

## מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון שני הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים – גדילה ודעיכה,  
פרק שני – פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – גדילה ודעיכה,  
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגיחים.  
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

המשך מעבר לדף ◀

### ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים** (66 $\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – 33 $\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה המשוואה  $1 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16}$ ,  $a$  הוא פרמטר חיובי שונה מ-4.

א. מצא עבור אילו ערכים של  $a$  המשוואה מייצגת אליפסה.

אליפסה שמשוואתה  $1 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16}$  חותכת את הקרן השלילית של ציר ה- $y$  בנקודה A.

$F_1$  הוא המוקד הימני של האליפסה, ו- $F_2$  הוא המוקד השמאלי.

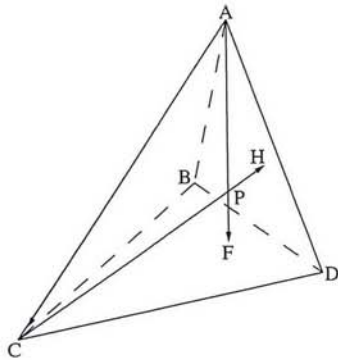
הישר  $AF_1$  יוצר עם הקרן החיובית של ציר ה- $x$  זווית של  $26.566^\circ$ .

ב. מצא את משוואת האליפסה.

ג. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות הנמצאות במרחקים שווים מהמוקד  $F_1$

ומן הישר שעובר דרך המוקד  $F_2$  ומקביל לציר ה- $y$ . נמק.

המשך בעמוד 3



2. בפירמידה משולשת ABCD  
 AF הוא גובה הפירמידה לפאה BDC,  
 CH ר הוא גובה הפירמידה לפאה ABD.  
 הישרים AF ו CH נפגשים בנקודה P  
 (ראה ציור).

א. (1) הסבר מדוע  $\vec{AP} \cdot \vec{BD} = 0$ .

(2) הוכח כי  $\vec{AC} \perp \vec{BD}$ .

ב. הוכח כי  $\vec{AH} \perp \vec{BD}$ .

ג. סמן:  $\vec{BA} = \vec{w}$ ,  $\vec{BC} = \vec{v}$ ,  $\vec{BD} = \vec{u}$ .

הוכח כי אם  $AB = BC$  אז  $\angle CBD = \angle ABD$ .

3. נתון המספר המרוכב  $z = \cos \alpha + i \sin \alpha$ ,

ונתון מספר מרוכב w שהערך המוחלט שלו הוא  $r (r > 0)$ .

z ו r נמצאים ברביע הראשון.

המספר z מקיים:  $z = \frac{w}{\bar{w}}$ .

א. הבע באמצעות  $\alpha$  ו r את המספר w, את הצמוד שלו  $\bar{w}$ , ואת ההפכי שלו  $\frac{1}{\bar{w}}$ .

ב. סרטט במערכת צירים את מעגל היחידה, והוסף לסרטוט דוגמה של מספר w

ושל ההפכי שלו  $\frac{1}{\bar{w}}$  עבור  $r > 1$ .

ג. נתונה סדרה הנדסית  $a_n$  שבה  $a_1 = \frac{1}{\bar{w}}$ ,  $a_2 = z$ .

הבע באמצעות  $\alpha$  ו r את  $a_5$ .

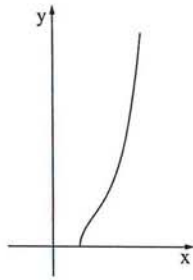
#### המשך בעמוד 4

**פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

( $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

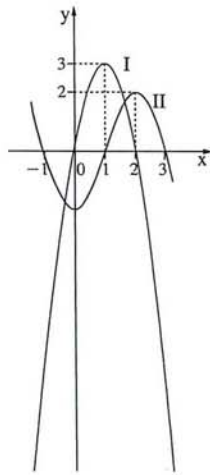
**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{2x-1} \cdot e^{x^2-x}$  (ראה ציור).

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
  - ב. הוכח כי הפונקציה עולה לכל  $x$  בתחום ההגדרה שלה.
  - ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = 1$ . הישר נפגש עם גרף הפונקציה בשתי נקודות בלבד.
    - (1) מצא את משוואת המשיק.
    - (2) העתק למחברתך את גרף הפונקציה, והוסף לגרף סרטוט של המשיק.
    - (3) השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה ועל ידי המשיק מסתובב סביב ציר ה- $x$ .
- מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

**המשך בעמוד 5**



5. בציר שלפניך מוצגים שני גרפים, I ו-II, של פונקציות המוגדרות

בתחום  $-1.1 \leq x \leq 3.1$ .

אחד הגרפים הוא של הפונקציה  $f(x)$

והאחר הוא של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

א. קבע איזה מבין הגרפים I ו-II

הוא של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

ב. נתונה הפונקציה  $g(x) = \ln(f(x))$ .

(1) מצא את תחום ההגדרה

של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מה הן האסימפטוטות של  $g(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ ?

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימיות

של  $g(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

אם נתון כי הישר  $y = 1$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בשלוש נקודות.

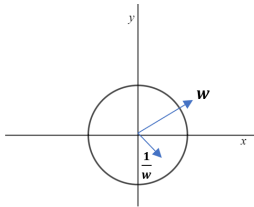
### בהצלחה!

זכות היצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

035582 - 2014 - מועד ג'

1. א.  $a > 4$ . ב.  $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$ . ג.  $y^2 = 16x$

2. א. הסבר ב. הוכחה ג. הוכחה

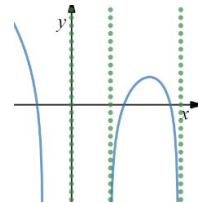


ג.

3. א.  $w = r \operatorname{cis}(0.5\alpha)$ ,  $\bar{w} = r \operatorname{cis}(-0.5\alpha)$ ,  $\frac{1}{w} = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(-0.5\alpha)$ . ב.  $a_5 = r^3(5.5\alpha)$

4. א.  $x \geq 0.5$ . ב. הוכחה ג.  $y = 2x - 1$ . ג. 0.094

5. א. גרף || ב.  $1 < x < 3$  או  $-1.1 \leq x \leq -1$ . ב.  $x = -1, x = 1, x = 3$ . ג.  $\max(2, \ln 2)$ . ד. עלייה:  $1 < x < 2$ , ירידה:  $2 < x < 3$  או  $-1.1 < x < -1$ . ה.



סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
 מועד הבחינה: תשע"ד, מועד ב  
 מספר השאלון: 317, 035807  
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד — שאלון שני

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
 פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים  
 פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
 מספרים מרוכבים —  $33\frac{1}{3} \times 2$  —  $66\frac{2}{3}$  נקודות  
 גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות —  $33\frac{1}{3} \times 1$  —  $33\frac{1}{3}$  נקודות  
 סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
 (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.  
 שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

המשך מעבר לדף ◀

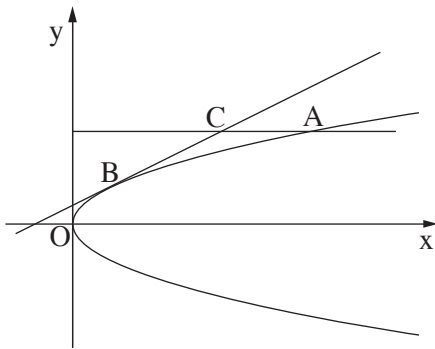
## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים** ( $\frac{2}{3}$  נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה —  $\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נקודה A נמצאת ברביע הראשון

על הפרבולה שמשוואתה  $y^2 = 3x$ .

ישר המשיק לפרבולה בנקודה B

מקביל למיתר OA (O — ראשית הצירים).

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-x.

הישר חותך את המשיק בנקודה C (ראה ציור).

נסמן:  $x_C$  — שיעור ה-x של הנקודה C.

$x_A$  — שיעור ה-x של הנקודה A.

היעזר בעובדה שהנקודה C נמצאת על פרבולה שמשוואתה  $y^2 = 4x$ ,

וענה על הסעיפים א, ב ו-ג.

א. הבע באמצעות  $x_C$  את  $x_A$ .

ב. הבע באמצעות  $x_C$  את השיפוע של הישר OA.

ג. נתון גם כי שטח המשולש BCA הוא 0.5625.

מצא את השיעורים של הנקודה C.



2. במשולש ABC, גובה המשולש לצלע AB הוא CD.

נסמן:  $\vec{CA} = \underline{u}$ ,  $\vec{CB} = \underline{v}$ ,  $\vec{AD} = t\vec{AB}$ .

נתון:  $\cos \sphericalangle ACB = \frac{3}{4}$ ,  $|\vec{CA}| = 1$ ,  $|\vec{CB}| = 2$ .

א. חשב את הערך של t בעזרת חשבון וקטורים.

ב. סרטט את המשולש ABC ואת הגובה CD כך שהסרטוט יתאים לערך של t

שחישבת בסעיף א.

ג. נקודה E נמצאת על הצלע BC (בין B ל-C).

נתון גם:  $\frac{CE}{BE} = \frac{3}{5}$ . נסמן:  $\vec{CD} = \underline{h}$ .

הבע את  $\vec{AE}$  באמצעות  $\underline{u}$  ו- $\underline{h}$  בלבד.

3. א. פתור את המשוואה:  $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$ , z הוא מספר מרוכב.

ב. האם שלושה מן הפתרונות שמצאת בסעיף א נמצאים על המקום הגאומטרי

של המספרים המרוכבים w השונים מ-0 ומקיימים:  $107^\circ < \arg(w) < 253^\circ$ ? נמק.

## ◀ המשך בעמוד 4

**פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

( $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{-2(x+3)}{\sqrt{e^{ax}}}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  ?

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ב. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

היעזר בנתונים הרשומים בגרף, ומצא:

(1) ערך מספרי עבור שיעור ה־ $x$

וערך מספרי עבור שיעור ה־ $y$

של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,

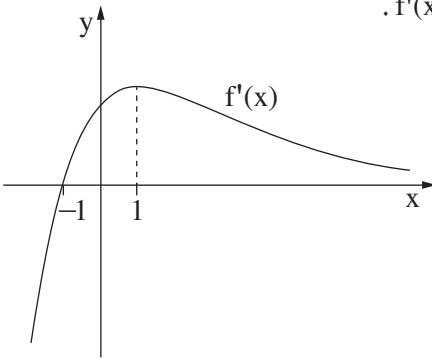
וקבע את סוגה.

(2) ערך מספרי עבור שיעור ה־ $x$  וערך מספרי עבור שיעור ה־ $y$  של נקודת הפיתול

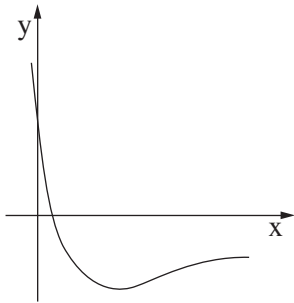
של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) את תחומי הקעירות כלפי מעלה  $\cup$  וכלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $f(x)$ .

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .



**המשך בעמוד 5**



5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{3 - 9\ln(3x + 1)}{3x + 1}$  (ראה ציור).

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. (1) מצא את נקודת החיתוך

של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

(2) השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה,

על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = \frac{e-1}{3}$  ו- $x = a$ , הוא 3.5.

נתון כי  $a > \frac{e-1}{3}$ .

היעזר בנגזרת של  $y = \ln^2(3x + 1)$ , ומצא את  $a$ .

ג. לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון אחת בלבד בנקודה שבה  $x = \frac{e^{\frac{4}{3}} - 1}{3}$ .

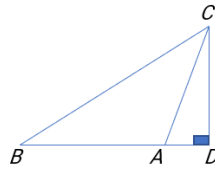
מצא עבור אילו ערכי  $x$  הפונקציה  $f(x)$  שלילית וגם פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  שלילית.

## בהצלחה!



מועד ב' - 2014 - 035582

1. פתרון:  $x_A = \frac{4}{3}x_C$  א.  $1.5 \cdot \frac{\sqrt{x_C}}{x_C}$  ב.  $C(2.25, 3)$  ג.

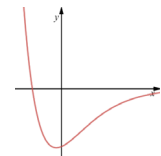


ג.  $\vec{AE} = 0.875\vec{u} - 1.5\vec{h}$

2. פתרון: א.  $t = -0.25$

3. פתרון: א.  $(-0.2 + 0.6i, 0, -0.2 - 0.6i, -2)$  ב. כן

4. פתרון: א. לכל  $x$  ב.  $(-3, 0), (0, -6)$  ג.  $min(-1, -6.59)$  ד.  $(1, -4.85)$



5. פתרון: א.  $x > -\frac{1}{3}$  ב.  $(0.132, 0)$  ג.  $a = 2.13$  ד.  $0.132 < x < 0.93$



סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
 מועד הבחינה: קיץ תשע"ד, 2014  
 מספר השאלון: 317,035807  
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד — שאלון שני

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
 פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים  
 פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
 $66\frac{2}{3}$  נקודות —  $33\frac{1}{3} \times 2$  — מספרים מרוכבים  
 $33\frac{1}{3}$  נקודות —  $33\frac{1}{3} \times 1$  — פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
 $100$  נקודות — סה"כ
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
 (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.  
 שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

## ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים** ( $\frac{2}{3}$  נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

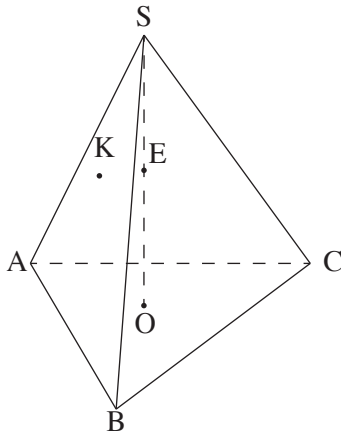
1. א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי של הנקודות, שהמרחק של כל אחת מהן

מהישר  $-5x + 12y + 13 = 0$ , הוא 3.

ב. מהי משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים בשתי נקודות

למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א?

ג. האם ציר ה־y יכול להשיק בנקודה (0,0) לאחד המעגלים שבסעיף ב? נמק.



2. נתונה פירמידה ישרה  $SABC$ , שבסיסה  $ABC$

הוא משולש שווה-צלעות.

גובה הפירמידה הוא  $SO$ .

נקודה  $E$  היא אמצע  $SO$  (ראה ציור).

נקודה  $F$  מקיימת:  $\vec{SF} = t\vec{SC}$ .

נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{OS} = \underline{w}$ .

נקודה  $K$  מקיימת:  $\vec{SK} = \frac{1}{9}\underline{u} - \frac{2}{9}\underline{v} - \frac{2}{3}\underline{w}$ .

מצא את הערך של  $t$ , אם ידוע שהנקודות  $F$ ,  $K$  ו־ $E$  נמצאות על ישר אחד.

3. א. סרטט במישור גאוס סקיצה של המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $z$

$$\text{המקיימים: } |z + 3 - \sqrt{3}i| = \sqrt{3} \text{ . נמק.}$$

ב. המקום הגאומטרי שבסעיף א נפגש עם ציר ה־ $x$  בנקודה  $z_1$  .

נתונה הנקודה  $M(-3, \sqrt{3})$  . נסמן ב־ $O$  את ראשית הצירים.

המספר המרוכב  $z_2$  נמצא על המקום הגאומטרי שבסעיף א

כך שהמרובע  $z_1 M z_2 O$  הוא דלתון.

מצא את הזווית החדה של הדלתון.

ג. (1) מצא את הארגומנט של  $z_2$  .

(2) מבין המספרים המרוכבים  $z$  שבסעיף א, מהו המספר שיש לו הארגומנט הגדול ביותר?

מהו ארגומנט זה?

## פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

( $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

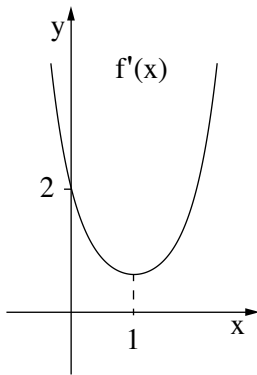
**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , המוגדרת לכל  $x$ .

א. על פי הגרף של  $f'(x)$

מצא תחומי קעירות כלפי מעלה  $\cup$

וכלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $f(x)$ , המוגדרת לכל  $x$ . נמק.



נתון כי גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $y$  בחלקו השלילי.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. נתון גם:  $f(x) = (x - a)e^{0.5x^2 - x}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

היעזר בנתונים בגרף של  $f'(x)$ , וחשב את השטח המוגבל

על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הצירים.

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \log_4(x^2 + 4x + c)$ ,  $c$  הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה  $x = -2$ .

א. (1) מצא את ערך הפרמטר  $c$ .

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. (1) נתונה הפונקציה  $g(x) = -|f(x)|$

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(2) עבור אילו ערכים של  $k$  יש למשוואה  $g(x) = k$  שני פתרונות בלבד?

### בהצלחה!

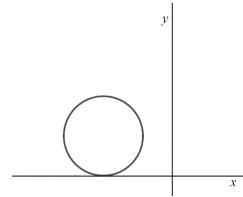


035582 - קיץ - 2014

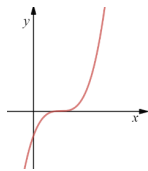
1. א.  $-5x + 12y - 26 = 0$ ,  $-5x + 12y + 52 = 0$  ב.  $-5x + 12y + 13 = 0$  ג. לא

2.  $t = \frac{1}{3}$

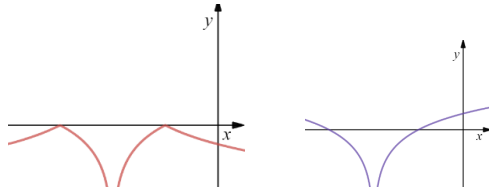
3.  $60^\circ$  ג.  $120^\circ$  ג.  $z = -3$ , הארגומנט-  $180^\circ$



4. א. קעירות כלפי מעלה-  $x > 1$ , קעירות כלפי מטה-  $x < 1$  ב.  $1 - \frac{1}{\sqrt{e}}$



5. א.  $c = 4$  ב.  $x \neq -2$  ג. עלייה-  $x > -2$ , ירידה-  $x < -2$



4.  $(-3,0), (-1,0), (0,1)$

2.  $k = 0$

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
 מועד הבחינה: חורף תשע"ד, 2014  
 מספר השאלון: 317,035807  
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
 פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים  
 פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
 מספרים מרוכבים –  $33\frac{1}{3} \times 2$  –  $66\frac{2}{3}$  נקודות  
 גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות –  $33\frac{1}{3} \times 1$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות  
 סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
 (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.  
 שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

/המשך מעבר לדף/

## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים** ( $\frac{2}{3}$  נקודות) 66

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה —  $\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. הנקודות  $C(x_1, y_1)$  ו-  $D(x_2, y_2)$  נמצאות ברביע הראשון על הפרבולה  $y^2 = 4x$ .

א. (1) הראה כי שיפוע המיתר CD הוא  $m = \frac{4}{y_2 + y_1}$ .

(2) הנקודה  $(x, 3)$  היא אמצע המיתר CD.

מצא את m.

ב. נתון כי מרחק כל נקודה על הפרבולה הנתונה מהישר  $x = a$  שווה למרחקה

מהנקודה  $(1, 0)$ .

מרחק הנקודה C מהישר  $x = 2a$  הוא 6.

(1) מהו הערך של a ? נמק.

(2) מצא את משוואת הישר CD.

2. נתונים הווקטורים:  $\vec{AD} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{w}$  (ראה ציור).

נתון:  $\angle DAB = 90^\circ$ ,  $\angle BAC = \angle DAC = 60^\circ$ ,

$$|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 2$$

א. האם ייתכן ששלושת הווקטורים  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$

נמצאים במישור אחד? נמק.

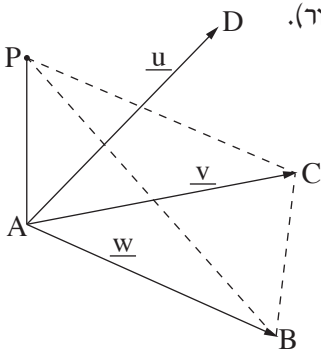
נתון גם כי הווקטור  $\vec{AP} = a\underline{u} + b\underline{v} + \underline{w}$

מאונך למישור ABC, a ו- b הם פרמטרים (ראה ציור).

ב. מצא את האורך של  $\vec{AP}$  (ערך מספרי).

ג. היעזר בחישובים טריגונומטריים ומצא את הזווית

בין המישור PCB ובין המישור ABC.



3. המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $z$  מקיים:  $|z - 12 - 5i| = 7$ .  
 המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $w = x + iy$  מקיים:  $\arg(w) = 45^\circ$ .  
 ( $\arg(w)$  היא הזווית בהצגה הקוטבית של  $w$ ).  
 המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $w$  חותך את המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים  $z$  בנקודות  $B$  ו- $C$ .  
 א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצות של שני המקומות הגאומטריים.  
 ב. הנקודות  $B$  ו- $C$  מייצגות במישור גאוס את המספרים המרוכבים  $z_1$  ו- $z_2$  בהתאמה. מצא את  $\arg(z_2 \cdot z_1)$ .

### פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.  
**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2e^{\sqrt{x}}$ .  
 א. מצא:  
 (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
 ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה  $y = 2 \cdot f'(x)$ , והראה כי נקודה זו נמצאת על גרף הפונקציה  $y = f(x^2)$ ,  $x > 0$ .  
 ג. הפונקציות  $y = 2 \cdot f'(x)$  ו- $y = f(x^2)$  נפגשות בנקודה אחת בלבד (הנקודה שמצאת בסעיף ב).  
 השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי פונקציות אלה ועל ידי הישר  $x = a$ ,  $a > 1$ , שווה ל- $8e - 2 \cdot f(a)$ .  
 מצא את הערך של  $a$ . תוכל להשאיר  $\ell$  בתשובתך.

5. א. קבלן מציע דירות למכירה בתשלומים חודשיים. בתאריך 1/1/2012 התשלום החודשי עבור הדירה היה 5900 שקל, ובכל חודש התשלום גדל ב- 0.2%. המשכורת החודשית של הן בתאריך 1/1/2012 הייתה 8000 שקל, ובכל חודש היא גדלה ב- 1.2%. הן יכול להתחיל לשלם עבור הדירה רק אחרי התאריך שבו התשלום החודשי עבור הדירה יהיה 60% ממשכורתו החודשית. כעבור כמה חודשים שלמים מהתאריך 1/1/2012 יוכל הן להתחיל לשלם עבור הדירה?

ב. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^n \cdot \ln(x^n)$ . הפרמטר  $n$  הוא מספר טבעי וזוגי.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) קבע אם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית או אי-זוגית. נמק.

(3) הראה כי יש רק ישר אחד המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  ומקביל לציר ה- $x$ ,

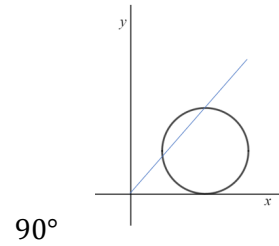
ומצא את משוואתו.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

## בהצלחה!

1. א. הוכחה א.  $\frac{2}{3}$  ב.  $1.1$  ב.  $\frac{2}{3}$   $CD: y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$

2. א. לא ייתכן ששלושת הווקטורים נמצאים במישור אחד ב.  $4.899$  ג.  $70.53^\circ$



4. א.  $x \geq 0$  ב.  $x > 1$ , ירידה-  $0 < x < 1$  ב.  $(1, 2e)$  ג.  $2.0986$

5. א. 21 חודשים ב.  $x \neq 0$  ב. זוגית ב.  $y = -\frac{1}{e}$

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
 ב. בגרות לנבחנים אקסטראניים  
 מועד הבחינה: תשע"ג, מועד ב  
 מספר השאלון: 317, 035807  
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד — שאלון שני

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
 פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים  
 פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
 מספרים מרוכבים —  $33\frac{1}{3} \times 2$  —  $66\frac{2}{3}$  נקודות  
 גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות —  $33\frac{1}{3} \times 1$  —  $33\frac{1}{3}$  נקודות  
 סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
 (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים** ( $\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה —  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות  $A(-a, 0)$  ו-  $B(a, 0)$ ,  $a > 0$ .

המקום הגאומטרי של כל הנקודות שמרחקן מהנקודה  $A$  גדול פי 2 ממרחקן מהנקודה  $B$

זהה למקום הגאומטרי של מספרים מרוכבים  $z$  המקיימים  $|z + b| = 4$ .

$a$  ו-  $b$  הם פרמטרים ממשיים.

א. מצא את הערך של  $a$  ואת הערך של  $b$ .

ב. מלבן TNEF, שצלעותיו מקבילות לצירים, חסום במקום הגאומטרי המתואר בפתח.

שיעורי ה-  $y$  של הקדקודים  $E$  ו-  $F$  קטנים מ- 0.

המספר המרוכב  $z = 2 + iy$  מייצג את הקדקוד  $T$  של המלבן.

הנקודה  $C$  נמצאת על ציר ה-  $x$  כך ש-  $\vec{CN} \cdot \vec{CF} = -16$ .

מצא את השיעורים של הנקודה  $C$ .

2. הישר  $\ell$  עובר דרך הנקודות  $A(0, 0, 1)$  ו-  $B(1, 1, 0)$ .

הישר מאונך למישור  $\pi_1$ , וחותך את המישור בנקודה  $D$ .

המישור  $\pi_1$  עובר דרך ראשית הצירים  $O$ .

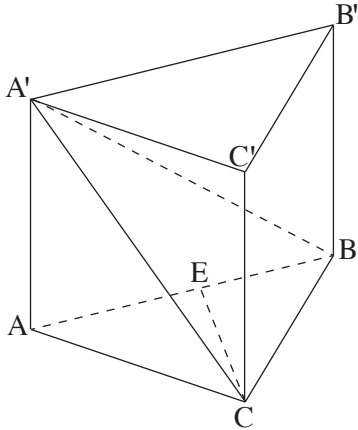
א. מצא את שטח המשולש  $OAD$ .

ב. (1) המישור  $\pi_2$  מכיל את ציר ה-  $x$  ומקביל לישר  $\ell$ .

מצא את הזווית בין הישר  $\ell$  ובין ישר החיתוך שבין המישור  $\pi_1$  למישור  $\pi_2$ .

(2) מצא את המרחק של הישר  $\ell$  מישר החיתוך שבין המישור  $\pi_1$  למישור  $\pi_2$ .





3. נתונה מנסרה ישרה  $ABCA'B'C'$

שבסיסה משולש שווה-צלעות.

הנקודה E נמצאת על המקצוע AB

כך ש-  $AE = kAB$  ( $0 < k < 1$ ).

א. נתון כי הזווית בין המישור  $A'EC$

למישור ABC היא הזווית  $A'EA$ .

מצא את הערך של k.

נתון:  $AC = 2$ ,  $\angle A'EA = 45^\circ$ .

הזווית בין המישור  $A'EC$  למישור ABC היא  $\angle A'EA$ .

ב. חשב את הזווית בין המישור ABC למישור  $A'BC$ .

נקודה F נמצאת על המישור  $A'BC$  (לאו דווקא על BC) כך ש-  $\vec{AF}$  מאונך ל-  $\vec{BC}$ ,

ומתקיים:  $\vec{A'F} = t\vec{A'C} + m\vec{A'B}$ .

ג. סמן:  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ,  $\vec{AC} = \underline{u}$ ,  $\vec{AB} = \underline{v}$ , והוכח כי  $t = m$ .

## ◀ המשך בעמוד 4

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

( $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. נתונות הפונקציות:  $f(x) = e^{-ax}$ ,  $g(x) = e^{ax}$ ,  $a > 0$ .

(1) סמן במערכת צירים את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$

והישר  $x = \frac{1}{a}$  ואת השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$

והישר  $x = -\frac{1}{a}$ .

(2) השטחים שסימנת בתת-סעיף א (1) מסתובבים סביב ציר ה- $x$ .

הבע כפונקציה של  $a$  את הנפח הכולל של גוף הסיבוב שנוצר,  $V(a)$ .

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $V(a)$ .

ב. בתאריך 1/1/2005 הופקד בבנק א' סכום כסף מסוים, ובאותו תאריך הופקד גם בבנק ב'

אותו סכום כסף. בכל אחד מהבנקים סכום הכסף שהופקד גדל כל שנה באחוז קבוע.

כעבור 7 שנים היו בבנק א' 12,298 שקלים, ובבנק ב' היו 13,162 שקלים.

כעבור כמה שנים מהתאריך 1/1/2005 יהיה בבנק ב' סכום כסף הגדול ב- 25% מסכום

הכסף שיהיה בבנק א'?

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{kx}{\ln x}$ ,  $k$  הוא פרמטר שונה מ-0.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. (1) מצא עבור אילו ערכים של  $k$  לפונקציה  $f(x)$  יש מקסימום.

נתון כי בתחום  $x > 1$  הפונקציה  $f(x)$  מקבלת את כל הערכים  $y \leq -2$  ורק אותם.

(2) מצא את הערך של  $k$ .

(3) נתון גם כי הישר  $x = 1$  הוא האסימפטוטה היחידה של הפונקציה  $f(x)$ .

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בכל תחום הגדרתה.

ג. מבין המשיקים לגרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $x > 1$ , מצא את נקודת ההשקה של המשיק

ששיפועו מינימלי.

## בהצלחה!

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
 מועד הבחינה: קיץ תשע"ג, 2013  
 מספר השאלון: 317,035807  
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
 פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים  
 פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
 $66\frac{2}{3}$  –  $33\frac{1}{3} \times 2$  – מספרים מרוכבים  
 $33\frac{1}{3}$  –  $33\frac{1}{3} \times 1$  – פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
 100 – סה"כ – נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
 (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.  
 שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

המשך מעבר לדף

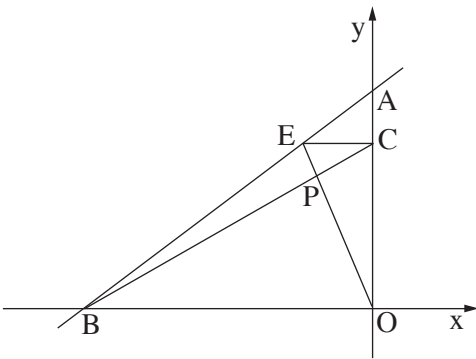
## ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים** ( $\frac{2}{3}$  נקודות) 66

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה —  $33\frac{1}{3}$  נקודות).  
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונות הנקודות:  $A(0, 6)$ ,  $B(-8, 0)$ .

דרך הנקודה E שעל הקטע AB מעבירים

ישר המקביל לציר ה-x

(הנקודה E שונה מ-A ומ-B).

הישר חותך את ציר ה-y בנקודה C.

הישר BC חותך את הישר OE בנקודה P.

O — ראשית הצירים (ראה ציור).

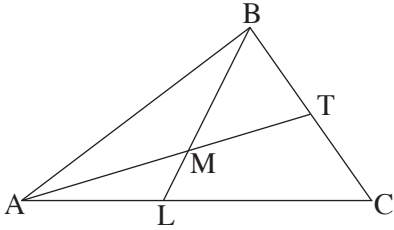
א. הראה כי המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות P הנוצרות באופן שתואר,

נמצא על קו ישר.

ב. הנקודה  $P_0$  נמצאת על המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א, כך שהנקודה E היא

מרכז המעגל החוסם את המשולש ABO.

מצא את שטח המשולש  $AP_0O$ .



2. במשולש ABC התיכון לצלע BC הוא AT.

הנקודה L נמצאת על הצלע AC.

AT ו-BL נפגשים בנקודה M

(ראה ציור).

נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$  ,  $\vec{AC} = \underline{v}$  ,  $\vec{AM} = \alpha \vec{AT}$  ,  $\vec{BM} = \beta \vec{BL}$ .

א. נתון:  $\frac{AL}{LC} = \frac{3}{4}$

מצא את הערך של  $\alpha$  ואת הערך של  $\beta$ .

ב. (1) מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי שעליו מונחות הנקודות B,

שעבורן במשולש ABC מתקיים:  $AT = \sqrt{50}$  ,  $\underline{v} = (7, 7)$  ,  $A(1, 0)$ .

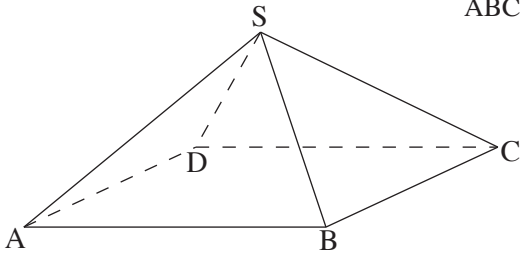
על פי הנתונים שבתת-סעיף ב(1) והנתון שבסעיף א ענה על התת-סעיפים (2) ו-(3).

(2) מצא את השיעורים של הנקודה L.

(3) אם הישר MB מקביל לציר ה-y, מצא את השיעורים של הקדקוד B.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

## ◀ המשך בעמוד 4



3. א. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD

הוא מקבילית (ראה ציור).

$$\vec{SA} = \underline{w} \quad , \quad \vec{SB} = \underline{u} \quad \text{נסמן:}$$

$$\vec{SD} = \underline{v}$$

$$(1) \quad \underline{w} \quad \vee \quad \underline{u} \quad , \quad \underline{v}$$

את הווקטור  $\vec{SC}$ .

$$(2) \quad \text{נתון גם: } SC = SA \quad , \quad SD = SB \quad , \quad |\underline{w}| = 2a \quad , \quad |\underline{u}| = a$$

$$\angle ASB = \beta \quad , \quad \angle ASD = \alpha \quad , \quad \angle DSB = 90^\circ$$

$$\text{הראה כי } \cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{2}$$

ב.  $z$  הוא מספר מרוכב.

$$(1) \quad \text{פתור את המשוואה } |z| + 2z = \sqrt{3}$$

$$(2) \quad \text{הראה כי כאשר } n \text{ הוא מספר טבעי, אז } z^{6n} \text{ יכול לקבל רק שני ערכים.}$$

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

## המשך בעמוד 5

## פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

$$4. \quad \text{נתונה פונקציית הנגזרת} \quad f'(x) = \frac{2\ln x \cdot (2 - \ln x)}{x \cdot (1 - \ln x)^2}$$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של  $f'(x)$ .

(2) אחת משתי האסימפטוטות האנכיות של  $f'(x)$  היא  $x = 0$ .

מצא את האסימפטוטה האנכית השנייה.

(3) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של  $f'(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את התחומים שבהם  $f'(x)$  היא שלילית, ואת התחומים שבהם היא חיובית.

ב. ידוע כי לפונקציית הנגזרת  $f'(x)$  יש גם אסימפטוטה אופקית,  $y = 0$ .

סרטט סקיצה של הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

ג. הישר  $y = -4$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x > e$ .

(1) מצא אתה השיעורים של נקודת ההשקה. נמק.

(2) הסבר מדוע  $f(e^3) < -4$ .

(3) השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$

בתחום  $e^2 \leq x \leq e^3$ , שווה ל-0.5.

מצא את הערך של  $f(e^3)$ .

## המשך בעמוד 6



5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{a^{x+1}}{a^{2x} - 1}$ ,  $0 < a < 1$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. הראה כי הפונקציה  $f(x)$  היא אי־זוגית.
- ג. מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. ידוע שפונקציית הנגזרת  $f'(x)$  היא פונקציה זוגית. העבירו ישר  $\ell$  המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = 1$ , והעבירו ישר אחר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה אחרת,  $T$ . שני המשיקים מקבילים זה לזה.  
( $T$  היא הנקודה היחידה על גרף הפונקציה  $f(x)$  שבה המשיק מקביל ל- $\ell$ .)  
הבע באמצעות  $a$  (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה  $T$ . נמק.

## בהצלחה!

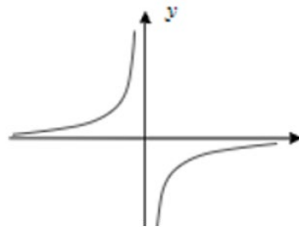
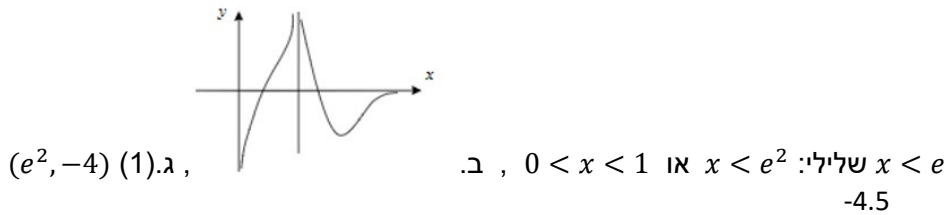
035582 - 2013 - קיץ

1. א.  $y = 1.5x + 6$ , ב. 8 יח"ר

2. א.  $\alpha = 0.6, \beta = 0.7$ , ב.  $(x+6)^2 + (y+7)^2 = 200$ , ב.  $(4,3)$ , ב.  $B(4,-17)$

3. א.  $\vec{SC} = \underline{u} + \underline{v} - \underline{w}$  (1), א (2) הוכחה, ב.  $Z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$  (1), ב (2) הוכחה, 1 או -1.

4. א.  $x > e$  או  $0 < x < e$ , א (2)  $x = e$ , א (3)  $(1, 0)$ , א (4)  $(e^2, 0)$ , חיובי:  $e < x < e^2$  או  $1 < x < e$



5. א.  $x \neq 0$ , ב. הוכחה, ג. עלייה:  $x \neq 0$

$$\left(-1, \frac{a^2}{1-a^2}\right)$$

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
 מועד הבחינה: חורף תשע"ג, 2013  
 מספר השאלון: 317,035807  
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד — שאלון שני

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
 פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים  
 —  $33\frac{1}{3} \times 2$  —  $66\frac{2}{3}$  נקודות  
 פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
 —  $33\frac{1}{3} \times 1$  —  $33\frac{1}{3}$  נקודות  
 סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
 (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.  
 שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

המשך מעבר לדף ◀

## ה ש א ל ו ת

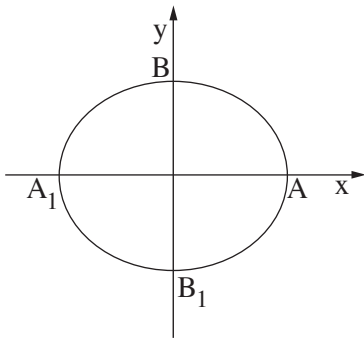
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים** ( $\frac{2}{3}$  נקודות) 66

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה —  $\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונה האליפסה  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $a > b$  (ראה ציור).

$F_1$  ו-  $F_2$  הם מוקדי האליפסה

וקדקודיה הם  $A, A_1, B, B_1$ .

נתון כי המוקד  $F_1$  הוא אמצע הקטע  $AF_2$ .

דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה העבירו מעגל.

נתון כי קוטר המעגל הוא  $\sqrt{17}$ .

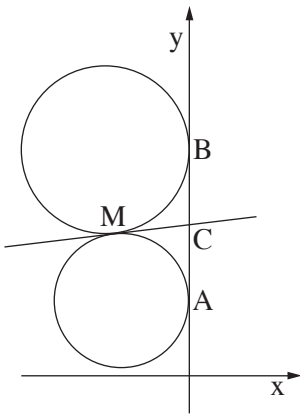
א. מצא את משוואת האליפסה.

ב. העבירו עוד שלושה מעגלים אחרים דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה. המרכזים של

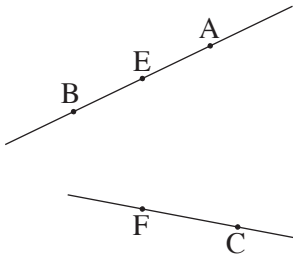
ארבעת המעגלים הם קדקודים של מרובע.

המרובע, הנמצא במישור  $[x, y]$ , הוא בסיס של פירמידה שקדקודה הוא  $S(0, 3, 4)$ .

מצא את נפח הפירמידה.



2. שני מעגלים שמרכזיהם נמצאים ברביע השני, משיקים לציר ה- $y$  בנקודות  $A(0, 1)$  ו- $B(0, 3)$ . המעגלים משיקים זה לזה בנקודה  $M$  (ראה ציור).
- א. המשיק המשותף לשני המעגלים חותך את ציר ה- $y$  בנקודה  $C$ .  
הראה כי  $MC = \frac{1}{2}AB$ .
- ב. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות ההשקה  $M$  הנוצרות באופן שתואר.
- (2) מהי הצורה של המקום הגאומטרי של הנקודות  $M$ , ובאיזה רביע/רביעים הוא נמצא?
- ג. המדרוך של הפרבולה  $y^2 = 2px$  משיק למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב. מצא את השיעורים של הנקודות על הפרבולה שמרחקן מהמוקד שלה הוא 10.



3. נתונים שני ישרים מצטלבים. קטע  $AB$  נמצא על אחד הישרים, וקטע  $CF$  נמצא על הישר האחר. נקודה  $E$  היא אמצע הקטע  $AB$  (ראה ציור).
- נסמן:  $\vec{EA} = \underline{w}$ ,  $\vec{FE} = \underline{v}$ ,  $\vec{CF} = \underline{u}$ .
- נתון:  $\underline{v} \perp \underline{u}$ ,  $\underline{v} \perp \underline{w}$

$$|\underline{u}| = \sqrt{7}, \quad |\underline{v}| = \sqrt{13}, \quad |\underline{w}| = \sqrt{5}$$

קוסינוס הזווית בין הווקטורים  $\underline{w}$  ו- $\underline{u}$  הוא  $\frac{\sqrt{35}}{10}$ .

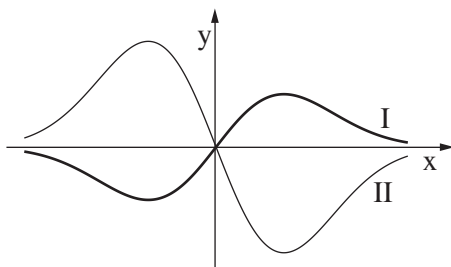
- א. מצא את גודל הזווית  $ABC$ .
- נתון גם:  $A(0, 2, 3)$ ,  $B(2, 6, 3)$ . מישור  $\pi$  עובר דרך הנקודה  $B$  ומאונך לישר  $AB$ .
- ב. מצא את משוואת המישור  $\pi$ .
- ג. היעזר בתשובתך לסעיף א ומצא את גודל הזווית שבין הישר  $BC$  למישור  $\pi$ .

## פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33  $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

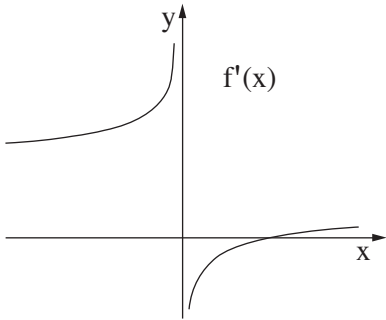
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונות הפונקציות  $f(x)$  ו- $g'(x)$ .הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת  $g'(x)$ מקיימות:  $g'(x) = -2f(x)$ .

בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו-II

של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g'(x)$ .א. קבע איזה גרף הוא של הפונקציה  $f(x)$ ,ואיזה גרף הוא של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ . נמק.ב. נתון גם:  $g'(x) = -2xe^{-x^2}$ ,  $g(0.5) = \frac{1}{e^{0.25}}$ .מצא עבור אילו ערכים של  $x$  הגרף של הפונקציה  $f(x)$  נמצא מעל הגרף של הפונקציה  $g(x)$ .ג. הישר  $l_1$  עובר דרך נקודת המינימום של הפונקציה  $f(x)$  ודרך נקודת המקסימום שלפונקציית הנגזרת  $g'(x)$ .הישר  $l_2$  עובר דרך נקודת המקסימום של הפונקציה  $f(x)$  ודרך נקודת המינימום שלפונקציית הנגזרת  $g'(x)$ .מצא את משוואת הישר  $l_1$ , ואת משוואת הישר  $l_2$ .ד. השטח, המוגבל על ידי הישר  $l_1$ , על ידי הגרף של הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הגרף שלפונקציית הנגזרת  $g'(x)$ , הוא  $S_1$ .השטח, המוגבל על ידי הישר  $l_2$ , על ידי הגרף של הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הגרף שלפונקציית הנגזרת  $g'(x)$ , הוא  $S_2$ .מהו היחס  $\frac{S_1}{S_2}$ ? נמק.

5. בציור שלפניך מוצג הגרף



$$f'(x) = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x} - 2}{\sqrt[3]{x}}$$

של פונקציית הנגזרת  
הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .

א. היעזר בגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , ומצא:

(1) את תחומי העלייה והירידה

של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

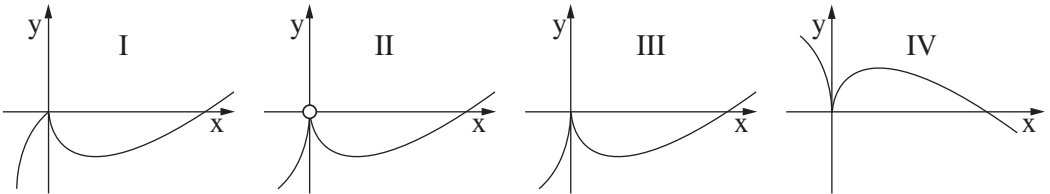
(2) את תחומי הקעירות כלפי מעלה  $\cup$  וכלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $f(x)$

(אם יש כאלה). נמק.

ב. נתון כי הישר  $y = -1$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המינימום שלה.

מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ג. לפניך ארבעה גרפים I-IV. איזה גרף עשוי לתאר את הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.



## בהצלחה!

1. א.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$  , ב.  $\sqrt{128}$

2. א. הוכחה , ב(1)  $x^2 + (y - 2)^2 = 1$  , ב(2) קשת של  $x^2 + (y - 2)^2 = 1$  ברביע השני, ג. (9,6), (9,-6)

3. א.  $80^\circ$  , ג.  $x + 2x = 14$  ,  $9.1^\circ$

4. א. גרף  $f(x)$  , גרף  $g(x)$  , ב.  $x > 1$  , ג.  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  , ד.  $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. א. עלייה:  $x < 1$  או  $x < 0$  , ירידה:  $0 < x < 1$  , א(2) קעור כלפי מעלה:  $x < 0$  , או  $x > 0$  , קעירות כלפי מטה: אין, ב.  $(0,0)$  ,  $(3\frac{3}{8}, 0)$  , ג. גרף ווו



סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
 מועד הבחינה: תשע"ב, מועד ב  
 מספר השאלון: 317, 035807  
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד — שאלון שני

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
 פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים  
 פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
 מספרים מרוכבים —  $33\frac{1}{3} \times 2$  —  $66\frac{2}{3}$  נקודות  
 גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות —  $33\frac{1}{3} \times 1$  —  $33\frac{1}{3}$  נקודות  
 סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
 (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.  
 שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים** ( $\frac{2}{3}$  נקודות) 66

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה —  $\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. במשולש ישר-זווית ABC נתון:  $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ ,  $C(4, -2)$ ,

משוואת היתר AB היא  $2x + y - 3 = 0$ ,

שיעור ה־x של קדקוד A גדול משיעור ה־x של קדקוד B.

א. מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B, שעבורם

ניצבי המשולש ABC מקבילים לצירים.

ב. נתון כי ניצבי המשולש ABC אינם מקבילים לצירים, אך אורך היתר שלו זהה לאורך היתר

במשולש שבסעיף א.

מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B במקרה זה.

/המשך בעמוד 3/

2. נתונה פירמידה ישרה  $SABC$ . נסמן:  $\vec{SA} = \underline{u}$ ,  $\vec{SB} = \underline{v}$ ,  $\vec{SC} = \underline{w}$ .

$M$  היא נקודה במישור  $ABC$  כך ש-  $\vec{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$ .

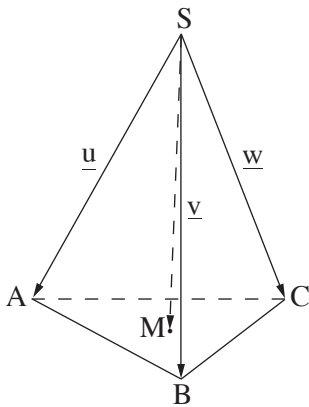
נתון:  $\underline{u} \cdot \underline{v} = \underline{v} \cdot \underline{w} = \underline{u} \cdot \underline{w}$

א. הוכח כי הווקטור  $\vec{SM}$  מאונך למישור  $ABC$ .

נתון גם:  $\underline{u} = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -2\right)$

$\underline{v} = \left(\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -2\right)$

$\underline{w} = (0, \sqrt{3}, -2)$ ,  $C(0, \sqrt{3}, 0)$



ב. מצא את משוואת המישור  $ABC$ .

ג. דרך קדקוד  $C$  העבירו מישור  $\pi$  המקביל למקצוע  $AB$  ויוצר זווית של  $30^\circ$

עם המישור  $ABC$ . מצא את משוואת המישור  $\pi$  (מצא את שני הפתרונות).

3. א.  $z_1$  ו-  $z_2$  הם מספרים מרוכבים שונים מאפס. נתון כי  $\frac{z_1}{z_2}$  הוא מספר מדומה טהור.

הוכח כי הישר העובר דרך הנקודה  $z_1$  וראשית הצירים מאונך לישר העובר דרך

הנקודה  $z_2$  וראשית הצירים. (הנקודות  $z_1$  ו-  $z_2$  מייצגות במישור גאוס את המספרים הנתונים).

ב. נתונה פירמידה ישרה  $EABCD$  שבסיסה  $ABCD$  הוא ריבוע.

$F$  היא נקודה על המקצוע  $EC$ ,

ו-  $G$  היא נקודה על המקצוע  $ED$  כך

שנוצר המישור  $GFBA$ .

$EL$ , הגובה ל-  $DC$  בפאה  $EDC$ ,

חותך את  $GF$  בנקודה  $K$ .

$KM$  הוא אנך אמצעי ל-  $AB$  (ראה ציור).

הזווית בין פאה צדדית של הפירמידה

לבסיס הפירמידה היא  $70^\circ$ . הזווית בין המישור  $GFBA$

לבסיס הפירמידה היא  $40^\circ$ . גובה הפירמידה הוא  $2.75$  ס"מ.

מצא את האורך של הקטע  $KL$ .

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

## פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{a \ln x}{\sqrt{x}}$ ,  $a < 0$ .

א. מצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. השטח, החסום על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה־ $x$  ועל ידי הישר העובר בנקודת הקיצון

של הפונקציה ומאונך לציר ה־ $x$ , מסתובב סביב ציר ה־ $x$ . נפח גוף הסיבוב שמתקבל הוא  $\frac{8\pi}{3}$ .

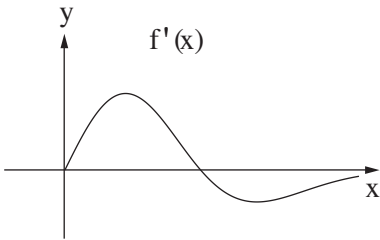
מצא את הערך של  $a$ .

/המשך בעמוד 5/

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = (x^2 - a)e^{-0.5x^2}$  המוגדרת לכל  $x$ .  $a$  הוא פרמטר.

א. (1) האם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית או אי-זוגית? נמק.

(2) האם פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  היא זוגית או אי-זוגית? נמק.



בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

בתחום  $x \geq 0$ .

בתחום זה יש לפונקציית הנגזרת  $f'(x)$

מקסימום מוחלט ומינימום מוחלט, כמתואר בציור.

אחת מנקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- $x$  היא נקודה

$$\text{שבה } x = \sqrt{\frac{5}{2}}.$$

ב. מצא את שיעורי ה- $x$  (ערכים מספריים) של המקסימום המוחלט ושל המינימום המוחלט

של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  בתחום  $x \geq 0$ .

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  בכל תחום ההגדרה שלה.

ד. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת ההשקה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  הוא:

(1) הגדול ביותר בכל תחום הגדרתה. נמק.

(2) הקטן ביותר בכל תחום הגדרתה. נמק.

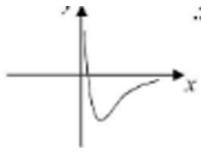
## בהצלחה!

035582 - 2012 - מועד ב'

1. א.  $A(5, -5)$ ,  $B(2.5, -2)$  ב.  $A(3.1, -3.2)$ ,  $B(1.6, -0.2)$

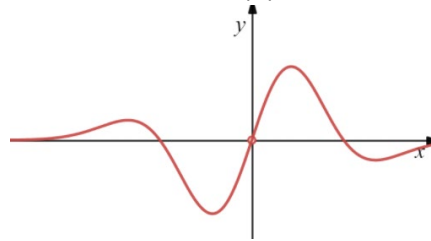
2. א. הוכחה, ב.  $z = 0$ , ג.  $y - \sqrt{3}z - \sqrt{3} = 0$  או  $y + \sqrt{3}z - \sqrt{3} = 0$

3. א. הוכחה, ב. 1.37 ס"מ



4. א. (1)  $x > 0$ , א (2)  $(1,0)$ , א (3) עלייה:  $x > e^2$ , ירידה:  $0 < x < e^2$ , ב. ג.  $a = -1$

5. א. (1)  $f(x)$  - זוגית, א (2)  $f'(x)$  - אי זוגית, ב. מקסימום מוחלט  $x = \sqrt{0.5}$  ומינימום מוחלט  $x = -\sqrt{0.5}$



$x = -\sqrt{0.5}$  (2) ד,  $x = \sqrt{0.5}$

$\sqrt{5}$

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
 מועד הבחינה: קיץ תשע"ב, 2012  
 מספר השאלון: 317,035807  
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
 פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים  
 פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
 מספרים מרוכבים –  $33\frac{1}{3} \times 2$  –  $66\frac{2}{3}$  נקודות  
 גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות –  $33\frac{1}{3} \times 1$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות  
 סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
 (3) לטיטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.  
 שימוש בטיטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
**ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

**ב ה צ ל ח ה !**

## ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים** ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה —  $33\frac{1}{3}$  נקודות). שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. במשולש ABC משוואת הצלע AB היא  $y = x - 1$ ,

ומשוואת הצלע AC היא  $y = -x + 3$ .

הנקודה  $D(6, 3)$  נמצאת על הצלע BC.

$$\text{נתון כי } \frac{BD}{DC} = \frac{1}{3}.$$

א. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.

ב. הנקודה  $D(6, 3)$  נמצאת על הפרבולה  $y^2 = 2px$ .

ישר המשיק לפרבולה בנקודה D נפגש בנקודה F עם ישר העובר דרך C

$$\text{כך ש- } FD = FC.$$

מצא את שטח המשולש FDC.

2. נתונים שני מישורים  $\pi_1$  ו- $\pi_2$  המקבילים זה לזה.

המרחק בין שני המישורים הוא 2.

מישור  $\pi_1$  עובר דרך הנקודות  $A(2, 0, 3)$  ו- $B(0, 0, 6)$ .

מישור  $\pi_2$  עובר דרך הנקודה  $C(-2, 0, 2)$ .

מצא את משוואת המישור  $\pi_1$  ואת משוואת המישור  $\pi_2$

(מצא את שתי האפשרויות לכל אחד מהמישורים).



3. א. נתונה המשוואה  $z^3 = w$ .

נתון כי אחד הפתרונות של המשוואה הוא  $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ .

הראה כי מכפלה של כל שני פתרונות של המשוואה גם היא פתרון של המשוואה.

ב. נתונה פירמידה ישרה ABCDE שבסיסה ריבוע

(ראה ציור).

הזווית בין פאה צדדית בפירמידה

לבסיס הפירמידה היא  $70^\circ$ .

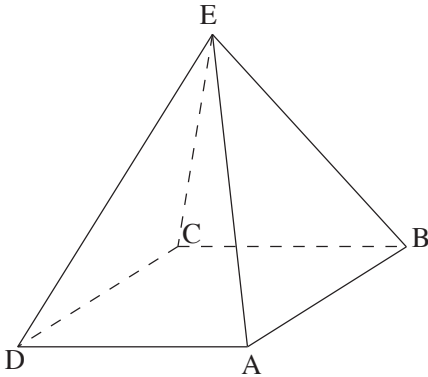
(1) מצא את גודל זווית הראש בפאה צדדית.

(2) נפח הפירמידה הוא 11 סמ"ק.

מצא את האורך של צלע הבסיס של

הפירמידה.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.



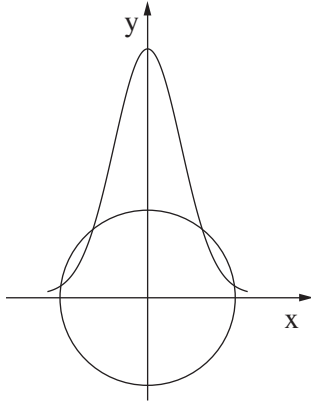
/המשך בעמוד 4/

## פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

( $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. נתונה הפונקציה  $f(x) = e^2 - 0.5x^2$ .

מעגלים שמרכזם בראשית הצירים

נפגשים עם גרף הפונקציה

(ראה ציור).

מבין כל הרדיוסים של מעגלים אלה

מצא את הרדיוס המינימלי.

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = -\frac{a}{(a^2 + 1)(ax + 1)}$ .  $a$  הוא פרמטר בפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי הפונקציה  $F(a)$  בתחום  $a \geq 0$  מקיימת:  $F(a) = \int_0^a f(x) dx$ .

א. מצא את הפונקציה  $F(a)$ .

ב. בתחום  $a \geq 0$  מצא:

(1) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $F(a)$ , וקבע את סוגן.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $F(a)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $F(a)$  בתחום  $a \geq 0$ .

### בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

035582 - 2012 - קיץ

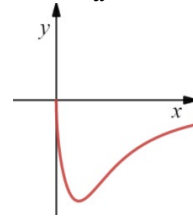
1. א.  $(x - 6)^2 + (y - 1)^2 = 16$ , ב. 36 יח"ר

2.  $\pi_1: 3x + 6y + 2z - 12 = 0$  או  $\pi_1: 3x + 6y + 2z - 12 = 0$  או  $\pi_2: 3x + 6y + 2z + 2 = 0$   
או  $\pi_2: 3x - 6y + 2z + 2 = 0$

3. א. הוכחה, ב. 37.76, ב. 2.88 ס"מ

4.  $\sqrt{5}$

5. א.  $F(a) = -\frac{\ln(a^2+1)}{a^2+1}$ , ב. (1) מינום  $(\sqrt{e-1}, -\frac{1}{e})$ , מקסימום (0,0), ב. (2) (0,0), ג.



## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים  
פרק שני – גדילה ודעיכה,  
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמסגיחים.  
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

**ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

**ב ה צ ל ח ה !**

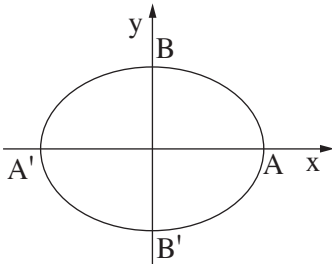
## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים** (66  $\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. האליפסה  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  חותכת את ציר ה- $x$

בנקודות A ו- $A'$ , ואת ציר ה- $y$  היא

חותכת בנקודות B ו- $B'$ , כמתואר בצירור.

א. נתון כי הישר  $y = -\frac{5}{4}x$  מאונך לישר  $A'B$ ,

והמרחק בין הנקודה B לאחד המוקדים של האליפסה הוא 5.

מצא את משוואת האליפסה.

ב.  $F_1$  ו- $F_2$  הם המוקדים של האליפסה. E היא נקודה על האליפסה.

מצא את ההיקף של המשולש  $EF_1F_2$ .

ג. מקרבים את מוקדי האליפסה זה לזה לאורך ציר ה- $x$ .

נוצרת אליפסה קנונית חדשה העוברת גם היא דרך הנקודות A ו- $A'$ ,

ומוקדיה הם  $F'_1$  ו- $F'_2$ .

$E'$  היא נקודה על האליפסה החדשה כך ש- $E'E$  מקביל לציר ה- $y$ .

הגובה לצלע  $F'_1F'_2$  במשולש  $E'F'_1F'_2$  גדול פי  $k$  ( $k > 1$ ) מהגובה

לצלע  $F_1F_2$  במשולש  $EF_1F_2$ .

(1) הבע באמצעות  $k$  את משוואת האליפסה החדשה.

(2) עבור איזה ערך של  $k$  המוקדים  $F'_1$  ו- $F'_2$  יתלכדו לנקודה אחת

+ נספח

2. נתונה פירמידה ABCDT שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

משוואת מישור הבסיס ABCD היא:  $2x + 2y - z - 4 = 0$ .

הצגה פרמטרית של הישר TB היא:  $\underline{x} = (1, 2, -7) + t(3, 2, 1)$ .

א. מצא את השיעורים של הקדקוד B.

ב. אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה M.

אחת מהנקודות M ו-D נמצאת על ציר ה-x, ואחת מהן נמצאת על ציר ה-z.

קבע איזו מהנקודות נמצאת על ציר ה-x. נמק.

ג. דרך נקודה על הישר TB העבירו אנך למישור המקבילית ABCD. האנך חותך

את המישור בנקודה E.

(1) מצא הצגה פרמטרית של הישר BE (ההיטל של הישר TB על מישור המקבילית).

(2) מצא את המצב ההדדי בין הישר BE לאלכסון BD.

/המשך בעמוד 4/

3. א.  $z$  הוא מספר מרוכב הנמצא ברביע הרביעי, והערך המוחלט שלו הוא 1.

נתון:  $\left|1 + \frac{1}{z}\right| = \sqrt{3}$ .

$O$  היא ראשית הצירים.

מצא במשולש  $Oz\bar{z}$ :

(1) את זוויות המשולש.

(2) את אורכי הצלעות של המשולש.

ב. נתונה פירמידה ישרה  $SABCD$

שבסיסה  $ABCD$  הוא ריבוע.

$M$  היא נקודה על המקצוע  $SC$

כך ש- $\sphericalangle DMB$  היא הזווית

שבין שתי פאות סמוכות (ראה ציור).

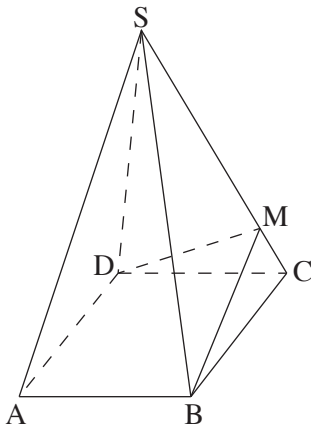
נתון:  $\sphericalangle DMB = 2\alpha$ ,

זווית הבסיס בפאה צדדית היא  $\beta$ .

(1) מצא את הערך של המכפלה  $\sin \alpha \cdot \sin \beta$ .

(2) האם ייתכן ש- $\alpha = 45^\circ$ ? נמק.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.



## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

( $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתון כי הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ , המוגדרות לכל  $x$ , מקיימות:

$$g'(x) = e^{f(x)} \left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

ישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת הקיצון שלה, חותך את ציר ה-  $y$

$$\text{בנקודה שבה } y = -\frac{1}{4}.$$

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$  עם הצירים.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה (אם יש כאלה) של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ .

(3) נתון גם: עבור  $x < 1.5$   $g'''(x) < 0$

עבור  $x > 1.5$   $g'''(x) > 0$

סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ . נמק.

ב. לישר  $y = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}} + 1$  ולפונקציה  $g(x)$  יש נקודה משותפת אחת בלבד.

מצא את הפונקציה  $g(x)$ . נמק.



5. משקל העץ בשני יערות, יער I ויער II, גדל עם הזמן לפי פונקציות מעריכיות  $f(x) = N_0 \cdot a^x$  ו-  $g(x) = M_0 \cdot b^x$  בהתאמה. העצים בשני היערות ניטעו באותו תאריך.
- ביום הנטיעה היו ביער I 10,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 15,000 טון עץ. ביום הנטיעה היו ביער II 40,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 45,000 טון עץ.
- א. מצא את הפונקציה  $f(x)$  ואת הפונקציה  $g(x)$ .
- ב. מצא כעבור כמה זמן מיום הנטיעה יהיה משקל העץ ביער I גדול ממשקל העץ ביער II.
- ג. סרטט בקו מלא (—) סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ , ובקו מרוסק (---) סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ , החל מיום הנטיעה. ציין מספרים על הצירים.
- ד. כעבור כמה זמן מיום הנטיעה ההפרש בין משקל העץ ביער II למשקל העץ ביער I יהיה הגדול ביותר?
- בתשובותיך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

## בהצלחה!

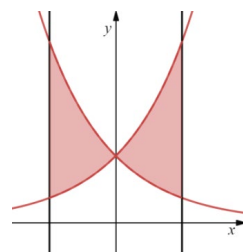
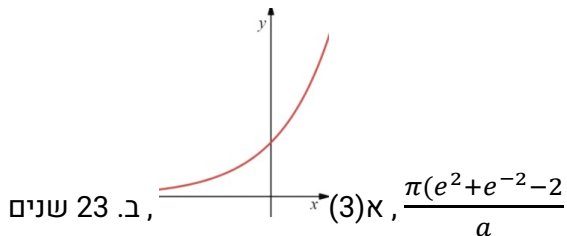
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מועד ב' - 035582 - 2013

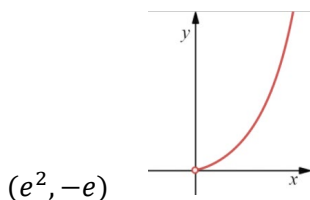
1. א.  $a=3, b=-5$ . ב.  $C(5,0)$

2. א.  $\frac{\sqrt{2}}{6}$ . ב.  $(1, 90^\circ)$ . ב.  $(2, \frac{\sqrt{2}}{2})$

3. א.  $k=0.5$ . ב.  $30^\circ$ . ג. הוכחה



4.



5. א.  $x > 1$  או  $0 < x < 1$ . ב.  $k < 0$ . ב.  $(2)$ . א.  $k = -\frac{2}{e}$

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים  
פרק שני – גדילה ודעיכה,  
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

/המשך מעבר לדף/

**ב ה צ ל ח ה !**

## ה ש א ל ו ת

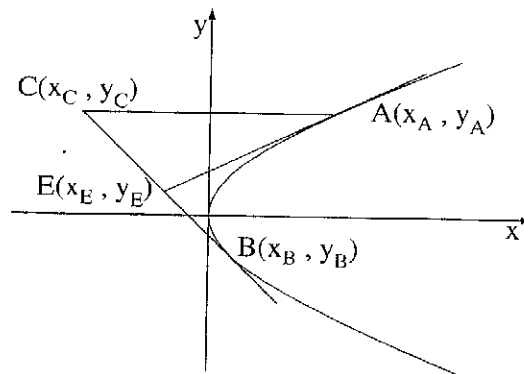
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים** ( $\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה –  $\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונה הפרבולה  $y^2 = 2x$ .

ישר המשיק לפרבולה בנקודה A

נפגש בנקודה E עם ישר המשיק

לפרבולה בנקודה B

(A ברביע הראשון ו-B ברביע הרביעי).

דרך הנקודה A העבירו ישר החותך את

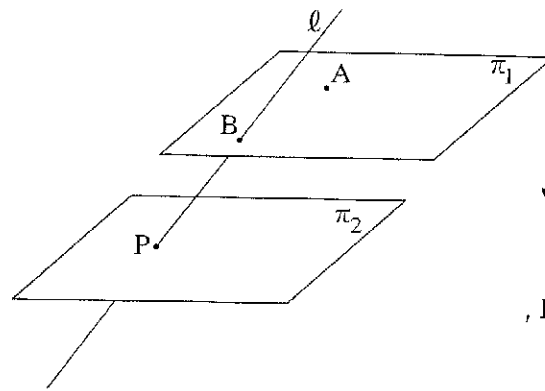
המשך EB בנקודה C כך ש-  $CE = EB$ ,

כמתואר בציור.

א. הראה כי  $y_B(y_A - y_B) = x_A - x_B$ .

ב. הראה כי CA מקביל לציר ה-x.

/המשך בעמוד 3/



נתונות משוואות של שני מישורים:

$$\pi_1: 2x + y + 2z + 10 = 0$$

$$\pi_2: 2x + y + 2z - 10 = 0$$

ונתון ישר שהצגתו הפרמטרית היא:

$$\ell: \underline{x} = (0, 10, 0) + t(0, 2, 1)$$

הישר  $\ell$  חותך את המישור  $\pi_1$  בנקודה B,

ואת המישור  $\pi_2$  הוא חותך בנקודה P.

הנקודה  $A(-5, 0, z)$  נמצאת במישור  $\pi_1$  (ראה ציור).

מהנקודות A ו-B העבירו אנכים למישור  $\pi_2$ , החותכים את המישור

בנקודות D ו-C בהתאמה.

מצא את נפח הפירמידה PABCD (שבסיסה ABCD).

3. א. נתון מספר מרוכב  $z$  (שהוא לא ממשי) המקיים  $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \beta$ ,  $z \neq 0$ .

(1) הבע באמצעות  $\beta$  את  $z$ . מצא את שני הפתרונות.

(2) האם הביטוי  $z^n + \frac{1}{z^n}$  הוא מספר ממשי טהור או מספר מדומה טהור

או מספר המורכב ממספר ממשי וממספר מדומה? נמק.

(n הוא מספר טבעי,  $z$  הוא המספר הנתון).

ב. נתון כי מספר מרוכב  $z$  נמצא ברביע הראשון מחוץ למעגל היחידה.

סרטט במערכת צירים סקיצה של מעגל היחידה,

ומקם בסרטוט את המספר  $z$ , ואת:

(1)  $\frac{1}{z}$ . נמק.

(2)  $\frac{1}{\bar{z}}$ . נמק.

(3)  $z + \bar{z}$ . נמק.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 4/

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**(33  $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

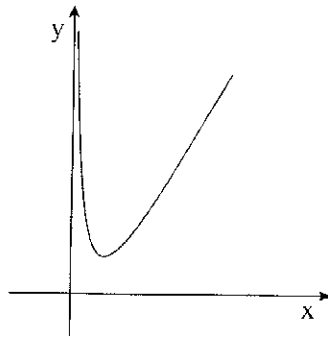
**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.4. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2^{x-3} - b$  המוגדרת לכל  $x$ .  $b$  הוא פרמטר גדול מ-1.א. (1) הבע באמצעות  $b$  את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לצירים (אם יש כאלה).(2) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).(3) הבע באמצעות  $b$  את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .ב. נתונה הפונקציה  $g(x)$  המקיימת  $g(x) = |f(x)|$ .(1) הבע באמצעות  $b$  את האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$  המקבילות לצירים (אם יש כאלה).(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .ג. הבע באמצעות  $b$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי הצירים ועל ידי הישר  $x = 3$ .

/המשך בעמוד 5/

5. נתונה הפונקציה  $x > 0$ ,  $f(x) = (\ln x)^2 + x$

(ראה ציור),

ונתון הישר  $y = x - 4$ .



א. העתק למחברתך את הגרף של  $f(x)$

והוסף לו סרטוט של הישר הנתון. נמק.

נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

ונקודה B נמצאת על הישר הנתון.

ב. מצא את האורך המינימלי של הקטע AB, אם הקטע מקביל לציר ה- $y$ .

ג. מצא את האורך המינימלי של הקטע AB, אם הקטע מאונך לישר הנתון.

ד. מבין כל הקטעים AB האפשריים, מהו האורך המינימלי של הקטע AB? נמק.

**בהצלחה!**

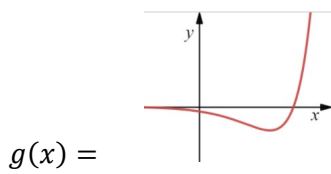
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

חורף - 2012 - 035582

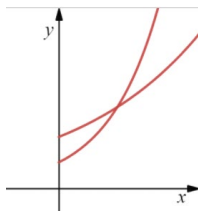
1. א.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  , ב.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$  , ג.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16k^2} = 1$  , ג.  $k=1.25$  (2)

2. א.  $B(-2,0,-8)$  , ב. שיעור ה- $\gamma$  הוא 0 , ג.  $(1,0,2) + t(1,0,2)$  , ג.  $(-2,0,8)$  מתלכדים

3. א.  $(1, 30^\circ, 30^\circ, 120^\circ)$  , א.  $(2, \sqrt{3}, 1, 1)$  , ב.  $(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$  , ב. לא



4. א.  $(0, -1.5e^2)$  , א.  $(1.5, 0)$  , א.  $(2)$  עלייה: כל  $x$ , ירידה: אין, א.  $(3)$   
 $0.5e^{x^2-2x+1} + 1$



5. א.  $f(x) = 10000 \cdot 1.5^x$  ,  $g(x) = 40000 \cdot 1.125^x$



סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
 מועד הבחינה: קיץ תשע"א, 2011  
 מספר השאלון: 035807  
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
 פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – גדילה וזעיכה, פרק שני – פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות. – סה"כ 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
 (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
 ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

/המשך מעבר לדף/

## השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, במירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום למגיעה בציון או לפסילות הבחינה.

פירק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון משולש ABC ששטחו  $12\frac{1}{2}$ .

קדוקי המשולש B ו-C מונחים על הישר  $y = x + 1$ .

שיעורי הקדוק A הם (12,3).

P היא נקודת החיתוך של התיכונים במשולש. שיעור ה-y של P הוא  $5\frac{1}{2}$ .

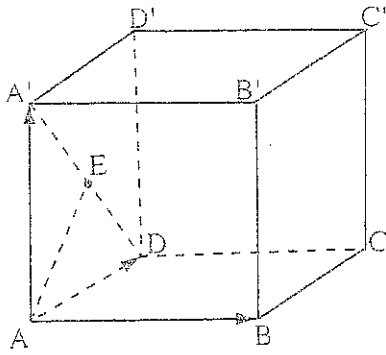
א. מצא את השיעורים של שני הקדוקים האחרים במשולש ABC.

ב. מעבירים ישר המקביל לצלע BC, וחותך את הצלעות האחרות (ולא את המשכיהן)

בנקודות D ו-E.

האורך של DE הוא  $\sqrt{8}$ .

מצא את משוואת הישר DE.



2. נתונה תיבה  $ABCD A'B'C'D'$ .

נסמן:  $\overline{AA'} = \underline{w}$ ,  $\overline{AD} = \underline{v}$ ,  $\overline{AB} = \underline{u}$

נתון:  $|\underline{v}| = 1$ ,  $|\underline{u}| = |\underline{w}| = 2$

נקודה F מקיימת  $\overline{BF} = t \overline{BC}$

ז הוא פרמטר.

הנקודה E היא אמצע האלכסון  $A'D'$ .

א. הראה כי לא קיים ערך של  $t$

שעבורו  $\angle EAF = 30^\circ$ .

ב. (1) מצא את הערך של  $t$  שעבורו  $\cos \angle EAF = \frac{1}{5}$

(2) היכן נמצאת הנקודה F עבור הערך של  $t$  שמצאת: בתוך הקטע BC,

באחד מקצות הקטע BC או מחוץ לקטע BC: נמק.

ג. אם EF מקביל למישור הפאה  $ABB'A'$ , מצא את היחס שבו הנקודה F

מחלקת את הקטע BC. נמק.

ד. האם נפח הפירמידה ABDF תלוי בערך של  $t$ ? אם כן – הסבר מדוע.

אם לא – חשב את נפח הפירמידה.

/המשך בעמוד 4/

3. נתונה סדרה:  $i, i^2, i^3, \dots, i^n, \dots$

א. הראה כי כל איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי קדקודי ריבוע החסום במעגל היחידה (מעגל שרדיוסו 1 ומרכזו בראשית הצירים).

ב. (1) הראה כי סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה הוא מספר ממשי.

(2) מצא את הסכום של 19 האיברים הראשונים בסדרה.

ג. נתונה סדרה של  $n$  מספרים מרוכבים:  $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$

איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי  $n$  קדקודים של מצולע משוכלל בעל  $n$  צלעות החסום במעגל היחידה.

איברים עוקבים בסדרה מייצגים קדקודים סמוכים במצולע נגד כיוון השעון. נתון גם כי  $z_1 = 1$ .

(1) רשום בהצגה קוטבית את האיבר  $z_n$  (הבע באמצעות  $n$ ).

(2) רשום משוואה שפתרונותיה מיוצגים על ידי  $n$  הקדקודים של המצולע המשוכלל.

/המשך בעמוד 5/

## פריק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33  $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln(1 + e^{-x}) + \frac{1}{3}x$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  ?  
 ב.  $M$  ו-  $N$  הן נקודות על גרף הפונקציה  $f(x)$ , ששיעורי ה-  $x$  שלהן שונים מאפס. שיעור ה-  $x$  של  $M$  הוא  $x_0$ , ושיעור ה-  $x$  של  $N$  הוא  $-x_0$ . הוכח כי שיפוע הישר שמשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = 0$ , שווה לשיפוע הקטע  $MN$ .

- ג. מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

- ד. (1) מצא עבור אילו ערכי  $x$  פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  היא שלילית.  
 (2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי שני הצירים.

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln(x^2 + a)$ ,  $a > 0$ , הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. מצא את הערך של  $a$ .  
 ג. מצא את גודל השיפוע המקסימלי של  $f(x)$ , ואת גודל השיפוע המינימלי של  $f(x)$ .  
 הצב  $a = 4$ , וענה על סעיף ד.

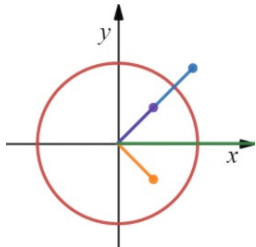
- ד. (1) מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה  $U$  וכלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

**בהצלחה!**

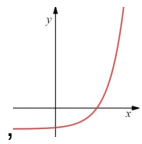
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

1. א. הוכחה, ב. הוכחה

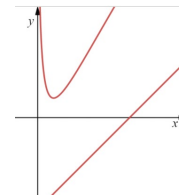
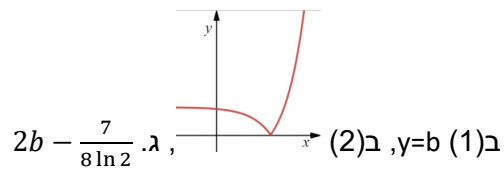
2.  $129 \frac{17}{27}$



3. א.  $(1) z_1 = \cos \beta + t \sin \beta, z_2 = \cos \beta - t \sin \beta$ , ב. ממשי טהור, ב.



4. א.  $(1) y = -b$ , א. עלייה כל  $x$ , ירידה: אין, א.  $(3) (3 + \log_2 b, 0)$ , ב.  $(0, \frac{1}{8} - b)$ , א.  $(4)$



5. א.  $\sqrt{8}$ , ב.  $\sqrt{8}$

## מתמטיקה

## 5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

## הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, נקטורים,

טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגים.

שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

## ה ש א ל ו ת

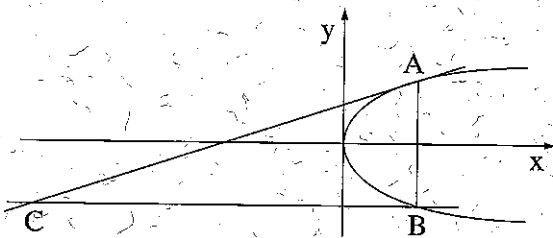
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים** (66  $\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. A ו- B הן נקודות כלשהן על

הפרבולה  $y^2 = 2px$ ,  $p > 0$

כך שהמיתר AB מקביל לציר ה- $y$

ישר, המשיק לפרבולה בנקודה A

חותך בנקודה C את הישר שעובר

דרך הנקודה B. ומקביל לציר ה- $x$  (ראה ציור).

א. (1) הבע באמצעות  $p$  את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות C

הנוצרות באופן שתואר.

(2) סרטט במערכת צירים סקיצה של המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת.

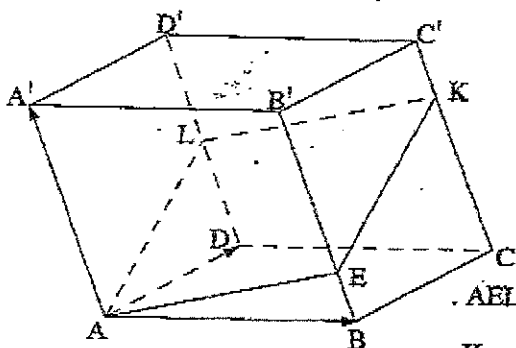
ב. נתון כי שיעור ה- $y$  של נקודה C, הנמצאת על המקום הגאומטרי שאת משוואתו

מצאת, הוא  $y = -2p$ .

חשב במקרה זה את הזווית שבין המשיק לפרבולה, CA, ובין ציר ה- $x$ .



+ נספח



2. נתון מקבילון  $ABCD A'B'C'D'$

(נוף שכל פאותיו הן מקבילות).

נקודה L היא אמצע המקצוע  $DD'$ .

נקודה E נמצאת על המקצוע  $BB'$ .

$$\text{כך ש- } \frac{B'E}{EB} = 3.$$

נתון כי המקצוע  $AA'$  מאונך למישור AEL.

המישור הותך את המקצוע  $CC'$  בנקודה K.

(ראה ציור).

$$\text{נסמן: } \overline{AB} = \underline{u}, \quad \overline{AD} = \underline{v}, \quad \overline{AA'} = \underline{w}, \quad \overline{CK} = m \overline{CC'}$$

א. מצא את הערך של m.

ב. נתון כי ההצגה הפרמטרית של הישר  $CC'$  היא  $\underline{x} = (4, 5, 8) + t(1, -1, 2)$ .

הנקודה  $(2, -1, 3)$  נמצאת במישור AEL, ושעורי הקדקוד  $C'$  הם  $(x, y, 0)$ .

מצא את מרחק הקדקוד C מהמישור AEL.

3.  $z_1, z_2, z_3$  הם שלושה מספרים מרוכבים שונים הנמצאים על ישר אחד שעובר

דרך ראשית הצירים.  $z_1$  ו-  $z_2$  נמצאים ברביע הראשון, ו-  $z_3$  נמצא ברביע השלישי.

$$\text{נסמן } z_1 = r_1 (\cos \alpha + i \sin \alpha).$$

א. האם המנה  $\frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$  היא מספר ממשי, מספר מדומה טהור או מספר שהוא לא ממשי

ולא מדומה טהור? נמק.

$$\text{נתון גם כי } z_1 \text{ ו- } z_3 \text{ נמצאים על מעגל היחידה, ו- } \left| \frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3} \right| = \frac{1}{2}$$

ב. חשב את הערך המוחלט של  $z_2$ .

ג.  $z_4$  הוא הצמוד של  $z_1$ .

הבע באמצעות  $\alpha$  את שטח המשולש הנוצר על ידי הנקודות  $z_1, z_3, z_4$ .

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33  $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמהברתך.

4. נתונות שלוש פונקציות, I, II, III :

$$I. y = -2x + 4 \quad II. y = \ln x \quad III. y = \ln x + 2x - 4$$

א. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות, ומצא את האסימפטוטות שלהן המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

ב. (1) סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה I וסקיצה של גרף

הפונקציה II. ציין מספרים על ציר ה- $x$ .

(2) הסבר מדוע נקודת החיתוך בין הגרפים של הפונקציות I ו-II חייבת להימצא

$$\text{בתחום } 1 < x < 2.$$

ג. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה III (אם יש כאלה).

(2) ציין בין אילו ערכי  $x$  שלמים ועוקבים נמצאת נקודת החיתוך של גרף

הפונקציה III עם ציר ה- $x$ . נמק.

(3) לגרפים שסרטטת בתוסע"ף ב (1), הוסף בקו מרוסק (---) סקיצה של

גרף הפונקציה III.

ד. השב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציה II, על ידי הגרף של פונקציה III

ועל ידי הישרים  $x = 1.5$  ו- $x = 2.5$ .

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = (1+x)e^{-x}$ .

א. הראה כי  $f'(x) = -xe^{-x}$ .

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן

(אם יש כאלה).

ג. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. הראה כי עבור  $a > 0$  מתקיים  $\int_{-1}^a f(x) dx < e$ .

ו. (1) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי ציר ה- $y$ .

(2) הסבר מדוע עבור  $a > 0$  מתקיים  $\int_{-1}^a f(x) dx > e - 2$ .

**בהצלחה!**

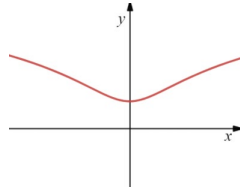
1. א. (7.8), (4.5,5.5), ב.  $y = x - 1$

2. א. הוכחה, ב(1)  $t=1$ , ב(2) בקצה של BC, ג. 1:1,  $\frac{1}{3}$

3. א. הוכחה, ב(1) הוכחה, ב(2) -1, ג.  $z_n = cis\left(\frac{360(n-1)}{n}\right)$  (1),  $z^n = 1$  (2)

4. א. כל  $x$ , ב. הוכחה, ג.  $y = -\frac{2}{3}$ ,  $y = \frac{1}{3}$ , ד(1)  $x < \ln 2$ , ד(2)  $\ln \frac{2}{3} + \ln \sqrt[3]{4}$

5. א. כל  $x$ , ב.  $a = 4$ , ג. מקסימום  $\frac{1}{2}$ , מינימום  $-\frac{1}{2}$ , ד(1) מינימום  $(0, \ln 4)$ , ד(2) עולה:  $-2 <$



$x < 2$ , יורדת  $-2 < x$  או  $x > 2$ . ד(3)

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

#### הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעותיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים –  $33\frac{1}{3} \times 2$  –  $66\frac{2}{3}$  נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות –  $33\frac{1}{3} \times 1$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

## השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים** ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה המשוואה  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 4$ .

א. עבור אילו ערכים של  $a$  מייצגת המשוואה:

(1) אליפסה?

(2) מעגל?

ב. ידוע כי המשוואה הנתונה מייצגת אליפסה.

באליפסה חסומים: עיגול הנוגע באליפסה

בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $y$ ,

וריבוע שצלעותיו מקבילות לצירים

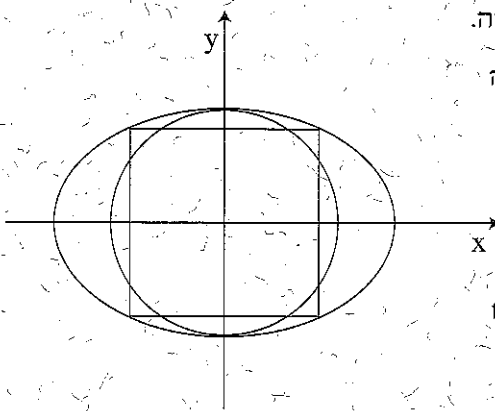
(ראה ציור).

היחס בין שטח העיגול החסום לבין שטח

הריבוע החסום הוא  $\frac{4\pi}{9}$ .

מצא את הערך של  $a^2$ .

הערה: פתרון סעיף ב אינו תלוי בפתרון סעיף א.



2. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

השיעורים של ארבעה מבין קדקודי הפירמידה הם:

$$S(1, 1, 8), C(-2, 2, -1), B(4, -2, 5), A(6, a, 9)$$

בסיס הפירמידה נמצא במישור:

$$\pi: \underline{x} = (2, -1, 4) + t(4, -3, 5) + s(2, -1, 1)$$

א. חשב את נפח הפירמידה SABCD (ערך מספרי).

ב. המישור  $\pi$  חותך את הצירים בנקודות K, L, M.

מצא את היחס בין נפח הפירמידה SABCD לבין נפח הפירמידה OKLM

(O – ראשית הצירים).

ג. האם הישר שעליו נמצא גובה הפירמידה SABCD חותך את כל המישורים שעליהם

מונחות פאות הפירמידה OKLM? נמק.

$$3. נתונה המשוואה  $2z^2 - (m-2)z - \frac{1}{8}i = 0$$$

z – מספר מרוכב, m – פרמטר מרוכב.

א.  $z_1$  ו-  $z_2$  הם פתרונות המשוואה הנתונה.

$$\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = -4$$

ב. (1) מצא עבור אילו ערכים של m יש למשוואה הנתונה פתרון יחיד.

הראה כי פתרונות המשוואה הנתונה עבור כל הערכים של m שמצאת

בתת-סעיף ב (1):

(2) נמצאים על ישר אחד העובר בראשית הצירים.

(3) נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

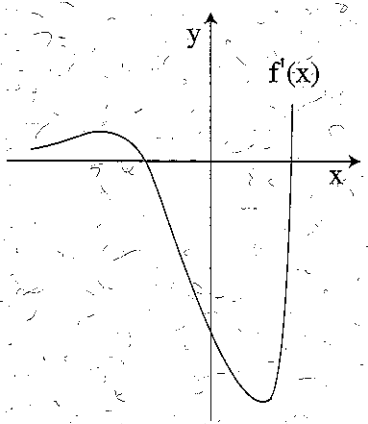
4 נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - a}{e^{-x}}$  . הוא פרמטר  $a$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  ?
- ב. מצא עבור אילור ערכים של  $a$  יש לפונקציה  $f(x)$  שתי נקודות קיצון.
- ג. דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו ישרים המאונכים לציר ה- $x$  המרחק בין הישרים הוא 6. מצא את ערך הפרמטר  $a$ .

הצב את הערך של  $a$  שמצאת, וענה על הסעיפים ד-ז:

- ד. מצא את סוגי הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים. בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  לפניך. סקיצה של



- ז. גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של  $f'(x)$ , על ידי הישר  $x = -5$ , על ידי ציר ה- $y$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



5. א. נתונה הפונקציה  $f(x) = \log_b(ax)$  בתחום  $1 \leq x \leq 2$ ,  $a > 0$ ,  $0 < b < 1$ .

בתחום הנתון הערך הגדול ביותר של הפונקציה הוא 4,

והערך הקטן ביותר של הפונקציה הוא 2.

מצא את הערך של  $a$  ואת הערך של  $b$ .

ב. נתונה הפונקציה  $f(x) = \log_a(\tan x) + \log_a\left(\frac{3x - x^2}{\tan x}\right)$  בתחום  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ,

$0 < a < 1$ .

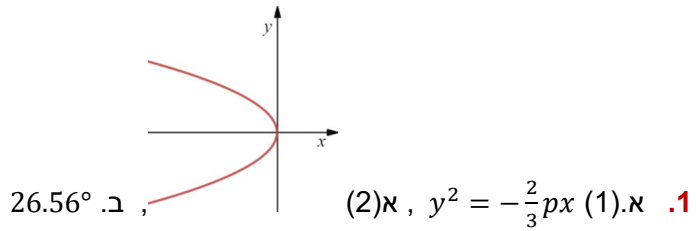
מצא את שיעורי היקודות של  $f(x)$  בתחום הנתון (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

שים לב: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

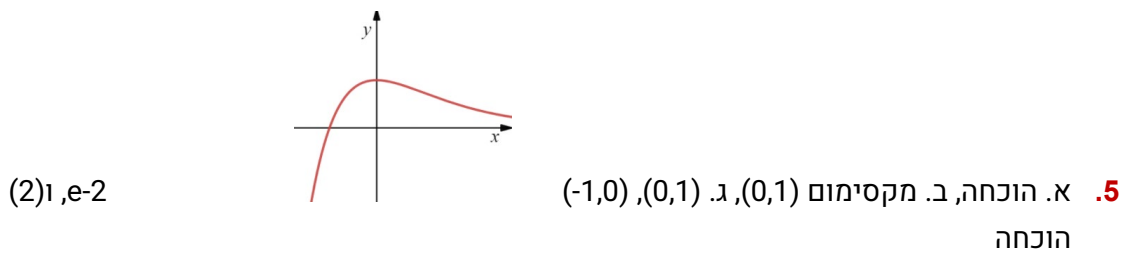
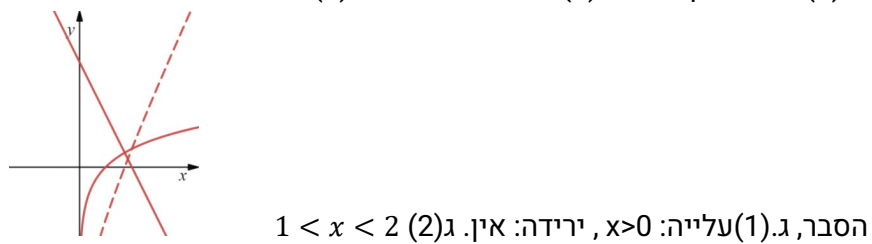
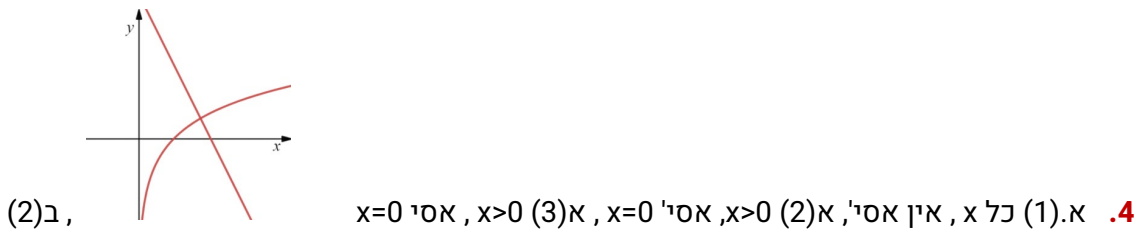
**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך



2. א.  $\frac{3}{4}$ , ב.  $\sqrt{486}$

3. א. ממשי טהור, ב.  $|z_2| = 3$ , ג.  $\sin 2\alpha$



## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים  
פרק שני – גדילה ודעיכה,  
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות –  $33\frac{1}{3} \times 1$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות  
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.  
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

/המשך מעבר לדף/

## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים** ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נקודה E נמצאת על אליפסה שמשוואתה  $x^2 + 4y^2 = 36$ .

האליפסה חותכת את ציר ה-x בנקודות A ו-B.

א. מצא את משוואת העקום שעליו נמצא המקום הגאומטרי של מפגשי התיכונים במשולש ABE.

ב. הנקודות  $(\sqrt{2}, y)$  נמצאות על המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף א. חיברו נקודות אלה עם הנקודות A ו-B, ונוצר מצולע. מצא את שטח המצולע.

ג. האליפסה הנתונה התקבלה ממעגל על ידי הכפלת שיעורי ה-y של כל אחת מהנקודות על המעגל בקבוע, בלי לשנות את שיעורי ה-x שלהן.  
(1) מהי משוואת המעגל?

(2) האם למעגל ולמקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א יש נקודות חיתוך? נמק.

2. נתון משולש  $ABC$  שווה-שוקיים וישר-זווית,  $\sphericalangle C = 90^\circ$ .

שניים מקדקודי המשולש הם:  $A(3, -2, 1)$ ,  $C(6, -2, -2)$ .

המישור  $\pi: 2x + y + 2z - 15 = 0$  מקביל למישור  $ABC$ .

א. (1) מצא את שתי האפשרויות לשיעורי הקדקוד  $B$ .

(2) נסמן את שתי האפשרויות לקדקוד  $B$  ב-  $B_1$  ו-  $B_2$ .

האם הקדקוד  $C$  נמצא על הישר  $B_1B_2$ ? נמק.

ב. נקודה  $D$  נמצאת במישור  $\pi$ .

מצא את נפח הפירמידה  $DAB_1B_2$ .

3. א. (1) נתונות נקודות המקיימות  $\frac{|z^2 - i|}{|z^2 + 3i|} = 1$ ,  $z = x + yi$ .

רשום באמצעות  $x$  ו-  $y$  את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות אלה.

(2) באיזה רביע/רביעים נמצא המקום הגאומטרי שאת משוואתו רשמת

בתת-סעיף א (1)? נמק.

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודות הנמצאות על המקום הגאומטרי שאת משוואתו

רשמת, ומקיימות  $|z|^2 = 1.25$ .

(2) איזה מרובע נוצר כאשר מחברים את הנקודות שבתת-סעיף ב (1)? נמק.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**(33  $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.4. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^x - ae^{-x}}{e^x + ae^{-x}}$ ,  $a$  הוא פרמטר.א. מצא עבור  $a > 0$ , ועבור  $a < 0$  (הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות שלה המקבילות לצירים.

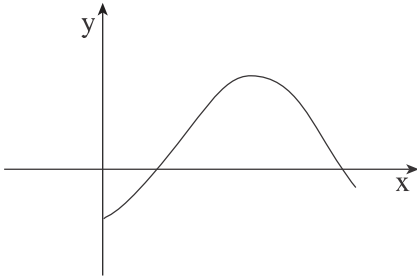
(2) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

(3) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

השאר  $\ell$  בתשובותיך במידת הצורך.ב. ידוע כי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$  נמצאת בחלק השלילי של הציר.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה:

(1) עבור  $a > 0$ .(2) עבור  $a < 0$ .



5. נתונות הפונקציות:  $f(x) = \log_3(x^2 - 6x + 18)$

$$g(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$

המוגדרות לכל  $x$  בתחום  $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{3}$ .

בציור מוצג הגרף של הפונקציה  $g(x)$  בתחום הנתון.

ענה על הסעיפים א-ב עבור התחום הנתון.

א. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה  $f(x)$ ,

וקבע את סוגן.

בתשובתך דייק במידת הצורך עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) נתון כי הישר  $y = k$  משיק לגרף של  $f(x)$  ולגרף של  $g(x)$  באותה נקודה.

(  $g'(x)$  שווה לאפס רק בנקודה אחת.)

העתק למחברתך את הגרף של  $g(x)$ , ובאותה מערכת צירים סרטט סקיצה של

גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(3) פתור את המשוואה  $\log_3(x^2 - 6x + 18) = \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$ . נמק.

ב. (1) באיזה תחום  $f'(x) > 0$ , ובאיזה תחום  $f'(x) < 0$ ?

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של  $f'(x)$ , על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי הישרים  $x = 2$  ו- $x = 4$ .

## בהצלחה!

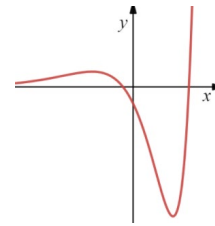
035582 - 2010 - מועד ב'

1. א. איפסה,  $a \neq \sqrt{8}$ ,  $0 < a < 4$ , א.  $a = \sqrt{8}$  (2), ב.  $a = 3$

2. א. 12 יח' נפח, ב. 8, ג. כן

3. א.  $m = 2 + \frac{1}{2}i$  (1), ב.  $m_2 = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}i$ ,  $m_2 = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}i$  (2), הוכחה, ב(3) הוכחה

4. א. (1) כל  $x$ , ב.  $a > -2$ , ג.  $a = 7$ , ד. מקסימום  $(-3, \frac{8}{e^3})$ , מינימום  $(3, -4e^3)$ , ה.  $(-1.828, 0)$ ,



$(0, -7)$ ,  $(3.828, 0)$

5. א.  $b = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $a = \frac{1}{4}$ , ב.  $0 < a < 1$ , מינימום  $x = 1.5$



## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים  
פרק שני – גדילה ודעיכה,  
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות –  $33\frac{1}{3} \times 1$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות  
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.  
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

**ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

**ב ה צ ל ח ה !**

## ה ש א ל ו ת

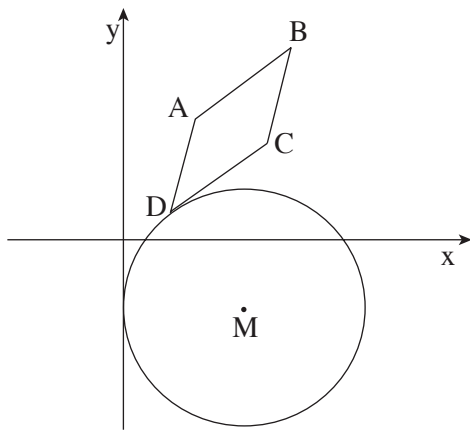
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים** ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתון מעגל, שמרכזו M נמצא ברביע הרביעי.

המעגל משיק לציר ה- $y$ .

במקבילית ABCD הצלע DC משיקה

למעגל זה בנקודה D, כמתואר בציור.

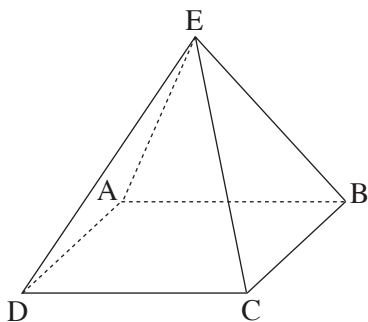
נתון:  $A(3, 5)$ ,  $B(7, 8)$ ,

רדיוס המעגל הוא 5,

שטח המקבילית ABCD הוא 13.

א. מצא את משוואת הישר DC.

ב. מצא את השיעורים של הנקודה שבה המעגל משיק לציר ה- $y$ .



2. בפירמידה ABCDE, שבסיסה ABCD הוא מקבילית,

נתון כי  $\vec{EA} \perp \vec{EC}$ .

א. הוכח: אם הבסיס ABCD הוא מלבן,

אז  $\vec{ED} \perp \vec{EB}$ .

ב. נסח את הטענה ההפוכה לטענה שבסעיף א,

והוכח אותה.

/המשך בעמוד 3/

3. א. נתון מקום גאומטרי המקיים:  $|z - \bar{z} + i| = |3z + \bar{z} - i|$ ,  $z = x + yi$ .

מצא את משוואת הישר, המשיק לגרף של המקום הגאומטרי הנתון בנקודה

שבה  $x = 0$ .

ב. נתון חרוט ישר שקדקודו S, ומרכז הבסיס שלו הוא O.

B, D ו-C הן נקודות על ההיקף של בסיס החרוט.

DC הוא קוטר.

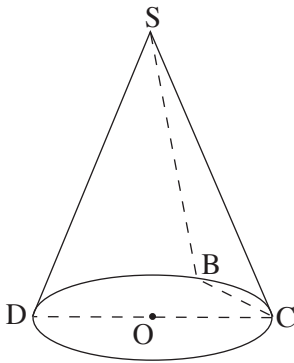
נתון:  $\angle BOC = 40^\circ$ ,

הזווית בין המישור SBC למישור של

בסיס החרוט היא  $55^\circ$ .

חשב את גודל הזווית DSC.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**(33 $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.4. א. בשעה  $8^{00}$  היו 100 גרם של חומר רדיואקטיבי I

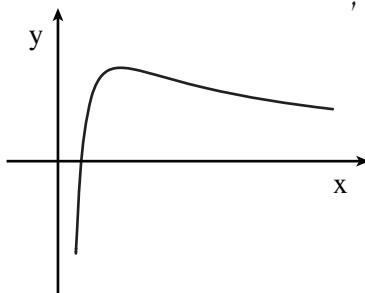
ו- 100 גרם של חומר רדיואקטיבי II .

הכמות של כל אחד מהחומרים קטנה עם הזמן בצורה מעריכית.

כעבור חצי שעה נותרו 80 גרם של חומר I ו- 64 גרם של חומר II .

כעבור כמה שעות (מהשעה  $8^{00}$ ) יהיה ההפרש בין הכמויות של שני החומרים

שווה ל- 25 גרם?

ב. מצא על גרף הפונקציה  $f(x) = 2^x$  את הנקודה הקרובה ביותר לישר  $y = x \cdot \ln 4$  .הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.5. בציר מוצגת סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x) = \frac{\ln(ax)}{x}$  ,ונתונה הפונקציה  $g(x) = -\frac{\ln(ax)}{x}$  ,  $a > 1$  .

מעבירים ישר דרך נקודות הקיצון של

שתי הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  .

השטח, המוגבל על ידי הישר, על ידי הגרפים של

שתי הפונקציות ועל ידי הישר  $x = e$  , שווה ל-  $\ln^2(2e) - 1$  .מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת הפיתול של  $f(x)$  ודרך נקודת הפיתול של  $g(x)$  .**בהצלחה!**

035582 - 2010 - קיץ

1. א. (1)  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ , ב.  $\sqrt{72}$ , ג. (1)  $x^2 + y^2 = 36$ , ג. (1) לא

2. א. (1)  $(-7, -6, -1)$ , או  $(5, 2, -3)$ , א. (2)  $\kappa$ , ב. 18.

3. א. (1)  $xy = -0.5$ , א. (2) שני ורביעי, ב. (1)  $(0.5, -1)$ ,  $(-0.5, 1)$ ,  $(-1, 0.5)$ ,  $(1, -0.5)$ , ב. (2) מלבן

4. א. (1) עבור  $a > 0$ , תחום הגדרה: כל  $x$ , אסימ':  $y = 1$ ,  $y = -1$ , עבור  $a < 0$ , תחום הגדרה  $x \neq \ln \sqrt{-a}$ , אסימ':  $y = 1$ ,  $y = -1$ ,  $x = \ln(-a)$ , א. (2) עבור  $a > 0$ , עלייה: כל  $x$ , ירידה: אין, עבור  $a < 0$ , עלייה: אין, ירידה:  $x \neq \ln \sqrt{-a}$ , א. (3) עבור  $a > 0$ ,  $(\ln \sqrt{a}, 0)$ ,  $(0, \frac{1-a}{1+a})$ , עבור  $a < 0$ , ב. שרטוט

5. א. (1) מקסימום  $(0, 2.63)$ , מינימום  $(3, 2)$ , א. (2) שרטוט, א. (3)  $(3, 2)$ , ב. (1)  $f(x) > 0$ :  $3 < x < \frac{5\pi}{3}$ , ב. (2)  $0 < x < 3$ :  $f(x) > 0$ , 0.192

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,  
טריגונומטריה במרחב,  
מספרים מרוכבים  
פרק שני – גדילה ודעיכה,  
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות –  $33\frac{1}{3} \times 1$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות  
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמסגיחים.  
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

**ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

**ב ה צ ל ח ה !**

/המשך מעבר לדף/

## ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

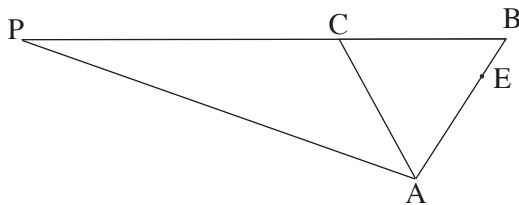
**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים** ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות  $A(0, 0)$  ו-  $E(3, 6)$ .



נקודה B נמצאת על המשך AE

כך ש-  $AB = AC$  (ראה ציור),

ושטח המשולש CAE גדול פי 3

משטח המשולש CEB.

א. מצא את שיעורי הקדקוד B.

ב. נקודה P נמצאת על המשך BC כך ש-  $PC = 2BC$ .

מצא את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות P הנוצרות באופן זה.

ג. הנקודה  $(4, -40)$  נמצאת על המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.

מצא עבור נקודה זו את משוואת האנגל ל-BC העובר דרך C.

/המשך בעמוד 3/

2. נתון מישור  $\pi$  שמשוואתו  $2x + y - z + 3 = 0$ .

הנקודות  $A(-1, -2, k)$  ו-  $B(1, -2, m)$  נמצאות במישור זה. הישר  $BG$  מאונך למישור  $\pi$ .

א. מצא את שיעורי הנקודה  $G$ , אם גם נתון כי  $|\vec{BG}| = \sqrt{96}$ ,

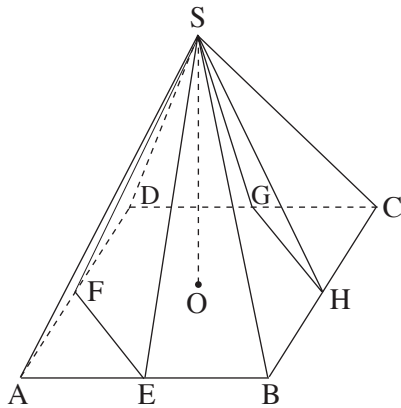
ושיעור ה- $x$  של הנקודה  $G$  הוא חיובי.

ב. דרך הנקודה  $G$  שאת שיעוריה מצאת בסעיף א, ודרך הנקודה  $E(11, 6, -17)$

עובר ישר  $\ell$  החותך את המישור  $\pi$  בנקודה  $F$ .

הוכח כי הנקודות  $A, B$  ו-  $F$  נמצאות על ישר אחד.

ג. מצא את המצב ההדדי בין הישר  $AF$  לציר ה- $x$ .



3. א. נתונה פירמידה ישרה  $SABCD$

שבסיסה  $ABCD$  הוא ריבוע.

$H, G, F, E$  הן נקודות האמצע

של צלעות הבסיס (ראה ציור).

נתון כי גובה הפירמידה שווה לצלע הבסיס.

חשב את גודל הזווית שבין המישור  $SHG$

למישור  $SFE$ .

ב. קדקודי מתומן משוכלל  $ABCDEFGH$  (מצולע בעל שמונה צלעות)

נמצאים במישור גאוס, ומרכז המתומן נמצא בראשית הצירים.

נתון כי קדקוד  $A$  הוא  $z = 1 + i$ .

מצא את הקדקודים  $B$  ו-  $H$ . הצג אותם באמצעות מספרים מרוכבים.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.



## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. הכמויות של שני סוגי דגים, סוג א' וסוג ב', גדלות בצורה מעריכית.

כמות הדגים מסוג א' גדלה כל חודש פי  $q_1$ ,

וכמות הדגים מסוג ב' גדלה כל חודש פי  $q_2$ .

כעבור מספר חודשים כמות הדגים מסוג א' גדלה פי 2, וכמות הדגים מסוג ב'

גדלה פי 4.  $q_2$  גדול ב- 8.7% מ-  $q_1$ .

מצא את מספר החודשים שבהם כמות הדגים מסוג א' גדלה פי 2,

וכמות הדגים מסוג ב' גדלה פי 4.

ב. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e}{e-x}$ .

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה ברביע הרביעי,

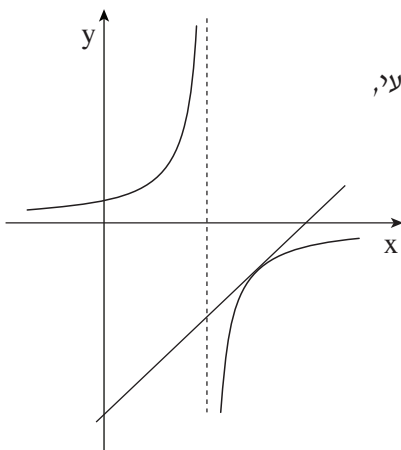
שמשוואתו  $y = \frac{4}{e}x - 8$  (ראה ציור).

חשב את השטח המוגבל על ידי המשיק,

על ידי גרף הפונקציה

ועל ידי הישר  $x = 2e$ .

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.



5. נתונה פונקציית הנגזרת  $f'(x) = \frac{2\ln x - 1}{x}$ .

נתון כי הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת בתחום  $x > 0$ , ויש לה נקודת פיתול בנקודה שבה  $f(x) = b$ .

א. מצא את הפונקציה  $f(x)$  (הבע באמצעות  $b$ ).

ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של  $f(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן. (הבע באמצעות  $b$  במידת הצורך).

(2) מצא תחומי קעירות כלפי מעלה  $\cup$  וכלפי מטה  $\cap$  של  $f(x)$ .

ג. (1) מצא עבור אילו ערכים של  $b$  הגרף של  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ , עבור הערכים של  $b$  שמצאת בתת-סעיף ג (1), אם נתון כי  $b > 0$ . ציין בסקיצה את נקודת הפיתול.

## בהצלחה!

1. א.  $\gamma = 0.75x - 0.5$ , ב.  $(0, -3)$

2. א. הוכחה, ב. הוכחה

3. א.  $y = 0$ , ב.  $73.37^\circ$

4. א. 1.55 ש', ב.  $(1, 2)$

5.  $x = 2.241$