

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד

אינטגרל - תרגילים שונים

1. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$

ידוע שיש לפונקציה קיצון אחת - מקסימום (0,0).

כמו כן ידוע שגרף הפונקציה $f(x)$

עולה עבור $x < -2$ ו- $-2 < x < 0$

יורד עבור $x > 2$ ו- $0 < x < 2$

א. מצאו תחום ההגדרה והאסימפטוטות של $f(x)$ המקבילות לצירים

ב. שרטטו את גרף של הפונקציה $f(x)$

ג. שרטטו את גרף הנגזרת $f'(x)$

ד. חשבו את שטח הכלוא בין גרף הנגזרת $f'(x)$ ציר ה-x וישרים $x = 3$ ו- $x = 4$

נתונה הפונקציה $g(x) = |f'(x)|$

ה. חשבו את הערך של $\int_3^4 g(x) dx$

2. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2-1}{\sqrt{x^4-1}}$

עולה עבור $x > 1$

יורד עבור $x < -1$

א. מצאו תחום ההגדרה של $f(x)$

ב. שרטטו את גרף של הפונקציה $f(x)$

ג. שרטטו את גרף הנגזרת $f'(x)$

ד. חשבו את שטח הכלוא בין גרף הנגזרת $f'(x)$ ציר ה-x וישרים $x = 4$ ו- $x = 2$

נתונה הפונקציה $g(x) = -f'(x)$

ה. חשבו את הערך של $\int_2^4 g(x) dx$

3. נתונה פונקציה: $f(x) = -x + 2\sqrt{x^2 + 12}$

א. מצאו את השטח המוגבל בין הצירים ופונקציית הנגזרת $f'(x)$

ב. קבעו האם הערך של $\int_0^3 f'(x) dx$ גדול מ-0.8

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד

4. נתונה פונקציית הנגזרת השנייה: $f''(x) = \frac{2}{x^3} - \frac{2}{(x-2)^3}$

ידוע שיש לפונקציה $f(x)$ קיצון אחת בלבד ב-(1,2)

א. מצאו את הפונקציה $f(x)$

נתון שהפונקציה $f''(x)$ יורדת בתחום $0 < x < 2$ ו- $x < 0$

נתון שהפונקציה $f''(x)$ עולה בתחום $x > 2$

ב. שרטטו את גרף הנגזרת $f''(x)$

ג. חשבו את שטח הכלוא בין גרף הנגזרת $f''(x)$ ציר ה-x וישרים $x = -2$ ו- $x = -1$

השטח הכלוא בין הישר $x = a$ ($0 < a < 1$) גרף פונקציית הנגזרת וציר ה-x הוא $\frac{2}{3}$

ד. מצאו את ערכו של a

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{-2x}{\sqrt{x-1}}$

ידוע שיש לפונקציה $f(x)$ נקודת קיצון אחת - מקסימום (2,-4).

א. שרטטו את גרף של הפונקציה $f(x)$

ב. שרטטו את גרף הנגזרת $f'(x)$

השטח הכלוא בין גרף הנגזרת $f'(x)$ ציר ה-x וישר $x = a$ ($1 < a < 2$) הוא 1

(השטח הכלוא מימין ל- $x=a$)

ג. מצאו את a

נתונה הפונקציה $g(x) = -f'(x) + 4$

ד. חשבו את הערך של $\int_2^5 g(x) dx$

6. העבירו שני משיקים לפונקציה $f(x) = x^2 - 6x + 11$ העוברים בנקודה (3,1).

א. מצאו את נקודות ההשקה

ב. חשבו את השטח הכלוא בין המשיקים והפונקציה $f(x)$

7. נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 + 1.5x^2 + 2$

א. הוכיחו שהפונקציה חותכת את ציר ה-x בנקודה אחת

ב. חשבו את השטח הכלוא בין ציר ה-x לבין גרף הפונקציה: $g(x) = (x^2 - x) \cdot f^4(x)$

בתחום $0 \leq x \leq 1$.

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גארד

8. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{bx-2}{\sqrt{x^2-bx+4}}$
נתון שהפונקציה מוגדרת לכל x .

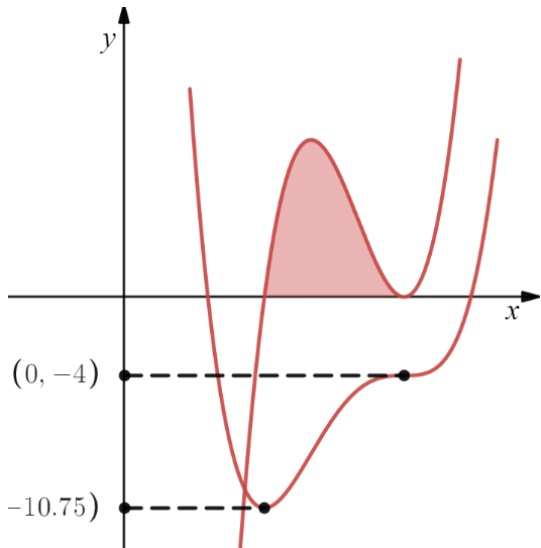
- א. מצאו את הערכים האפשריים ל- b
- ב. ענו על הסעיפים הבאים הביעו במקרה הצורך בעזרת b
(1) מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
(2) מצאו את האסימטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$

נתון שלפונקציה אין נקודות קיצון

ג. מצאו את הערכים האפשריים ל- b

הציבו $b=2$

- ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה)
- ה. שרטטו את גרף הפונקציה $f(x)$
- ו. חשבו את השטח הכלוא בין הצירים לבין גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הרביעי
- ז. עבור איזה ערך של a האינטגרל $\int_0^a f(x)dx$, חיובי



9. איור ניתן לראות גרפים של שתי פונקציות - $g(x)$ ו- $g'(x)$ בתחום: $0 \leq x < 8$
א. מי מהגרפים מתאר את פונקציית $g'(x)$ ומי מתאר את $g(x)$.

גרף הנגזרת $g'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודות $x=3$ ו- $x=6$

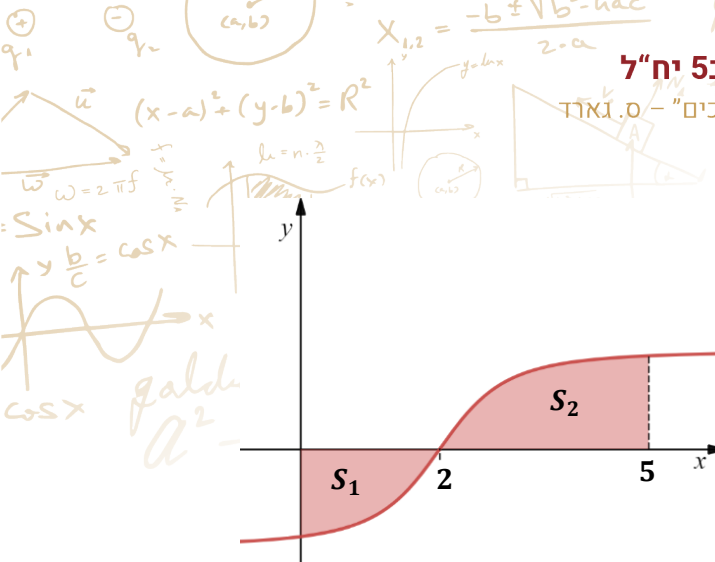
ב. חשבו את השטח הצבוע באפור

נתון שהישר $x=4$ עובר בנקודת הקיצון של $g'(x)$ שערך ה- y שלה הוא 4 וחותר את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $y=-6$.

ג. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $g(x)$ בנקודה $x=4$

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד



10. באיור ניתן לראות את גרף הפונקציה $f(x)$

המוגדר לכל x .

נתון שהשטח הצבוע הוא 10

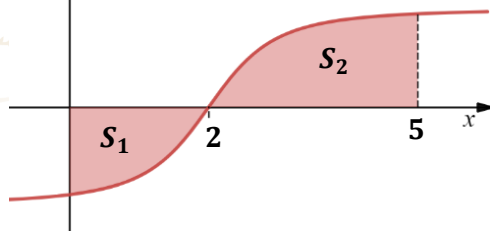
ונתון ש- $\int_0^5 f(x)dx = 6$

א. מצאו את השטח S_1

תהיי $F(x)$ הפונקציה הקדומה ל- $f(x)$

נתון ש- $F(0) = 1$

ב. חשבו את $F(5)$



11. שאלת בגרות – מועד ב' 2016

7. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $g(x)$.

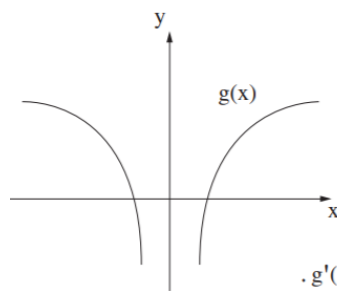
הפונקציות $g(x)$, $g'(x)$, $g''(x)$

מוגדרות לכל x השונה מ-0,

ואין להן נקודות קיצון או נקודות פיתול.

הישר $x = 0$ הוא האסימפטוטה האנכית

לכל אחד מן הגרפים של הפונקציות האלה.



א. (1) סרטוט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

נמק את שיקולך.

(2) סרטוט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת השנייה $g''(x)$. נמק את שיקולך.

נתון כי השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $g''(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = 2$ שווה ל-5.25.

ב. הישר $x = 1$ חותך את הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$ בנקודה A,

והישר $x = 2$ חותך גרף זה בנקודה B.

מצא את ההפרש בין שיעור ה- y של הנקודה A ובין שיעור ה- y של הנקודה B. נמק.

ג. הביטוי $y = \frac{a}{x^3}$ מתאר אחת מן הפונקציות $g(x)$, $g'(x)$, $g''(x)$.

a הוא פרמטר גדול מ-0.

(1) קבע איזו מן הפונקציות הביטוי מתאר. נמק את קביעתך.

(2) מצא את הערך של a.

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד

12. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - a}}$ ($a > 0$)

לפונקציה אין נקודות קיצון.

א. הביעו בעזרת a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$

ב. הביעו בעזרת a את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f(x)$

ג. שרטטו את גרף של הפונקציה $f(x)$

השטח הכלוא בין גרף הנגזרת $f'(x)$ ציר ה- x וישרים $x = \sqrt{24}$, $x = \sqrt{44}$ הוא 2

ד. מצאו את a

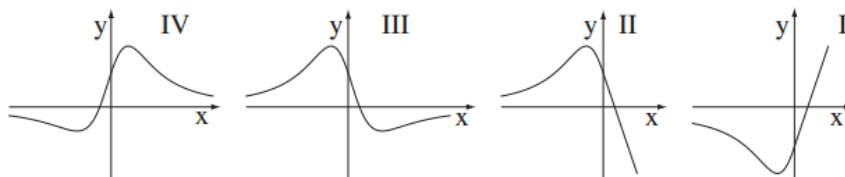
ה. מצאו את משוואת הישר המחלק את השטח הנ"ל ל-2 שטחים שווים שטח

13. מועד ב' 2011

נתונה הנגזרת השנייה של הפונקציה $f(x)$: $f''(x) = \frac{-6x^2 - 3x + 3}{\sqrt{(1+x^2)^5}}$

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

א. מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך, איזה גרף מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



ב. (1) מצא תחומי קעירות כלפי מטה \cap ותחומי קעירות כלפי מעלה \cup של הפונקציה $f(x)$. נמק.

(2) היעזר בגרף של $f'(x)$ שבסעיף א, ומצא בין אילו שני מספרים שלמים עוקבים נמצא שיעור ה- x של נקודת הקיצון של $f(x)$. נמק.

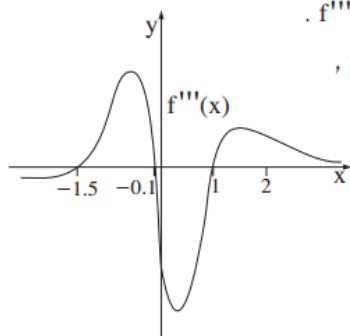
(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, אם ידוע כי הגרף חותך את ציר ה- x רק בנקודה אחת שבה $x = 3$.

לפניך סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת השלישית $f'''(x)$.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f'''(x)$,

על ידי ציר ה- x וציר ה- y

ועל ידי הישר $x = 2$ בתחום $x \geq 0$.



לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד

14. נתונה פונקציית הנגזרת של $f(x) = \frac{3x^2+6x}{2\sqrt{x^3+3x^2}}$

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f'(x)$

ב. קבעו האם יש לפונקציה $f'(x)$ אסימפטוטות המאונכות לצירים

ידוע שגרף הפונקציה $f'(x)$ עולה עבור $x > 0$ ויורד עבור $x < 0$.

ב. שרטטו את גרף הפונקציה $f'(x)$

ג. מה שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגה

נתון שהשטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f'(x)$ הישר $x = a$ ($-2 < a < 0$) והצירים הוא $\sqrt{2}a$

ד. מצאו את a

נתון בנוסף שערך הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=a$ הוא $\sqrt{8}$

ה. מצאו את שעורי נקודת הקיצון של $f(x)$

15. נתונה פונקציית הנגזרת של $f(x) = (x^2 - ax)^3(2x - a)$, $a > 0$

א. מצאו את מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x (הביעו במידת הצורך את בעזרת a)

ב. קבעו כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $f(x)$

נתון שהשטח הכלוא בין הפונקציה $f'(x)$, ציר ה- x והישרים $x=a$ ו- $x = \frac{a}{2}$ הוא $\frac{1}{4}$

ג. מצאו את ערכו של a

16. מועד ב' 2011

נתונות משוואות של שתי פרבולות:

$f(x) = -a^2x^2$

$g(x) = x^2 - x$

a הוא פרמטר שונה מ-0.

הפרבולות נפגשות בנקודות O ו- A (O – ראשית הצירים).

א. הבע באמצעות a את השיעורים של הנקודה A .

ב. מצא את השיעורים של הנקודה A שעבורה השטח, המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי האנך לציר ה- x העובר דרך הנקודה A , הוא מקסימלי.

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד

17. קיץ 2013

נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^2 + 4x + b$

$g(x) = -x^2 + c$

ו- c הם פרמטרים גדולים מ-0.

לגרפים של שתי הפונקציות יש משיק משותף בנקודה משותפת P.

א. הבע באמצעות b (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה P.

ב. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$

וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, אם ידוע כי $b > 4$.

הישר $x = a$ חותך את המשיק המשותף בנקודה D, את הגרף של $f(x)$ בנקודה A

ואת הגרף של $g(x)$ בנקודה B (A, D) ו- B הן שלוש נקודות שונות).

ג. הראה כי הישר PD הוא תיכון במשולש PAB.

ד. השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$, על ידי המשיק המשותף

ועל ידי הישרים $x = a$ ו- $x = -a$, הוא S.

הבע באמצעות S את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$, על ידי הגרף של $g(x)$

ועל ידי הישרים $x = a$ ו- $x = -a$.

18. קיץ 2014

מתמטיקה, קיץ תשע"ד, מס' 035806, 316 + נספח

- 6 -

8. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

האסימפטוטה היחידה של הפונקציה $f(x)$ היא $x = 0$.

נתון כי יש פתרון אחד בלבד למשוואה $f(x) = 2$

ופתרון אחד בלבד למשוואה $f(x) = -2$.

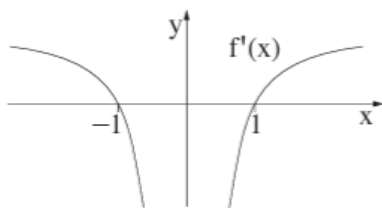
א. רק על פי נתוני השאלה,

סרטט סקיצה של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ב. נתון גם כי פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא: $f'(x) = \frac{ax^2 - b}{ax^2}$,

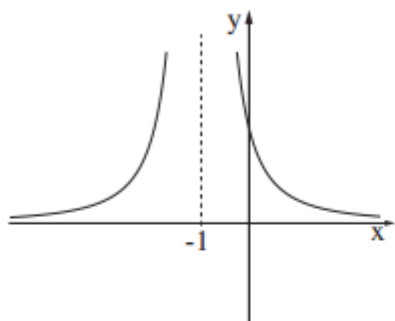
ו- a ו- b הם פרמטרים שונים מ-0.

מצא את הפונקציה $f(x)$ (בלי פרמטרים).



לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד

19. מועד 2012



הפונקציה $f(x)$ היא פונקציית מנה

המוגדרת עבור $x \neq -1$.

בציור מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה U

וכלפי מטה \cap של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ב. נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש שתי

אסימפטוטות בלבד: $x = -1$, $y = 1$.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה שבה $y = -1$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, על פי תשובתך לסעיף א ועל פי הנתונים שבסעיף ב.

ג. נתון גם $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$

a, b, c, d הם פרמטרים שונים מאפס.

(1) הבע באמצעות a את c, b, d .

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 1$

ועל ידי הצירים.

20. 2013 מועד ב

מתמטיקה, תשע"ג, מועד ב, מס' 316,035806 + נספח - 6 -

8. נתונה הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x , ונתונה הפונקציה $g(x)$.

נתון: $g(x) = k + 2x$, $\int_0^1 g(x) dx = 0$, k הוא פרמטר.

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

ב. נתון גם כי בתחום $x \geq 0$ מתקיים: $f(x) \geq g(x)$, $f'(x) > 0$, $f(0) = k$.

סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה $g(x)$ וסקיצה של הפונקציה $f(x)$

בתחום $x \geq 0$. נמק.

ג. בתחום $x \geq 0$ איזה שטח גדול יותר: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ והצירים

או השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 1$?

נמק.

ד. נתון גם: $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + f(0)$, a הוא פרמטר,

הגרף של $g(x)$ משיק לגרף של $f(x)$ בנקודה הנמצאת בתחום $x \geq 0$.

מצא את הפונקציה $f(x)$.

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד

24. בגרות

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(x+2)^2}{(x-1)^3}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
 - (3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - (4) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
 - (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות פיתול בלבד.
 על סמך הגרף של הפונקציה $f(x)$, ציין באיזה תחום נמצאת כל אחת מנקודות אלה.
- ג. האם השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים, גדול מ-4, קטן מ-4 או שווה ל-4? נמק.

25. בגרות

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}}$, a הוא פרמטר.

ענה על הסעיפים א-ו עבור $a > 0$. הבע את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. (1) רשום את האסימפטוטות המאונכות לצירים של גרף הנגזרת $f'(x)$.
- (2) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.

ו. מצא את ערך הביטוי: $\int_{2a}^{3a} f(x) dx + \int_{-3a}^{-2a} f(x) dx$.

ענה על סעיף ז עבור $a = 0$.

- ז. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$.
- (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גארד

26. בגרות

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax^2 + 4x}{x^2 + 3x + b}$

a ו- b הם פרמטרים.

נתון: $x = 1$, $y = 1$ הן אסימפטוטות של הפונקציה.

א. מצא את a ואת b.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) האם יש לפונקציה אסימפטוטות נוספות המאונכות לצירים

(מלבד $x = 1$ ו- $y = 1$)? הסבר.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. עבור אילו ערכי x מתקיים: $|f(x)| = -f(x)$? נמק.

ה. נגדיר $g(x) = f^2(x) \cdot f'(x)$.

הראה כי השטח המוגבל על ידי ציר ה- x, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$

ועל ידי הישר $x = 0.5$ הוא $\frac{1}{3}$. נמק את תשובתך.

27. בגרות

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x - 5}{\sqrt{x^2 - 10x + 24}}$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x + 5)$ המקיימת:

ב. (1) הוכח ש- $g(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. הסבר מדוע לכל $1 < a < b$ מתקיים השוויון: $\int_a^b g(x) dx = \int_{a+5}^{b+5} f(x) dx$

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד

28. בגרות

8. $f(x)$ היא פונקציה המוגדרת לכל x .

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בחלקו השלילי.

נקודת החיתוך היחידה של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x היא $(\frac{\pi}{2}, 0)$ (ראה ציור).

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הצירים ועל ידי הישר $x = 2\pi$

(השטח האפור בציור) שווה ל- $10\pi^2 + 16$.



נתון גם: $\int_0^{2\pi} f(x) dx = 8\pi^2$.

א. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים (השטח S_1 המסומן בציור).

הפונקציה $F(x)$ היא פונקציה קדומה לפונקציה $f(x)$. נתון: $F(0) = 0$.

ב. מצא את $F(\frac{\pi}{2})$.

נתון: $f'(x) = 8 \sin x + 8$.

ג. מצא את $f(x)$.

29. בגרות

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax-1}{\sqrt{ax^2-2x+1}}$. a הוא פרמטר.

נתון: הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

א. הוכח: $a > 1$.

ענה על סעיף ב. אם יש צורך, הבע באמצעות a .

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לציר ה- x .

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון: $a = 3$.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x , ועל ידי הישרים $x = \frac{2}{3}$ ו- $x = 2$.

ד. $g(x)$ היא פונקציה רציפה המוגדרת לכל x .

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = \frac{1}{3}$ ו- $x = b$ ($b > \frac{1}{3}$).

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הישרים $x = \frac{1}{3}$ ו- $x = b$

שווה ל- $2S$ בעבור כל b .

הבע את $g(x)$ באמצעות $f(x)$ בתחום $x > \frac{1}{3}$ (כתוב את שתי האפשרויות). אין צורך להוכיח את תשובתך.

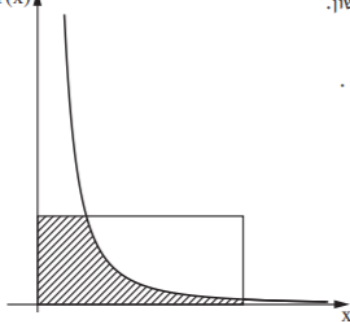
© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד

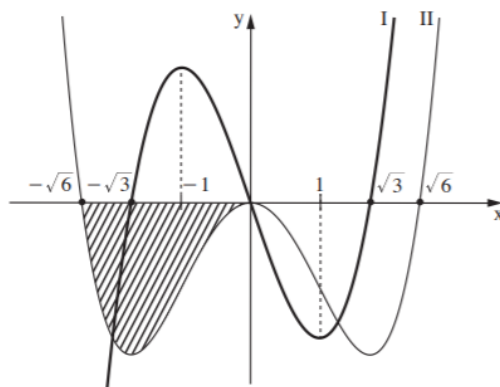
30. בגרות

- בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^2}$ בתחום $x > 0$, ומלבן ששתיים מצלעותיו נמצאות על הצירים והוא נמצא ברביע הראשון. נתון: שטח המלבן הוא 4.
- נסמן ב- a את אורך צלע המלבן שנמצאת על ציר ה- x . נתון: $a \geq \frac{1}{4}$.
- א. הבע באמצעות a את השטח המוגבל על ידי הצירים, על ידי צלעות המלבן ועל ידי גרף הפונקציה $f(x)$ (השטח המקוקו בציור).
- ב. עבור איזה ערך של a השטח שמצאת בסעיף א הוא מקסימלי?



31. בגרות

6. לפניך הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו- $f''(x)$ (פונקציית הנגזרת הראשונה ופונקציית הנגזרת השנייה של הפונקציה $f(x)$) בתחום $-2.5 \leq x \leq 2.5$. שני הגרפים עוברים בראשית הצירים.



- א. התאם בין הגרפים I ו-II ובין הפונקציות $f'(x)$ ו- $f''(x)$. נמק.
- ב. כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציה $f(x)$ בתחום המתואר בגרף? נמק את תשובתך.
- ג. כמה נקודות פיתול יש לפונקציה $f(x)$ בתחום המתואר בגרף? נמק את תשובתך.
- ד. עבור איזה ערך של x בתחום $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$ שיפוע המשיק לגרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, הוא מינימלי?
- נתון: $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.
- ז. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ח. נתון: ערך הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה הוא t . הבע באמצעות t את השטח המוגבל על ידי גרף II ועל ידי החלק השלילי של ציר ה- x (השטח המקוקו בציור).
- ט. נתון: קיימים a, b, c ממשיים כך ש- $f(x) = ax^5 + bx^3 + c$. מצא את c ואת היחס $\frac{a}{b}$.

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד

32. שאלת בגרות – חורף 2019

6. נתון: הפונקציה $g(x) = -\frac{18}{x^4} + \frac{18}{(x-4)^4}$ היא פונקציית הנגזרת השנייה של הפונקציה $g(x)$.

הפונקציות $g(x)$, $g'(x)$, $g''(x)$ מוגדרות באותו תחום.

נתון כי משוואת המשיק לפונקציה $g(x)$ בנקודת הפיתול שלה היא $y = \frac{3}{2}x - 3$.

א. מצא את הפונקציה $g(x)$.

ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

ג. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $g(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נגדיר: $h(x) = |g(x)|$.

ה. באותה מערכת צירים שבה סרטטת סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, הוסף בקו מקוקו סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.

ו. נתון כי $\int_a^2 g(x) dx = t$, $0 < a < 2$, t הוא פרמטר.

הבע באמצעות t את $\int_a^2 (h(x) - g(x)) dx$.

33. בגרות

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax^3 + 2ax}{\sqrt{x^4 + 4x^2 + 4}}$

a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמק.

ג. השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = -1$, שווה ל-4.

מצא את הערך של a .

ד. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת $f(x) = g'(x)$.

אחת מנקודות החיתוך בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ היא

נקודה שבה $x = 0$.

(1) הראה כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = 2x^2$.

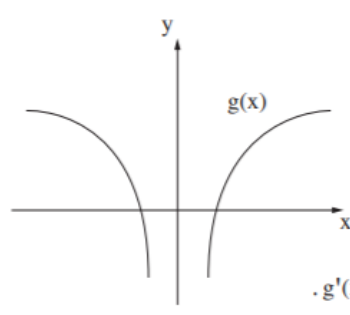
(2) מצא את התחום שבו מתקיים $f(x) > g(x)$.

34. בגרות

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב5 יח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גארד

Handwritten notes including:
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$
 $X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 $y = bx$
 $\omega = 2\pi f$
 $y = \frac{b}{c} \cos x$
 $S = \int f(x) dx$
 golden ratio
 $a^2 - b^2$

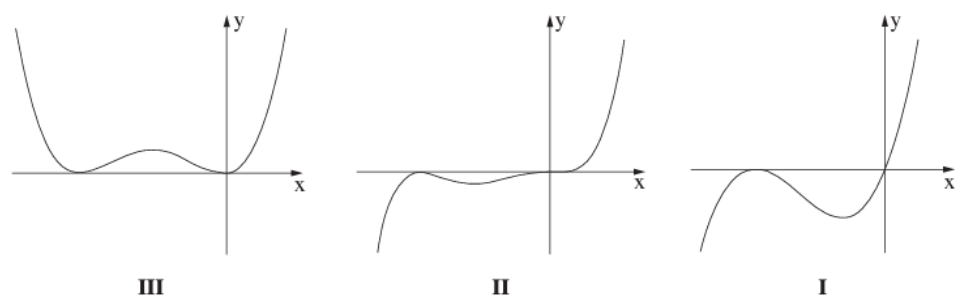


7. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $g(x)$.
 הפונקציות $g''(x)$, $g'(x)$, $g(x)$ מוגדרות לכל x השונה מ-0, ואין להן נקודות קיצון או נקודות פיתול.
 הישר $x = 0$ הוא האסימפטוטה האנכית לכל אחד מן הגרפים של הפונקציות האלה.

- א. (1) סרטוט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$.
 נמק את שיקוליך.
 (2) סרטוט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת השנייה $g''(x)$. נמק את שיקוליך.
- נתון כי השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $g''(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = 2$ שווה ל-5.25.
- ב. הישר $x = 1$ חותך את הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$ בנקודה A, והישר $x = 2$ חותך גרף זה בנקודה B.
 מצא את ההפרש בין שיעור ה- y של הנקודה A ובין שיעור ה- y של הנקודה B. נמק.
- ג. הביטוי $y = \frac{a}{x^3}$ מתאר אחת מן הפונקציות $g''(x)$, $g'(x)$, $g(x)$.
 a הוא פרמטר גדול מ-0.
 (1) קבע איזו מן הפונקציות הביטוי מתאר. נמק את קביעתך.
 (2) מצא את הערך של a.

35. חורף 23

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^n \cdot (x + 1)^2$, $n > 1$ הוא מספר טבעי. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל x .
- א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 ב. מצאו את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה). הבחינו בין n זוגי ובין n אי-זוגי.
 ג. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן. הביעו את תשובותיכם באמצעות n , אם יש צורך. הבחינו בין n זוגי ובין n אי-זוגי.
- לפניכם שלושה גרפים III-I. אחד מן הגרפים מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור n זוגי, ואחד מהם מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור $n > 1$ ואי-זוגי.



- ד. קבעו איזה גרף מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור n זוגי, ואיזה גרף מתאר את הפונקצייה $f(x)$ עבור $n > 1$ ואי-זוגי. נמקו את קביעותיכם.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = a \cdot f(x - 2)$, a הוא פרמטר חיובי.
 נסמן ב- T את השטח הכלוא בין גרף הפונקצייה $g(x)$ ובין ציר ה- x .
 ה. הביעו באמצעות a ו- T את השטח הכלוא בין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין ציר ה- x . נמקו את תשובתכם.

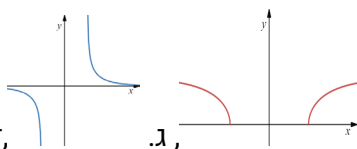
© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד

פתרון

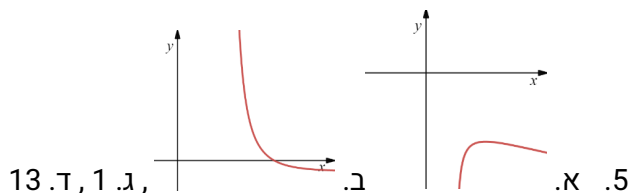
1. א. ת.ה: $x < -2, -2 < x < 2, x < -2$, אסימפטוטות $x=2, x=-2$, ב. ג. ד. 0.5, ה.



2. א. ת.ה: $f(x) > 1, x < -1$, ב. ג. ד. 0.164, ה. -0.164

3. א. 0.717, ב. לא

4. א. $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-2}$, ב. ג. 0.916, ד. 0.5



5. א. ב. ג. ד. 1, 13

6. א. (2,3), (4,3), ב. 2/3

7. א. הוכחה ע"י חקירה, ב. 4.377

8. א. הוכחה, ב. (1) 2

9. א. $\pi^2 + 8$, ב. $-\pi^2 - 8$, ג. $f(x) = -8 \cos x + 8x - 4\pi$

10.

11.

12.

13.

14.

15.

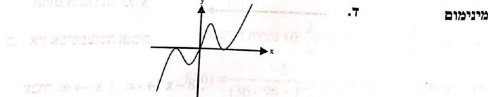
16.

17.

18.

19.

הפונקציה או-זוגית, לכן:
 (-3;0) מקסימום, (-1;-4096a) מינימום, (1;4096a) מקסימום, (3;0) מינימום



20. $81 = \int_{-3}^3 ax(x^2-9)^4 dx$, ה.

21. פתרון: א. $y=2/3x-2$, ב. ג.

22.

23.

24.

25.

26.

27.

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן



לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד

- .28
- .29
- .30
- .31
- .32
- .33
- .34
- .35

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

