
 ב. הוכיחו: כי $AG = CH$



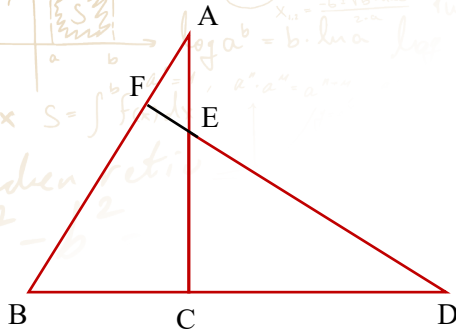
46. נתונים שני משולשים ABC ו-ADC.
 נתון: $\angle ECA = \angle FCA$
 בנוסף העבירו את הקטעים AE ו-AF
 החותכים את BC ו-DC בהתאמה כך ש:
 $\angle BEA = \angle DFA$
 א. הוכיחו כי $AF = AE$
 ב. הוכיחו ש- $AB = AD$

כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

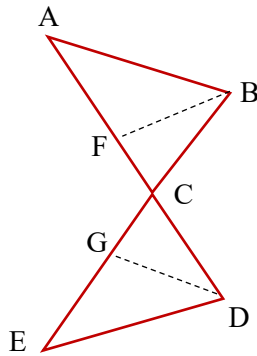
© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 21

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסגך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

47. נתונים המשולשים ABC ו-DEC.

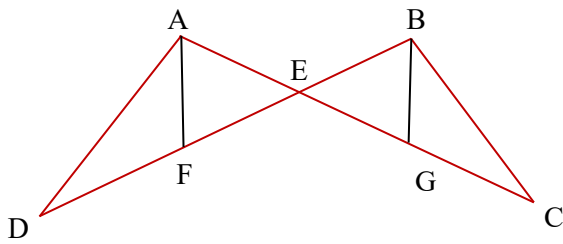


- המשיכו את צלע ED עד הנקודה F הנמצאת על הצלע AB, כך ש: $\angle AFE = 90^\circ$, בנוסף נתון ש- $\angle ACD = 90^\circ$.
- א. הוכיחו $\angle B = \angle CED$
 נתון: $AC=CD$
- ב. הוכיחו כי משולש ABC חופף למשולש DCE.



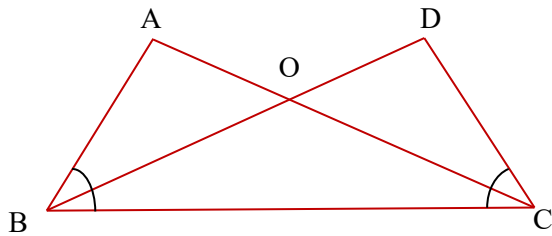
48. נתון שהקטעים BE ו-AD נחתכים בנקודה C והנקודות F ו-G נמצאות על הקטעים BC ו-AD כש: $GC = FC$.
- כמו כן נתון ש- $\angle B = \angle D$ וש- FB ו- GD חוצי זוויות B ו-D בהתאמה

- א. הוכיחו $GD=FB$
 ב. הוכיחו $AF=GE$



49. הישר DB חותך את הישר AC בנקודה E. נתון: $\angle C = \angle D, BC = AD$, הנקודות F ו-G נמצאות על הצלעות AC ו-DB בהתאמה כך ש: $\angle AFE = \angle BGE$

- א. הוכיחו $FA=BG$
 ב. הוכיחו $FE=EG$



50. נתון שני משולשים ACB ו-DBC, $OB=OC$,

$\angle ABC = \angle BCD$

הוכיחו $AO=OD$

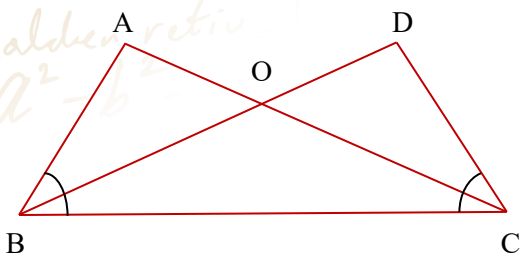
(יש לעשות בנית עזר)

כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 22

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסגך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

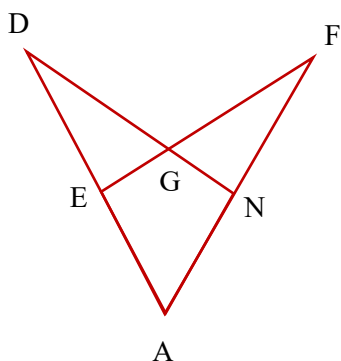
חפיפת משולשים - צלע, צלע, צלע



51. נתון שני משולשים ACB ו-DBC, $AB = DC$, $DB = AC$,

א. הוכיחו: $\sphericalangle A = \sphericalangle D$

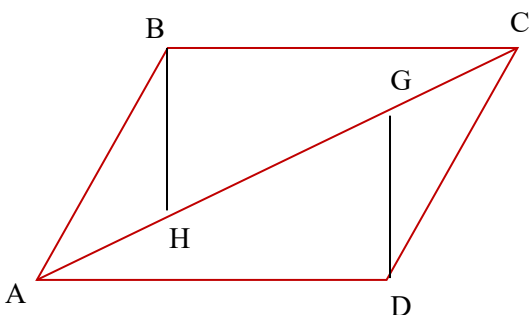
ב. הוכיחו: $OC = BO$



52. בשרטוט נתונים 2 משולשים: AFE ו-ADN.

בנוסף נתון: $AD = AF$, $EF = DN$ ו- $AE = AN$

הוכיחו ש- $\triangle DEF \cong \triangle FND$



53. נתון במרובע ABCD שהצלעות הנגדיות שלו

שוות. העבירו את הקטעים DG ו-BH החותכים

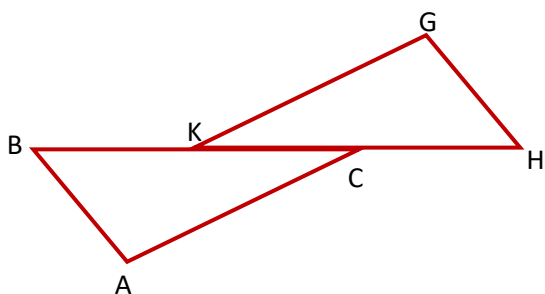
את אלכסון AC בנקודות G ו-D בהתאמה

כך ש- $AH = GC$

הוכיחו:

א. $\sphericalangle B = \sphericalangle D$

ב. הוכיחו: $BH = DG$



54. נתונים שני משולשים ABC ו-GHK נתון :

$BK = CH$, $GH = AB$ ו- $GK = AC$,

הוכיחו ש- $AC \parallel KG$

כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

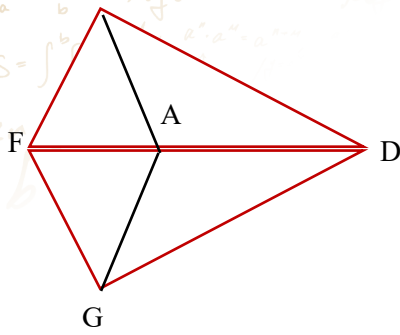
© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 23

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח 5"
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסגך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

55. נתונים 2 משולשים: FED ו-FGD.

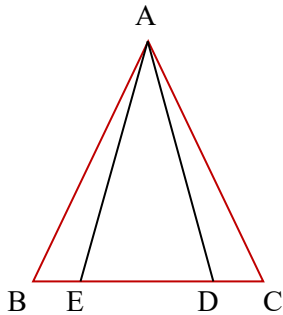
העבירו את הקטעים EA ו-GA כך ש- $AG = AE$,
 וש: $ED = GD$.

הוכיחו ש- $\angle FEA = \angle FGA$.



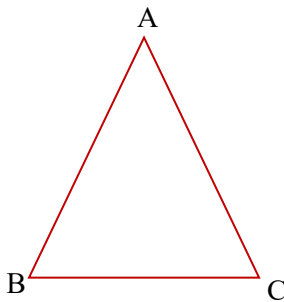
56. העבירו שני קטעים AD ו-AE במשולש ABC

כך ש- $AD = AE$ ו- $EC = BD$. כמו כן ידוע ש- $AC = AB$
 הוכיחו: $\angle BAE = \angle CAD$



57. נתון משולש ABC שבו $AB = AC$

הוכיחו ש- $\angle ABC = \angle ACB$

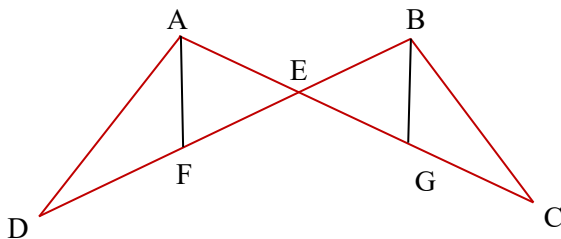


58. נתונים הישרים AC ו-DB השווים באורכם

ונחתכים בנקודה כמו כן נתון: $AG = FB$,
 $BG = AF$ ו- $BC = AD$

א. הוכיחו $\angle AFD = \angle BGF$

ב. הוכיחו $FE = EG$



כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

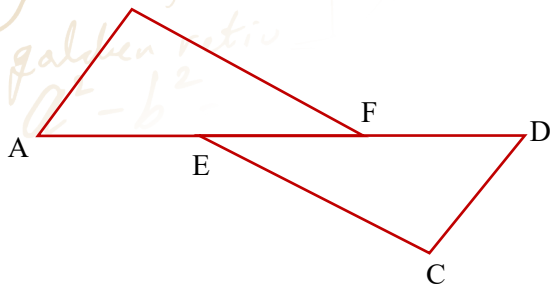
© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 24

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסגך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

חפיפת משולשים - משולב

59. נתונים שני משולשים ABC ו-DCE.

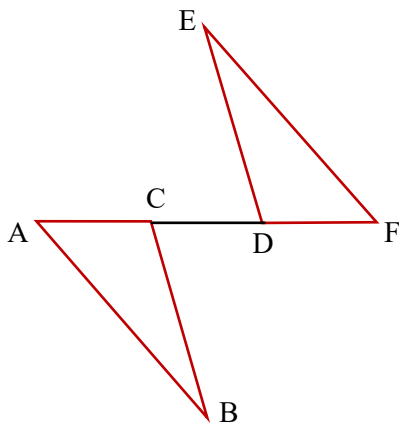
נתון: $\angle B = \angle C$ ו- $AE = FD$, $BF \parallel EC$
 הוכיחו: $AB = CD$



60. נתונים שני משולשים ABC ו-FED.

נתון: $\angle BCD = \angle EDC$ ו- $BC = ED$, $AD = FC$

א. הוכיחו: $\angle A = \angle F$
 ב. הסבירו מדוע $AB \parallel EF$

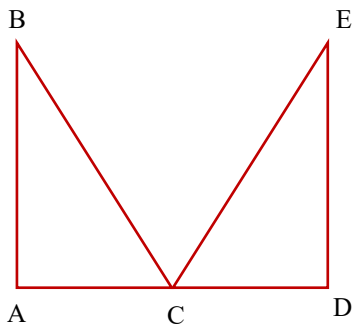


61. נתונים שני משולשים ABC ו-DEC.

נתון: C היא אמצע הצלע AD.

$\angle D = 90^\circ$ ו- $\angle ACE = \angle BCD$, $\angle A = 90^\circ$

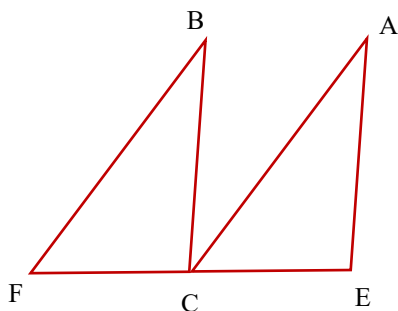
א. הוכיחו: $AB = ED$
 ב. הוכיחו ש- $BD = AE$



62. נתונים שני משולשים ABC ו-FDC.

נתון - $BC \parallel AE$, $FB \parallel AC$ ו- $FC = CE$

הוכיחו ש- $FB = AC$



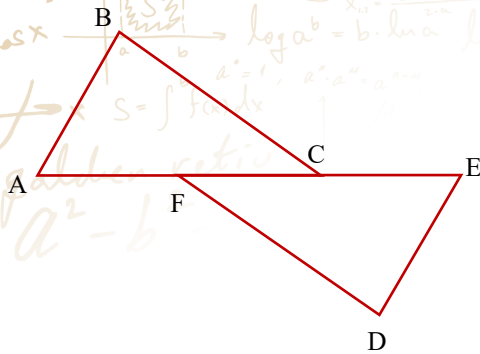
כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 25

63. נתונים שני משולשים ABC ו-FDC.

נתון: $BC \parallel FD$ ו- $\angle B = \angle D$, $AB = DE$

הוכיחו ש- $AF = CE$.

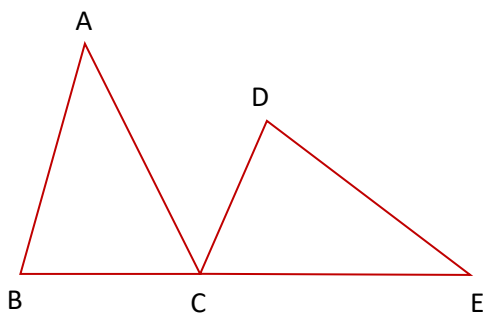


64. נתונים משולשים ABC ו-EDC, כך EB הוא ישר.

נתון: $CE = AC$, $\angle BCD = \angle ACE$

א. האם ניתן לקבוע שהמשולשים הנתונים חופפים? נמקו

ב.אם ניתן להוכיח רשמו את דרך הפתרון, אם לא הוסיפו נתון כך שיהיה שנוכל להוכיח שהמשולשים חופפים

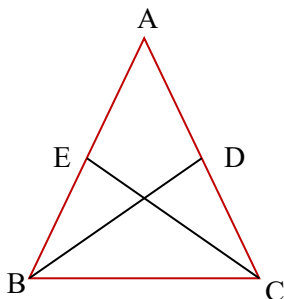


65. בשרטוט שלפניך נתון משולש ABC.

העבירו את הקטעים CE ו-BD כך ש:

$$BD = CE, BE = DC, BD \perp AC$$

הוכיחו: $AB \perp CE$



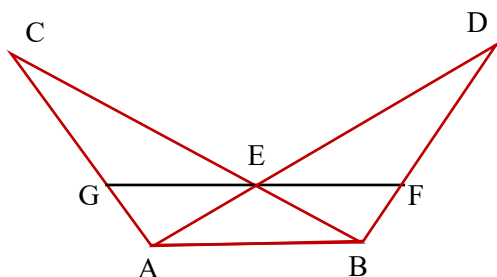
66. באיור הבא נתונים שני משולשים: ADB ו-BCA.

נתון שקטע GF העובר בנקודת החיתוך של הצלעות

AD ו-CB, נקודה E ומקביל ל-AB

בנוסף נתון ש: $\angle A = \angle B$ ו- $DB = AC$

הוכיחו: $\triangle EDF \cong \triangle ECG$

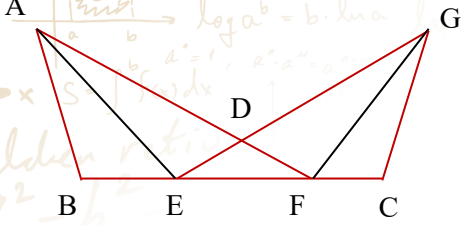


לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסגך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

67. הנקודות E ו-F נמצאות על הקטע BC.

נתון $DE = DF$, $AB = GC$, $\sphericalangle B = \sphericalangle C$

הוכיחו: $AD = GD$ ו- $\sphericalangle BAE = \sphericalangle CGF$

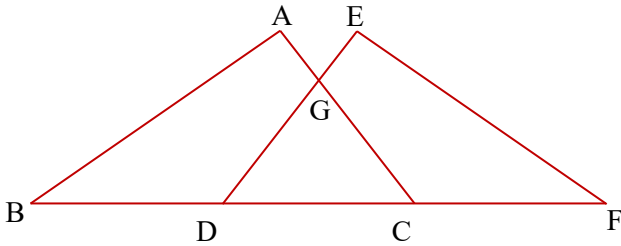


68. באיור הבא נתונים שני משולשים:

FDE ו-BCA. כמו כן ידוע ש- $CF=BD$,

$DE=AC$ ו- $EF=AB$

הוכיחו: $\sphericalangle BDE = \sphericalangle FCA$

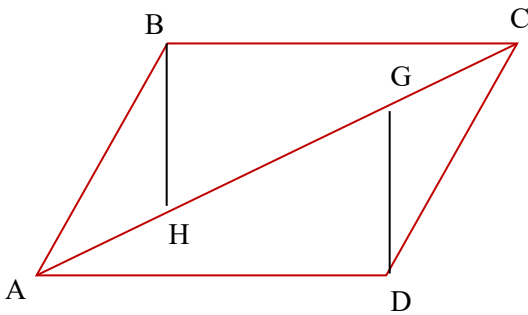


69. נתון במרובע ABCD, ש- $AD \parallel BC$.

מהנקודה B ו-D העבירו קטעים החותכים את אלכסון AC בנקודות G ו-H כך ש: $BH \perp BC$ ו-

$AH=GC$ ו- $DG \perp AD$

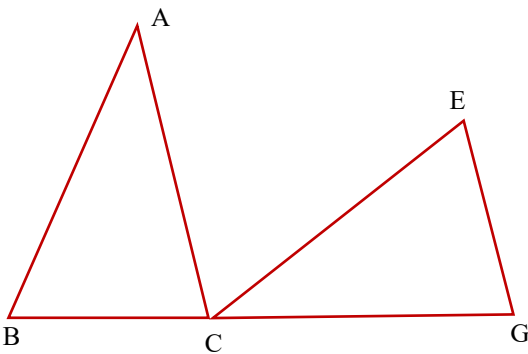
הוכיחו: $AB = DC$



70. נתונים משולשים ABC ו-CEG, כך EB הוא ישר,

$EG=BC$ ו- $\sphericalangle A = \sphericalangle ECG$, $EG \parallel AC$

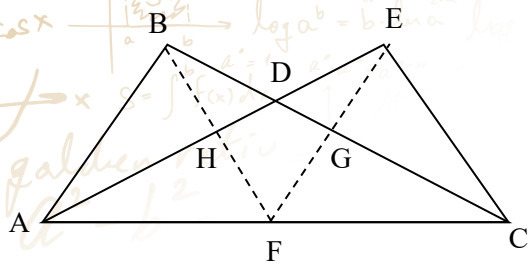
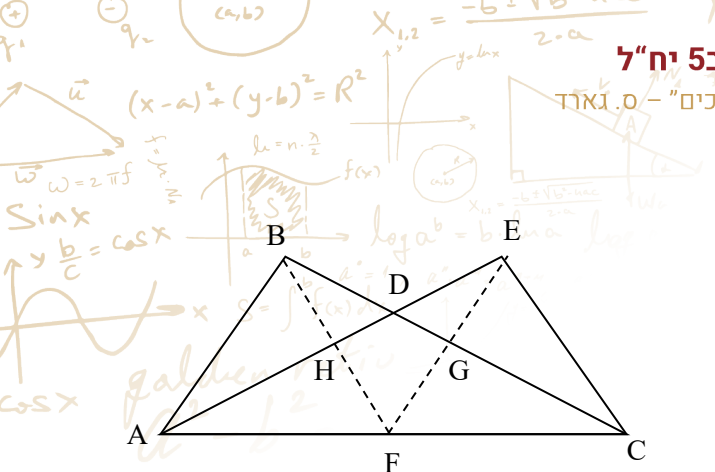
הוכיחו: $EC=AB$



כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 27

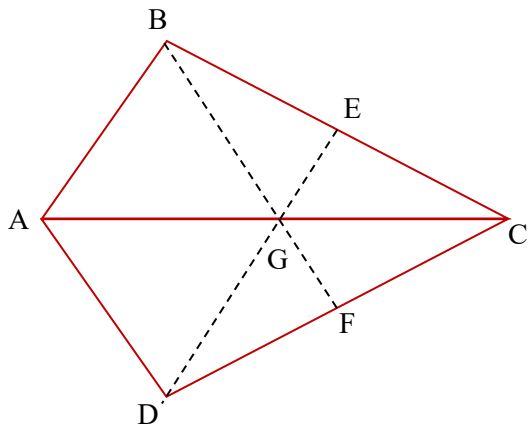
לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג



71. נתונים שני משולשים ABC ו-CEA.

הצלעות BC ו-AE נפגשות בנקודה D, בנוסף
 העבירו את הקטעים BF ו-EF הנפגשים על צלע
 AC בנקודה F.

נתון גם כי $BC=AE$, $ED=BD$ ו- $EH=BG$,
 $\sphericalangle BAE = \sphericalangle CGF$
 הוכיחו F היא אמצע הצלע AC

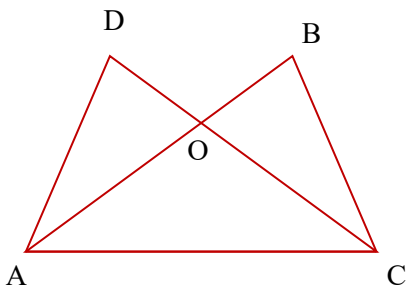


72. נתונים שני משולשים ABC ו-ADC.

העבירו את הקטעים DE ו-BF השווים באורכם,
 נפגשים בנקודה G הנמצאת על הצלע AC וחותכים
 את הצלעות BC ו-DC בנקודות E ו-F בהתאמה כך
 שהנקודות E ו-F הם אמצעי הצלעות. כמו כן נתון:

$DC=BC$

הוכיחו ש- $AB=AD$

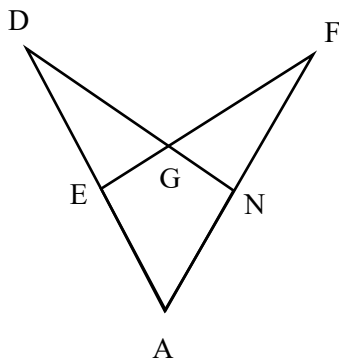


73. נתונים שני משולשים ABC ו-CDA,

כך ש $AO = OC$ ו- $\sphericalangle DAC = \sphericalangle BCA$

הוכיחו: $DO=BO$

(רמז - העבירו חוצה זווית לצווית AOC)



74. בשרטוט נתונים 2 משולשים: AFE ו-ADN.

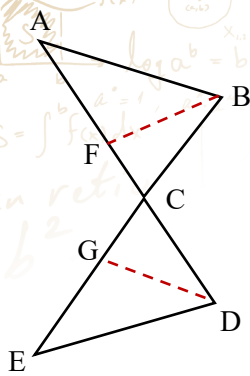
בנוסף נתון: $EF = ND$ ו- $\sphericalangle GEA = \sphericalangle GNA$

הוכיחו ש- $EG = GN$

כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

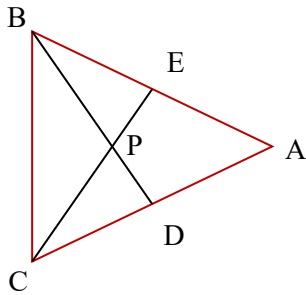
© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 28

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח 5"
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד



75. נתון שהקטעים AD ו-BE נחתכים בנקודה C והנקודות F ו-G נמצאות על הקטעים AD ו-BC כך ש: GD ו-FB הם חוצי זווית של זוויות B ו-D בהתאמה כמו כן נתון ש $\angle EDG = \angle ABF$ ו- $GC = FC$

הוכיחו ש: $AF = EG$



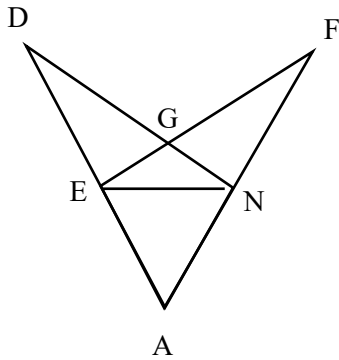
76. בשרטוט שלפניך נתון משולש ABC.

העבירו את הקטעים CE ו-BD נפגשים בנקודה P.

נתון: $EA = DA$, $EP = PD$

הוכיחו: $BP = CE$

(העזרו בבניית עזר)



77. בשרטוט נתונים 2 משולשים: AFE ו-ADN.

בנוסף נתון: $EF = ND$ ו- $DE = FN$

הוכיחו ש- $EA = AN$

כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להעתיק, לצלם או לשכפל את קובץ זה ללא אישור מהמחבר ©

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן 29