

481 - יחידה 23 - בעיות קיצון - בעיות גאומטריות

מבוא - בעיות ערך קיצון

למעשה הנושא של בעיות ערך קיצון עונה על השאלה, למה אנחנו לומדים חשבון דיפרנציאלי, לגזור ולחקור פונקציות. הוא נותן קשר בין עולם המתמטיקה שנראה כל כך רחוק מעולמנו לפעמים. החשבון הדיפרנציאלי הוא כלי חזק ביותר לפתור לנו בעיות מתחומי היום יום.

ברוב התחומים אנו מנסים למקסם תוצאות או לדאוג שהיו הקטנות ביותר, לדוגמא בעת בניית בית חדש אנו רוצים לנצל את החומרים שקנינו כך שנקבל בית עם שטח הגדול ביותר.

דוגמא נוספת האם למכור הרבה מוצרים בזול או מעט במחיר יקר.

נושא זה הוא החשוב ביותר בשאלון זה והוא למעשה מסכם את כל שאר הנושאים.

פתרון בעיות ערך קיצון יש לעבור חמישה שלבים:

שלב ראשון - הבנת הנקרא

קריאת הבעיה במלואה לפחות פעמים - ולהבין את אוסף **האיסוף המקרים** של התרגיל

שלב שני - הגדרת משתנה והבעת שאר החלקים

סימון אחד משתני הבעיה למשל x , t או כל אות אחרת, ולאחר מכן **להביע** באמצעות משתנה זה את כל שאר אורך הצלעות, זוויות, הוא הדברים שלא נתונים בשאלה הבעיה.

שלב שלישי - בניית פונקציית המטרה

על פי המבוקש בשאלה (שטח מקסימלי, היקף מינימלי, סכום שטחים וכדומה) **יש לרשום ביטוי**

מתמטי בעזרת המשתנה שהוגדר

*חשוב מאוד להבין את התחום ההגדרה של פונקציית המטרה

שלב רביעי - שימוש בחשבון הדיפרנציאלי

כעת, מכיוון שיש לנו ביטוי אלגברי נוכל בעזרת הנגזרת למצוא את הערכים של x שעברו מקבלת הפונקציה, ערכים מינימליים או מקסימליים על ידי **מציאת נקודות קיצון של הפונקציה המטרה**.

שלב חמישי - ניתוח התוצאות ובדיקת נקודות קצה התחום.

חישוב הערכים המבוקשים תוך התייחסות לנקודות קצה הבעיה,

בעיות קיצון - בעיות גיאומטריות - תרגול

1. נתון שהיקפו 24 ס"מ.

א. איזה מאורכים הבאים יכול להתאים למלבן?



9 ס"מ ו-3 ס"מ	8 ס"מ ו-4 ס"מ	8 ס"מ ו-2 ס"מ
---------------	---------------	---------------

נסמן אורך צלע אחת של המלבן ב-x.

מצאו את שטח של המלבן בעל השטח הכי גדול בעזרת הסעיפים הבאים

(1) איזה מהביטויים הבאים מייצג את אורך הצלע השנייה של המלבן?

$24 - 2x$	$12 - x$	$24 - x$
-----------	----------	----------

(2) איזה מהביטויים הבאים מייצג את שטח המלבן (פונקציית המטרה)?

$s(x) = 24 - 2x$	$s(x) = 24x - x^2$	$s(x) = 12x - x^2$
------------------	--------------------	--------------------

התקבלה פונקציה שמייצגת את שטח המלבן.

נסה למצוא את שיעור ה-x שבו הפונקציה מקבלת ערך מקסימלי (בנקודה שבה הנגזרת מתאפסת)

(3) מצאו את הערך של x בעברו מתקבל שטח מלבן מקסימלי

(4) מה השטח המקסימלי של המלבן?

2. נתון משולש ישר זווית אורכי סוכם ניצב הם 14 ס"מ

מצאו את אורכי הניצבים של המשולש בעל השטח המקסימלי בעזרת הסעיפים הבאים:



נסמן אורך אחד הניצבים של המשולש ב-x.

א. איזה מהביטויים הבאים מייצג את אורך הניצב השני של המשולש?

$14 - 2x$	$7 - x$	$14 - x$
-----------	---------	----------

ב. איזה מהביטויים הבאים מייצג את שטח המשולש (פונקציית המטרה)?

$s(x) = 14 - 2x$	$s(x) = 14x - x^2$	$s(x) = 14 - x$
------------------	--------------------	-----------------

התקבלה פונקציה שמייצגת את שטח המשולש.

נסה למצוא את שיעור ה-x שבו הפונקציה מקבלת ערך מקסימלי (בנקודה שבה הנגזרת מתאפסת)

ג. מצאו את הערך של x בעברו מתקבל שטח משולש מקסימלי

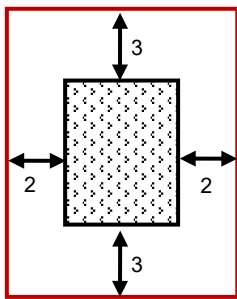
שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר



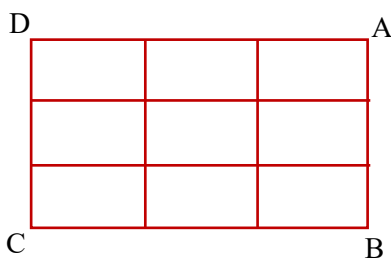
3. ידוע, שסכום אורכי ניצבו של ישר זווית הוא 20 ס"מ.
א. מצא את השטח המקסימלי של המשולש.
ב. מהו סוגו של המשולש בעל השטח המקסימלי



4. נתון מלבן ABCD שממیدיו הם: 16 ס"מ ו-6 ס"מ.
חלקו את המלבן ל-4 מלבנים כמתואר.
ידוע ש- $AG=2AH$.
סמנו את ב-x את אורך הקטע AH.
מה צריך להיות אורכו של הקטע AH על מנת שסכום שטחי של המלבנים AHTG ו-FTIC יהיה מקסימלי



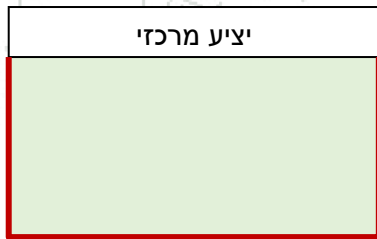
5. בתוך מלבן, היקפו 96 ס"מ, יש מלבן נוסף כמתואר בשרטוט.
א. מצאו, מה צריכים להיות אורכי הצלעות של המלבן החיצוני, כדי ששטח המלבן הפנימי יהיה מקסימלי.
ב. מצא את השטח הלבן המינימלי (השטח בין ההקיף החיצוני לפנימי)



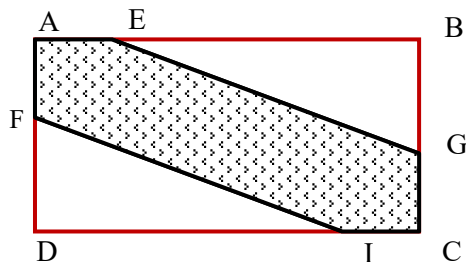
6. מחוט תיל, שאורכו 90 ס"מ, בנו רשת בצורה מלבנית. כמתואר בציור (רשת קוביות).
א. מצאו, מה צריכים להיות ממדיה של הרשת, כדי ששטחה יהיה מקסימלי.
ב. מה הוא שטח הרשת המקסימלי



7. נתון חלון מלבני, שהיקפו 160 ס"מ.
החלון בנוי כך, שפינותיו הן משולשים שווים שוקים באותו הגודל, עשויים מעץ, ושאר החלון עשוי מזכוכית.
א. בטאו את שטח הזכוכית, אם ידוע, שאורך צלע משולש הוא x
ב. מצאו את אורך צלע של המשולש, עבורו שטח הזכוכית הוא מקסימלי

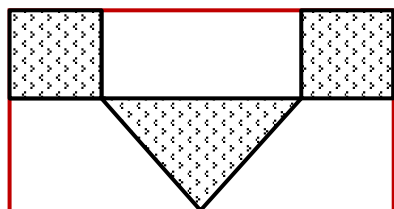


8. מגרש כדורגל בצורה מלבנית, מסביב למגרש כדורגל (3 מצלעותיו) בנו גדר שאורכה 220 ס"מ, ועל צלע אחת יש יציע מרכזי.
א. חשבו מה צריכים להיות ממדיו של המגרש, על מנת שאורך הגדר יהיה מקסימלי.
ב. מהי צורת המגרש, כאשר אורך הגדר מקסימלי הוא מקסימלי?



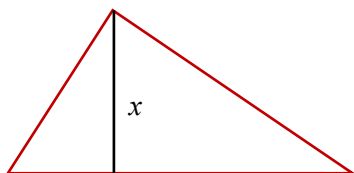
9. נתון, היקף המלבן הוא 144 סמ"ר.

- בנוסף נתון, ש- $AF = AE = CG = CI = 5$ ס'מ.
א. נסמן את AD ב-X, מצא את שטח המשושה FAEGCI.
ב. מה צריכים להיות מימדי המלבן, כדי ששטח המשושה יהיה מינימלי.

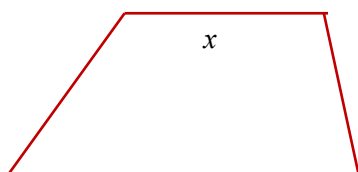


10. נתון, היקף המלבן הוא 98 סמ"ר.

- גוזרים מתוך שטח המלבן שני ריבועים ומשולש כמתואר בציור. נתון, שאורך צלע הריבוע הוא 3 ס"מ.
א. מצאו, מה צריכים להיות מימדי של המלבן, כך שהשטח, שנגזור, יהיה מקסימלי,
ב. מצא את שטח הגזור המינימלי



11. נתון משולש שהסכום של גובהו ובסיסו הוא 20. מצאו גבהו של המשולש בעל השטח המקסימלי

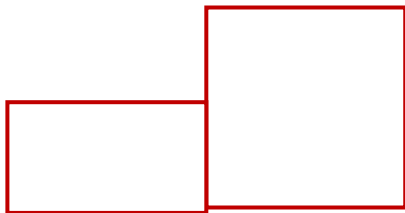


12. נתון טרפז שאורך גבהו גדול ב-2 ס"מ מאורך בסיסו הקטן, וקטן ב-3 ס"מ מאורך הבסיס הגדול. מצאו את שטחו של הטרפז המקסימלי



13. נתונים ריבוע, משולש שווה צלעות ומעגל אורך רדיוס של המעגל קטן ב-2 ס"מ מאורך צלע המשולש וקטן ב-2 ס"מ מאורך צלע הריבוע.

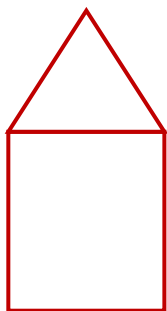
מצאו את אורך רדיוס המעגל כך ששטחי הריבוע המשולש ומעגל יהיה מקסימלי



14. נתון ריבוע ומלבן שאול אחת הצלעות שלו קטנה ב-4 ס"מ מאורך צלע הריבוע ואורך הצלע השניה גדולה ב-20% מאורך צלע הריבוע. מה צריכה להיות צלע הריבוע על מנת שסכום השטחים של המלבן והריבוע יהיה מקסימלי

15. היקף מעוין הוא 98 סמ"ר.

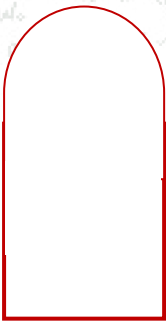
- חשבו, מה צריכים להיות אורכי אלכסוניו, על מנת שסכומם יהיה מינימלי.
- מהו היקפו של המעוין, שסכום אלכסוניו הוא מינימלי.
- איזו צורה התקבלה?



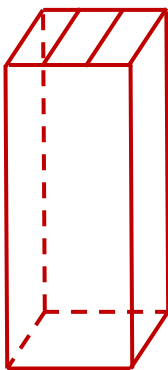
16. נתון, מלבן שעל אחת צלעותיו בנו משולש שווה צלעות, כמתואר בציור. היקף כל הצורה החדשה הוא 75 ס"מ.
א. מצאו את אורכה של צלע המשולש, כך ששטח המלבן יהיה מקסימלי.
ב. מהו השטח של הצורה (כולל המשולש), כאשר ידוע, ששטח המלבן מקסימלי?

17. מקצועות התיבה בנייים מחוט תיל ארוך. נתון, שנפח התיבה הוא 125 סמ"ק.

- חשבו. מה צריכים להיות מימדי התיבה. כדי שאורך החוט יהיה מינימלי.
- מהו אורך החוט המינימלי?
- איזו צורה התקבלה? נתון

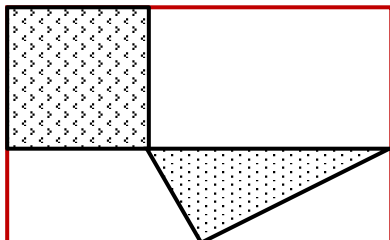


18. נתון חלון שהיקפו 178.5 ס"מ . החלון בנוי במלבן וחצי מעגל כמתואר באיור .
- א. נסמן את רדיוס החצי מעגל ב- x והביעו באמצעות x את שטחו של החלון.
- ב. מצאו את ממדי המלבן כך ששטח החלון שהתקבל יהיה מקסימלי (השתמשו ב- $\pi = 3.14$)

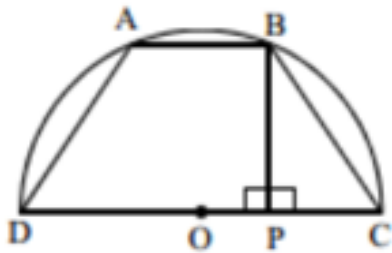


19. על מנת לבנות שלד בניין, שבסיסו ריבוע, השתמש המהנדס ב-240 מטר ברזל כולל שני מוטות ברזל בגב בבית. ידוע, שאורך צלע בסיס הוא x מטר.
- א. הבע באמצעות x את גובה הבניין.
- ב. מצאו את גובה הבניין, שעבורו מתקבל שטח של קיר חיצוני מקסימלי.

20. נתונים שני משולשים ישרי זווית ABC ו-EDC, ידוע שסכום הניצבים של משולש ABC הוא a , כמו כן ידוע שניצביו של משולש EDC גדולים פי שתיים מניצביו של משולש ABC, א. מה צריכים להיות אורכי ניצביו של משולש ABC על מנת שסכום השטחים של שני המשולשים יהיה מקסימלי?
- ב. פי כמה גדול שטח משולש EDC משטח משולש ABC?

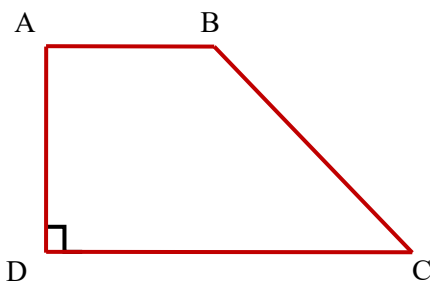


21. נתון דף מלבני שאורכי צלעותיו הן: 30 ס"מ ו-24 ס"מ. גוזרים מתוך שטח הדף ריבוע ומשולש כמתואר בציור. סמנו ב- x את צלע הריבוע
- ג. הביעו את שטח החלקים הגזורים בעזרת x
- ד. מצאו את אורך של צלע הריבוע כך שהשטח שגזרו יהיה מקסימלי
- ה. מה השטח שנשאר מהדף?

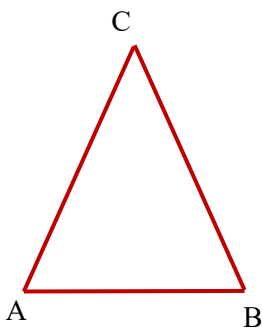


22. בחצי עיגול, שקוטרו 2K ס"מ ומרכזו בנקודה O, חוסמים טרפז ABCD כמתואר בשרטוט.
מקודקוד B הורידו הגובה BE ל-DC נסמן.
נסמן ב- x את הקטע OE
מה צריך להיות אורך OE על מנת ששטח הטרפז יהיה מקסימאלי

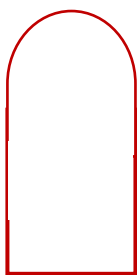
פתרון:



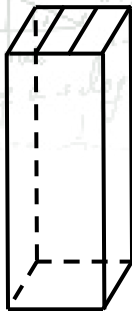
23. נתון טרפז ישר זווית ABCD שהיקפו 42 ס"מ ואורך השוק הארוכה הוא 16 ס"מ.
א. סמנו את אורך השוק הקצרה, AD ב-x והביעו את סכום הבסיסים של הטרפז.
ב. מצאו מה צריך להיות אורך הצלע AD על מנת ששטח הטרפז ABCD יהיה מקסימאלי?
ג. מצאו את שטחו המקסימאלי של הטרפז.



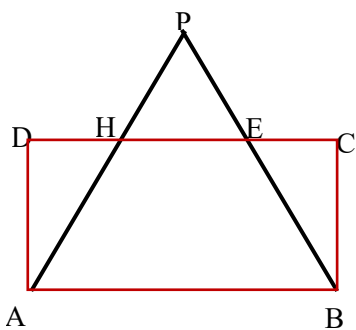
24. נתון משולש שווה שוקיים ABC (AB=BC) שהיקפו 24 ס"מ.
נסמן את אורך בסיס המשולש ב-2x.
א. הביעו את גובה משולש ABC בעזרת x.
ב. מה צריך להיות x כדי ששטח המשולש יהיה מקסימאלי?
ג. הראה כי המשולש שיש לו שטח מקסימאלי הוא משולש שווה צלעות



25. נתון חלון שהיקפו 178.5 ס"מ.
החלון בנוי במלבן וחצי מעגל כמתואר באיור.
נסמן את רדיוס החצי מעגל ב-x.
א. הביעו באמצעות x את שטחו של החלון.
ב. מצאו את ממדי המלבן כך ששטח החלון שהתקבל יהיה מקסימאלי (השתמשו ב- $\pi = 3.14$)



26. על מנת לבנות שלד בניין, שבסיסו ריבוע, השתמש המהנדס ב-240 מטר ברזל כולל שני מוטות ברזל בגג בבית. ידוע, שאורך צלע בסיס הוא x מטר.
- הבע באמצעות x את גובה הבניין.
 - מצאו את גובה הבניין, שעבורו מתקבל שטח של קיר חיצוני מקסימלי.



27. נתון מלבן ABCD שהיקפו 24 ס"מ משני קודקודים של המלבן בנו משולש שווה שוקיים ABP כמתואר בצירוף, נתון: $PE:EB=2:3$
- נסמן את CB ב- x , הביעו את סכום השטחי המשולשים EPH ו- HDE בעזרת x
 - מצאו את אורך הצלע BC כך ששטח המשולשים יהיה מקסימלי
 - מצאו את שטח הטרפז $ABEH$ כאשר מתקבל שסכום שטחי המשולשים מקסימלי.

פתרון: א. $2x^2 - (13/30)x$ ב. 6 ג. 25 ס"מ

28. בתוך מעגל שרדיוסו R חסום דלתון, הסבירו מה אופי של דלתון שחסום במעגל (בתשובתכם התייחסו לזוויות ואלכסונו הראשי)
- מצאו מה צריכים להיות אורכי צלעות המלבן על מנת שהתקבל דלתון בעל היקף מקסימלי. (בתשובתכם השתמשו ב- R)

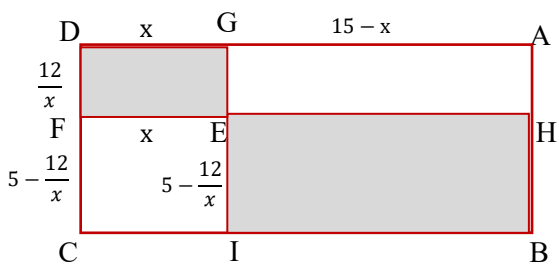
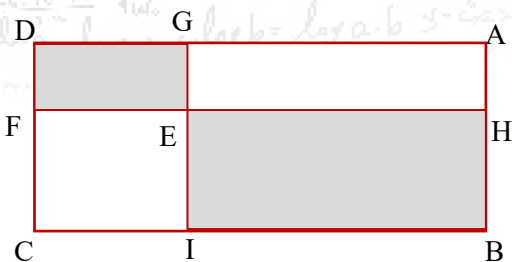
פתרון: א. הזוויות משניות שוות ל-90, אלכסון ראשי הוא קוטר ב. $(2/\sqrt{5})R, (1/\sqrt{5})R$

29. לבניית בית בצורת תיבה שבסיסו ריבוע דרושים כמה חומרים. חומר א' לבניית הקירות הצדדים בעלות 120 מ"ר חומר ב' לבניית הריצפה בעלות 180 מ"ר חומר ג' לבניית התקרה בעלות 200 מ"ר התקציב לבית הוא 20,000 ₪, סמן את צלע בסיס הבית ב- x
- הבע את גובה הבית ב- x .
 - מצאו את גובה הבית בעל הנפח המקסימלי.

פתרונות

- 1.
- 2.
3. א. $s(x) = 320x - 10x^2$, ב. 16 ס"מ ג. 7168 שקל
4. א. $S(3,0)$, $R(-3,0)$, ב. $R(1,8)$, ג. 32 יח"ר
5. א. 12, 8 ב. 72 יח"ר
6. א. 9, 15 ב. 135 יח"ר
- 7.
- 8.
9. א. 7, 14 ב. 34 יח"ר
10. א. 5, 5, 5 ב. 60 יח"א ג. קוביה
11. א. 14, 14 ב. 39.6 יח"ר, ג. ריבוע
12. א. 12.5 יח"א ב. 369.7 יח"ר
- 13.
- 14.
- 15.
- 16.
- 17.
- 18.
- 19.
- 20.
- 21.
- 22.
- 23.
- 24.
- 25.
- 26.
- 27.
- 28.

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר



בעיות קיצון – פונקציה רציונאלית

דוגמה

נתון מלבן ABCD.

אורך ממדיו הם: $AD = 15$ ס"מ ו- $DC = 5$ ס"מ.

במלבן הנתון חסומים שני מלבנים.

ידוע, ששטח DFEG הוא 12 סמ"ר.

מצאו את אורך EF, כך ששטח המלבן EHBI יהיה מקסימלי.

פתרון

שלב ראשון: שטח המלבן EHBI תלוי במימדיו של מלבן DGEF, ולכן שטח EHBI יכול לקבל אינסוף ערכים.

שלב שני: נבטא את אורך הקטע המבוקש EF ב- x , ולכן נוכל לסמן ש- $FE = DG = x$.

נעת ננסה להביע את שטח מלבן EHBI ב- x . תחילה מכיוון, ששטח מלבן DGEF הוא 12 סמ"ר,

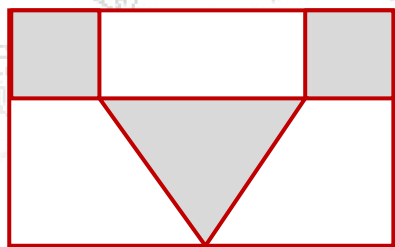
מתקיים $DF \cdot FE = 12$, ולכן נוכל להביע את אורך הצלע DF ב- $\frac{12}{x}$. עכשיו, מכיוון שאנו

יודעים את מימדי המלבן החיצוני, נוכל בעזרת חיסור קטעים להגיד, ש- $FC = EI = 5 - \frac{12}{x}$

ו- $GA = EH = 15 - x$

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר



שלב שלישי: בשלב זה יש לנו את מימדי המלבן, המובעים באמצעות x . נוכל לרשום את שטח המלבן (אורך כפול רוחב).

$$s(x) = (15 - x) \left(5 - \frac{12}{x} \right)$$

לאחר פתיחת סוגרים וכינוס איברים נקבל:

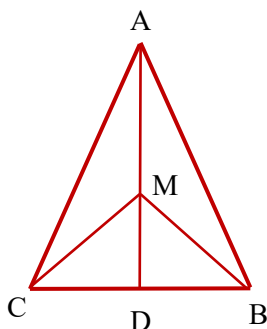
$$s(x) = -\frac{180}{x} - 5x + 87$$

שלב רביעי: קיבלנו, שהשטח הוא למעשה פונקציה, שתלויה ב- x . עכשיו נרצה לחשב את נקודות הקיצון של הפונקציה. תחילה נגזור את הפונקציה $s'(x) = \frac{180}{x^2} - 5$. עכשיו נשווה את הנגזרת לאפס $\frac{180}{x^2} - 5 = 0$. פתרונות המשוואה הם $x = 6$, $x = -6$. לאחר בדיקה נקבל, שהפונקציה מקבלת ערך מקסימלי בנקודה שבה $x = 6$

שלב חמישי: נציב בפונקציה, ונקבל, ששטח המלבן **27 סמ"ר**

30. במלבן ששטחו 160 סמ"ר מטר, תכננו לגזור 2 ריבועים ומשולש

שאורך בסיסו הוא 10 ס"מ כמתואר:
נסמן את צלעות הריבוע ב- x



א. הבע באמצעות x את הגובה לבסיס במשולש שווה השוקיים.
ב. מה צריך להיות x , כדי שסכום השטחים של הריבועים והמשולש יהיה מינימלי?

31. נתון משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) שבו אורך הגובה AD לבסיס BC הוא 24 ס"מ,

ואורך הבסיס BC הוא 10 ס"מ.
M היא נקודה כלשהי על הגובה AD.
נסמן: $MD = x$

א. מצא עבור איזה ערך של x סכום הקטעים $AM + MB + MC$ הוא מינימלי. (תוכלו להשאיר שורש בתשובה).
ב. חשב את גודל הזווית BMC עבור הערך של x שמצאת בסעיף א.

פתרון: א. $x = \frac{5\sqrt{3}}{3} = 2.88$ ב. 120 מעלות

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר

32. נתון מלבן ABCD שאורכי צלעותיו הם: $AB = 9$, $AD = 4$. הנקודה E נמצאת על הצלע CD

(בין C ל-D).

המשך של AE חותך את המשך הצלע BC בנקודה F.

א. הוכח: $\triangle ADE \sim \triangle FCE$

נסמן $DE = x$,

ב. מצאו מה צריך להיות האורך של DE כדי שסכום השטחים של המשולשים ADE ו-FCE יהיה מינימלי. בתשובתך תוכל להשאיר שורש.

פתרון: א. הוכחה, ב. 6.36

33. מבין כל המלבנים ששטחם k

א. הבע באמצעות k את צלעות המלבן שהיקפו מינימלי.

נתון כי קוטר המעגל החוסם את המלבן שהיקפו מינימלי, הוא 8 ס"מ.

ב. מצא את הערך של k.

פתרון: א. \sqrt{k} , \sqrt{k} ב. 32

34. נתון משולש ABC שחסומה בו מקבילית DBEF.

נתון: $DB = 2$ ס"מ, $DF = 8$ ס"מ

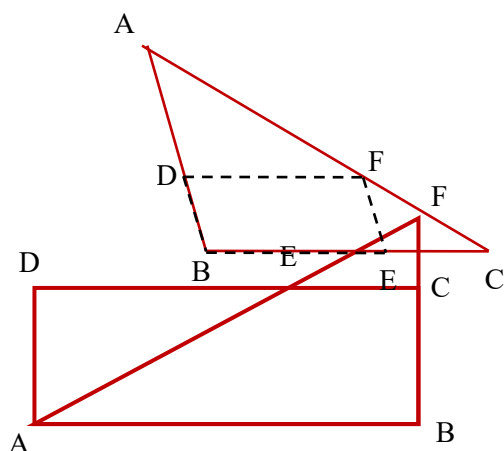
נסמן EC ב-x

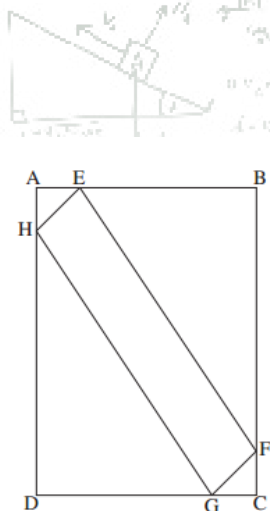
א. הביעו את AD באמצעות x,

ב. מצאו את x שעבורו סכום אורכי הצלעות EC ו-AD

הוא מינימלי

פתרון: א. $20/x$ ב. 4





35. במשולש ישר זווית סכום הניצבים הוא 20 ס"מ.

א. מבין כל המשולשים המקיימים תנאי זה, מצא את אורכי הניצבים במשולש שבו אורך התיכון ליתר הוא מינימלי.

ב. מצא את אורכי התיכונים לניצבים במשולש שאת הניצבים שלו מצאת בסעיף א.

א. 10 ס"מ, 10 ס"מ.

ב. 11.18 ס"מ, 11.18 ס"מ.

36. מועד קיץ 2011

במלבן ABCD אורך הצלע AD הוא 10 ס"מ, ואורך הצלע AB הוא a ס"מ.

הנקודות E, F, G, H נמצאות על צלעות המלבן

כך ש- $AE = AH = CF = CG = x$ (ראה ציור).

א. 1. הבע באמצעות a ו-x את סכום השטחים של

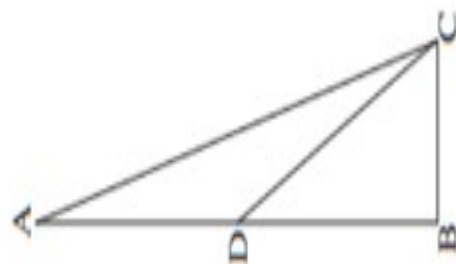
המשולש BEF והמשולש AEH.

ב. הבע באמצעות a את הערך של x שעבורו שטח

המרובע EFGH הוא מקסימלי.

נתון כאשר שטח המרובע EFGH הוא מקסימלי, אורך הקטע DH הוא 6 ס"מ.

ג. מצא את הערך של a

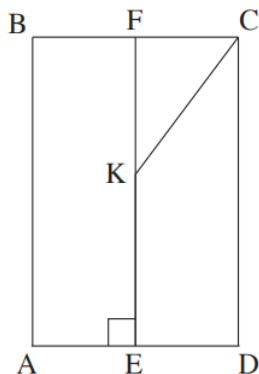


37. נתון משולש ישר זווית ABC שאחד הניצבים גדול מהשני ב-12 ס"מ. העבירו לניצב הגדול

תיכון.

מה צריכים להיות אורכי הניצבים שיתקבל תיכון הארוך ביותר?

8. נתון מלבן ABCD.



הנקודה F היא אמצע הצלע BC.

E היא נקודה על הצלע AD, כך ש- EF מאונך ל- AD.

הנקודה K נמצאת על EF כך ש- $EK = KC = 10$ ס"מ.

(ראה ציור). $FC = x$.

א. הבע את FK באמצעות x.

ב. חשב את אורך צלע המלבן BC שעבורו

היקף המלבן ABCD יהיה מקסימלי

(תוכל להשאיר שורש בתשובתך).

.38

8. ABC הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים ($\angle ABC = 90^\circ$).

על הצלע AB בנו משולש ישר זווית AEB

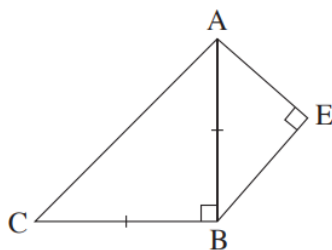
כך ש- AB הוא היתר של המשולש AEB, כמתואר בציור.

נתון כי סכום אורכי הניצבים של המשולש AEB הוא 6 ס"מ.

נסמן את אורך הצלע AE ב- x.

א. הבע באמצעות x את שטח המשולש ABC.

ב. עבור איזה ערך של x שטח המרובע AEBC הוא מינימלי?



8. במלבן ABCD סכום האורכים של שתי צלעות סמוכות הוא 20.

בתוך המלבן בנו משולש AED כך שהקודקוד E נמצא באמצע הצלע BC (ראה ציור).

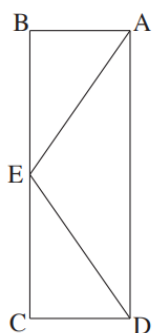
נסמן ב- x את אורך הקטע BE.

א. (1) הבע באמצעות x את אורך הקטע AE.

(2) מצא את אורכי צלעות המלבן שבעבורן אורך הקטע AE הוא מינימלי.

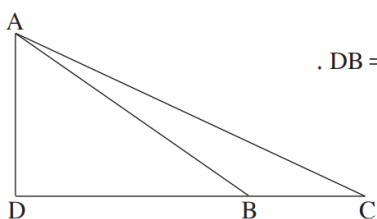
ענה על סעיף ב עבור אורכי צלעות המלבן שמצאת בסעיף א.

ב. חשב את שטח המשולש AED.



בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל



8. נתון משולש ישר זווית ADC ($\angle ADC = 90^\circ$).

מן הנקודה A העבירו ישר החותך את הצלע DC בנקודה B כך ש- $DB = 2BC$.

נתון: שטח המשולש ABC הוא 9.

נסמן: $BC = x$.

א. הבע באמצעות x את אורך הגובה לצלע BC במשולש ABC .

ב. מצא את הערך של x שעבורו AB^2 הוא מינימלי. נמק.

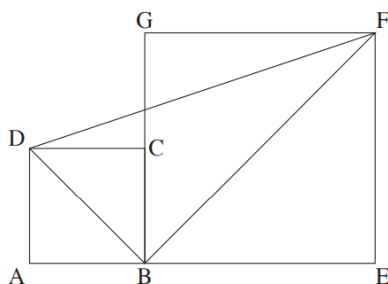
8. $ABCD$ ו- $BEGF$ הם שני ריבועים. הצלע BC מונחת על הצלע BG .

נתון: $DB + BF = a$. $0 < a$ הוא פרמטר.

א. מצא את אורך האלכסון DB שעבורו

אורך הקטע DF הוא מינימלי. הבע באמצעות a .

ב. עבור אורך DB שמצאת בסעיף א, מהו היחס $\frac{AB}{BE}$?



8. נתון משולש שווה-צלעות שאורך צלעו x ס"מ, ונתון ריבוע.

סכום ההיקפים של הריבוע ושל המשולש שווה-הצלעות הוא 9 ס"מ.

א. הבע באמצעות x את האורך של צלע הריבוע.

ב. (1) הבע באמצעות x את שטח המשולש ואת שטח הריבוע.

(2) מצא מה צריך להיות הערך של x , כדי שסכום השטחים של הריבוע ושל המשולש

יהיה מינימלי.

ג. כאשר סכום השטחים הוא מינימלי, לאיזו צורה היקף גדול יותר: לריבוע או למשולש?

נמק.

בתשובותיך תוכל להשאיר שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.