

4 יח"ל - שאלון 481 - אינטגרל

1. נתון שהנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = -x^2 + 2x$.

הפונקציה $f(x)$ עוברת דרך הנקודה (2,5)

א. מצאו את הפונקציה $f(x)$

ב. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$, בנקודה זו.

ג. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

2. נתון שהנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = x + 4$.

א. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, אם ידוע, שערך של הפונקציה בנקודה הוא 5.

ב. מצאו את הפונקציה $f(x)$.

3. נתונה הנגזרת של הפונקציה $f(x)$, $f'(x) = 3ax + 6$.

בנוסף נתון, שלפונקציה יש נקודת קיצון ב- (-1,2).

א. מצאו את פרמטר a .

ב. מצאו את הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה, שבה שיעור ה- x הוא -2.

4. נתונה הנגזרת של הפונקציה $h(x)$, $h'(x) = -x^2 + x$.

א. מצאו את שיעור ה- x של נקודת המינימום של הפונקציה $h(x)$.

נתון, ששיעור ה- y של נקודת המינימום הוא 10.

ב. מצאו את הפונקציה $h(x)$.

ג. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $h(x)$ בנקודה, שבה שיעור ה- x הוא 1.

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גארד



5. נתון שהנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = -3x^2 + 2x + a$

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון ב- $x=1$

א. מצאו את a

נתון ששיעור ה- y בנקודת המינימום הוא 4

ב. מצאו את הפונקציה $f(x)$

ג. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$, בנקודה שבה $x=-1$

6. נתון שהנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = ax + b$

נתון שיש נקודת קיצון לפונקציה ב- $x=3$ ונתון ששיפוע המשיק לפונקציה ב- $x=1$ הוא 6

א. מצאו את a ו- b

שיעור ה- y של נקודת הקיצון הוא -5

ב. מצאו את הפונקציה $f(x)$

7. נתונה הנגזרת של הפונקציה $f(x)$, $f'(x) = ax^2 + bx$

שלפונקציה יש נקודת קיצון ב- $x=2$ ושיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=-1$ הוא -1

א. מצאו את פרמטר a ו- b

ב. מצאו את הפונקציה $f(x)$

ג. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה, שבה שיעור ה- x הוא 3

8. נתונה הנגזרת של הפונקציה $h(x)$, $h'(x) = 3x^2 + bx$

נתון שבנקודה שבה $x=1$ שיפוע המשיק לפונקציה $h(x)$ הוא -3

א. מצאו את הפרמטר b

ערך הפונקציה $h(x)$ בנקודת המינימום הוא -2

ב. מצאו את הפונקציה $h(x)$

ג. שרטטו את גרף הנגזרת $h'(x)$

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

9. נתונה הנגזרת השנייה של הפונקציה $f(x)$, $f''(x) = 2x - 1$.

נתון, ששיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $(0,3)$ הוא 6.

א. מצאו את שעורי ה-x של הנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את הפונקציה $f(x)$.

10. נתונה הנגזרת השנייה של הפונקציה $f(x)$, $f''(x) = 3x^2 + 2x - 2$.

נתון, שלפונקציה יש נקודת קיצון ב- $(1, -1)$.

א. מצאו את שעורי ה-x של הנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את הפונקציה $f(x)$.

11. נתונה הנגזרת של הפונקציה $f(x)$, $f'(x) = 2x - 8$.

נתון ש- $f'(2) = f(2)$.

מצאו את הפונקציה $f(x)$.

12. נתונה הנגזרת של הפונקציה $g(x)$, $g'(x) = bx^2 - 3$.

לגרף הפונקציה יש נקודת קיצון ב- $x=1$.

בנוסף ידוע שהגרף הנגזרת $g'(x)$ והפונקציה $g(x)$ נפגשים בנקודה שבה $x=2$.

מצאו את הפונקציה $f(x)$.

פתרונות – תרגילים 1-6

1. א. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3\frac{2}{3}$ ב. $y=5$ ג. $(1,5)$

2. א. $(-4,5)$ ב. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 8$

3. א. 2 ב. $f(x) = 3x^2 + 6x + 5$ ג. $y = -6x + 7$

4. א. 0 ב. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 10$ ג. $y = 10\frac{5}{6}$

5. ג

6. א. $b = 7, a = -2$ ב.

7. ג

8. א. $b=-6$ ב. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

9. א. $-2, 3$ ב. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 6x + 3$

10. א. $-2, 1, 0$ ב. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x - \frac{7}{12}$

11. $f(x) = x^2 - 8x + 8$

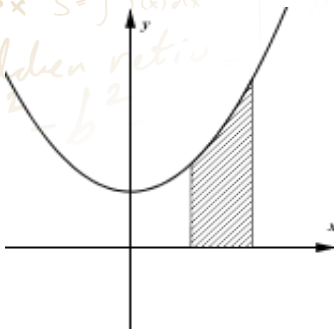
12. $g(x) = x^3 - -3x + 11$

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמונות ב"5 יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גארד

חישוב שטח - בעזרת אינטגרל

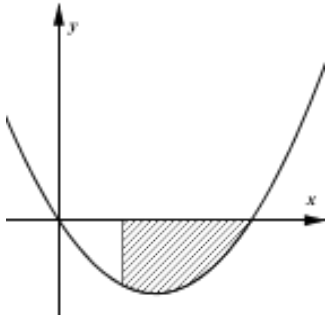
13. נתונה באיור הפונקציה $f(x) = x^2 + 2$

חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקציה ציר ה-x והישרים $x=2, x=1$ השטח המתואר באיור



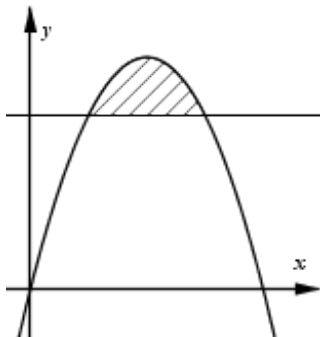
14. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 3x$

א. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x
 ב. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקציה ציר ה-x והישר $x=1$, השטח המקווקו באיור.



15. נתונה הפונקציה: $f(x) = -x^2 + 4x$

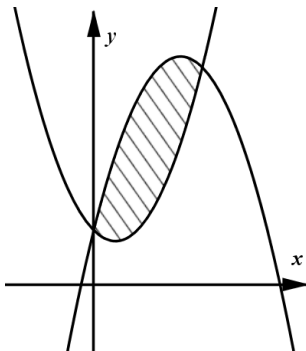
א. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הישר $y=3$
 ב. מצאו את השטח המוגבל ע"י הישר $y=3$ והפונקציה.

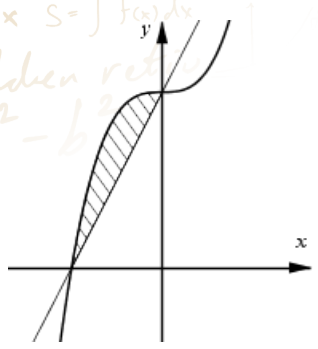


16. נתונות הפונקציות הבאות באיור:

$f(x) = -x^2 + 8x + 5$, $g(x) = x^2 - 2x + 5$

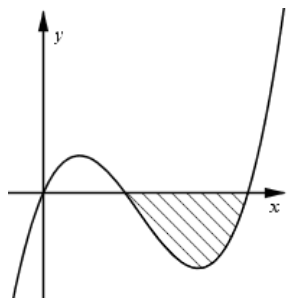
א. התאימו כל פונקציה לגרף המתאים.
 ב. מצאו את נקודות החיתוך בין הפונקציות
 ג. חשבו את השטח הכלוא בין הפונקציות.





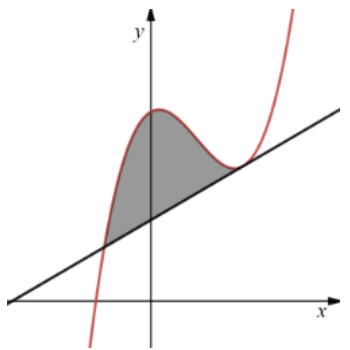
17. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + 8$

- א. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם צירים.
- ב. מצאו את משוואת הישר העובר בנקודות שמצאתם בסעיף הקודם
- ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקציה והישר שאת משוואתו ומצאתם בסעיף הקודם. (השטח המקווקיו)



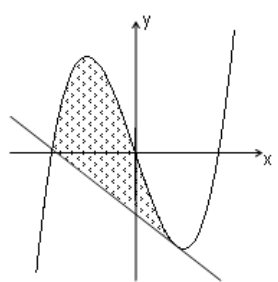
18. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 7x^2 + 10x$

- א. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ב. מצאו את השטח המוגבל ע"י הפונקציה וציר ה-x בין הנקודות החיתוך שאינן ראשית הצירים.



19. נתונה הפונקציה הבאה $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 7$

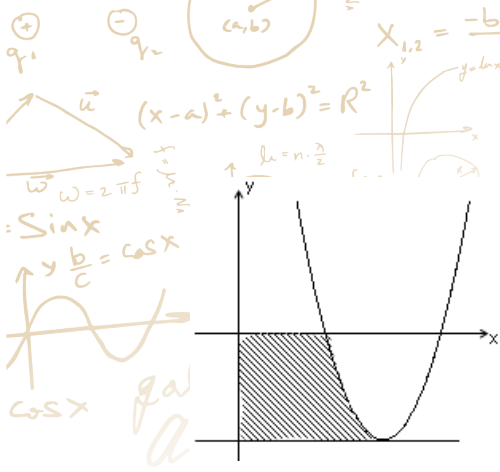
- א. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה, שבה שיעור ה-x הוא 2.
- ב. הוכחו, שהפונקציה והישר נחתכים בנקודה שבה $x = -1$
- ג. מצאו השטח, המוגבל ע"י הפונקציה, המשיק וציר ה-y.



20. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 4x$

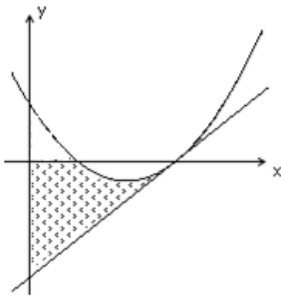
- א. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה, שבה $x=1$.
- ב. הראו, שהישר והפונקציה נפגשים על ציר ה-x.
- ג. חשבו את השטח, המוגבל ע"י הפונקציה והמשיק.

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמונות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד



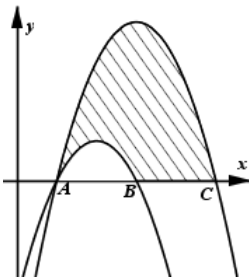
21. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 10x + 21$.

- א. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
- ב. מצא את השטח, המוגבל ע"י הפונקציה, הצירים, והישר המקביל לציר ה-X, ועובר דרך נקודת הקיצון של הפונקציה.



22. נתונה הפונקציה $f(x) = 0.5x^2 - 4x + 6$. נתון, משוואת משיק לפונקציה $y = 2x - 12$.

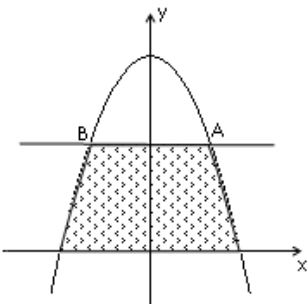
- א. מצאו את נקודת ההשקה של המשיק ופונקציה.
- ב. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הציר ה-x.
- ג. חשבו את השטח, המוגבל ע"י הפונקציה, המשיק והצירים.



23. בציור שלפניך נתונים הגרפים של הפונקציות:

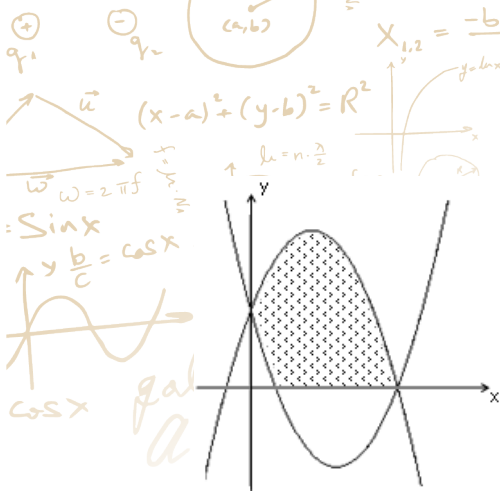
$f(x) = -x^2 + 6x - 5$ $g(x) = -x^2 + 4x - 3$

- א. מצא את שיעורי הנקודות A, B ו-C.
- ב. קבעו, איזה מבין הגרפים מתאר, כל אחת מהפונקציות.
- ג. מצא את השטח, המוגבל על ידי גרף I, על ידי גרף II, ועל ידי ציר ה-x.



24. בציור שלפניך מוצג גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 9$. A, B הן נקודות החיתוך של הישר $y = 5$ עם גרף הפונקציה (כמתואר בציור).

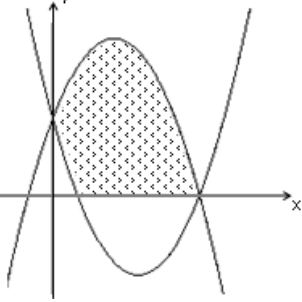
- א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
- ב. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.
- ג. מצאו את השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי הישר $y=5$ וע"י ציר ה-x.



25. נתונות שתי הפונקציות הבאות

$$f(x) = -x^2 + 5x + 6 \quad \text{ו-} \quad g(x) = x^2 - 7x + 6$$

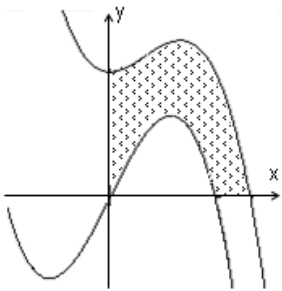
- התאימו לכל פונקציה את הגרף המתאים לה בציר.
- מצאו את השטח, המוגבל ע"י שתי הפונקציות וציר ה-x.



26. נתונות שתי הפונקציות הבאות:

$$f(x) = -x^3 + 9x \quad \text{ו-} \quad g(x) = -x^3 + 3x^2 + 16$$

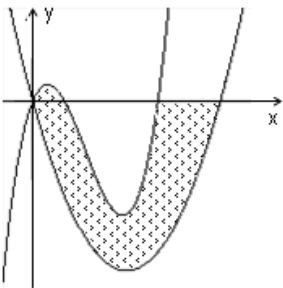
- התאימו כל פונקציה לגרף שלה, נמקו.
- מצאו את נקודות החיתוך של $f(x)$ עם ציר ה-x.
- הראו, ש- $g(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה, שבה $x=4$.
- מצאו את השטח, המוגבל ע"י שתי הפונקציות והצירים.



27. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 4x - 5$.

העבירו ישר דרך נקודת הקיצון של הפונקציה.

- מצאו את משוואת הישר, אם ידוע, ששיפועו הוא 2.
- מהן נקודות החיתוך של הישר עם ציר ה-x.
- שרטטו את הפונקציה ואת הישר במערכת צירים.
- מצאו את השטח, המוגבל ע"י הפונקציה, הצירים והישר.



28. נתונות הפונקציה הבאה: $f(x) = x^2 - 6x$, $g(x) = x^3 - 5x^2 + 4x$

- התאימו לכל אחת מהפונקציות את הגרף שלה.
- מצאו את נקודות החיתוך של כל אחת מהפונקציות עם ציר ה-x.
- חשבו את השטח המוגבל ע"י הפונקציות, וציר ה-x.

פתרונות לתרגילים 9-24

13. פתרון
 14. פתרון
 15. פתרון
 16. תשובה: א. $g(x)$ הישרה ב. $(0,5), (5,15)$ ג. $41\frac{2}{3}$ יח"ר
 17. תשובה: א. $(-2,0), (0,8)$ ב. $y = 4x + 8$ ג.
 18. פתרון
 19. א. $y = x + 3$ ג. 6.75
 20. א. $Y = -x - 2$ ב. $\frac{27}{4} = 6.75$
 21. א. $(5, -4)$ ב. $\frac{44}{3} = 14.66$
 22. א. $(6,0)$ ב. $(2,0), (6,0)$ ג. $\frac{92}{3} = 30.66$
 23. א. $A(1,0), B(3,0), C(5,0)$ ב. $g(x)$ חותכת בנקודות A ו-B ג. $\frac{28}{3} = 9.33$
 24. א. $(-2,5), (2,5)$ ב. $(-3,0), (3,0)$ ג. $\frac{76}{3} = 25.33$
 25. א. $f(x)$ מתאימה לפרבולה הפוכה (הבוכה), ב. $\frac{307}{6} = 51.16$
 26. א. $f(x)$ עוברת בראשית הצירים ב. $(-3,0), (0,0), (3,0)$ ג. 43.75
 27. א. $y = 2x - 17$ ב. $(8.5,0)$ ד. $\frac{535}{12} = 44.58$
 28. א. $f(x)$ היא פרבולה ב. $f(x), (0,0), (6,0), g(x), (0,0), (1,0), (4,0)$ ג. $\frac{76}{3} = 25.3$