

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח 5" ל  
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג אוילר

## פולינום - הקשר בין גרף הנגזרת לפונקציה

כפי שכבר למדנו, כאשר גוזרים פונקציה מסוימת מקבלים פונקציה חדשה הנקראת הנגזרת של הפונקציה. דרך הייצוג האלגברי של פונקציית הנגזרת למדנו למצוא נקודות קיצון ופיתול, ולמדנו למצוא תחומי עליה וירידה. כאשר

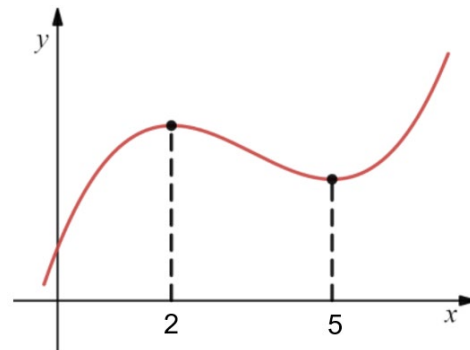
- בנקודות שבהן  $f'(x)=0$  לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות קיצון או פיתול

- בנקודות שבהן  $0 > f'(x)$  הפונקציה  $f(x)$  יורדת

- בנקודות שבהן  $0 < f'(x)$  הפונקציה  $f(x)$  עולה






כעת נלמד להבין את הקשר בין גרף הפונקציה לגרף של הנגזרת של הפונקציה

לדוגמה נתבונן בגרף של הפונקציה  $f(x)$

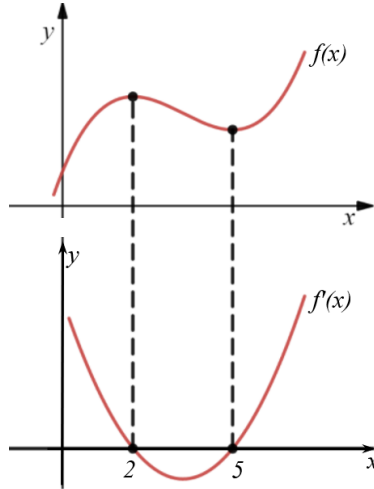


ניתן לראות שלפונקציה  $f(x)$  יש 2 נקודות קיצון ב- $x=2$  ו- $x=5$ .  
וניתן אז לומר ש- $f(x)$  עולה עבור  $x < 2$  או  $x > 5$  ויורדת עבור  $2 < x < 5$

כעת נוכל לרשום ש-

$x$	$x < 2$	$x = 2$	$2 < x < 5$	$x = 5$	$x > 5$
$f(x)$					
$f'(x)$	+	0	-	0	+

על פי הטבלה ניתן לשרטט את הגרף של פונקציית הנגזרת

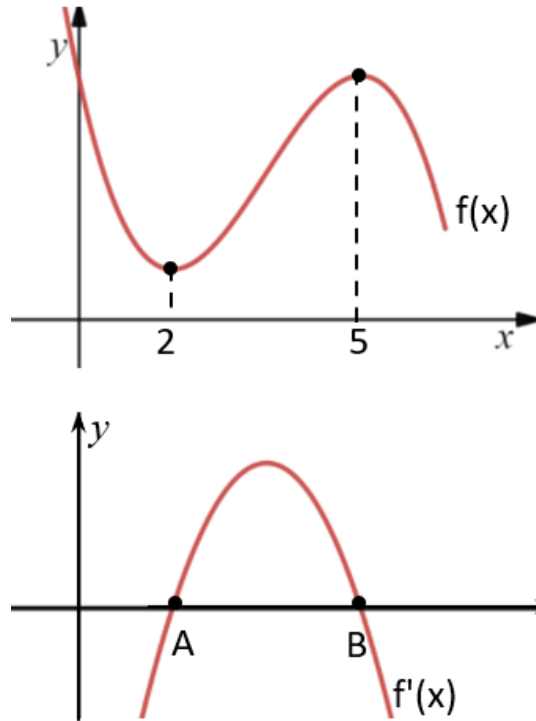


מהשרטוט והטבלה נובע ש-

	הנגזרת $f'(x)$		הפונקציה $f(x)$
$x = 2, \quad x = 5$	שיעורי $x$ נקודות החיתוך עם ציר ה- $x$	זהים	שיעורי ה- $x$ של נקודות הקיצון
$x > 5$ או $x < 2$	תחום חיוביות	זחה	תחום העלייה
$2 < x < 5$	תחום שליליות	זחה	תחום הירידה

## קשר בין גרף הפונקציה לגרף הנגזרת - תרגול

1. נתונים הגרפים של הפונקציה  $f(x)$  והגרף של  $f'(x)$



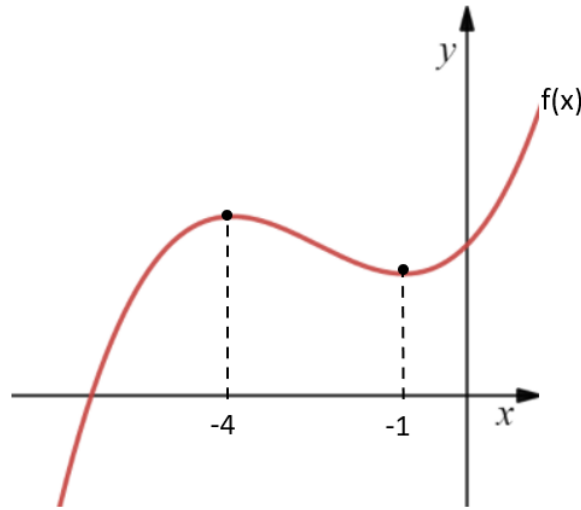
א. מצאו את שעורי נקודת A ו-B

ב. נתונה הטבלה הבאה העתיקו את הטבלה למחברת והשלימו אותה

$x$	$x < 2$	$x = 2$	$2 < x < 5$	$x = 5$	$x > 5$
$f(x)$					
$f'(x)$					

ג. נסחו כלל, כיצד ניתן למצוא את שעורי נקודות החיתוך עם ציר ה- $x$  של גרף הנגזרת לפי הגרף של הפונקציה.

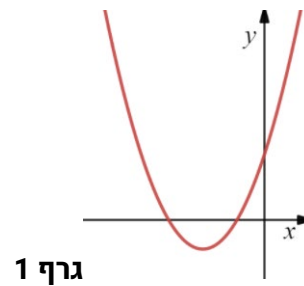
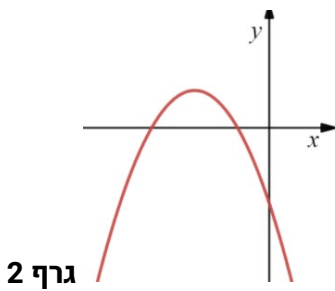
2. נתון הגרף של הפונקציה  $f(x)$



א. השלימו את הטבלה הבאה

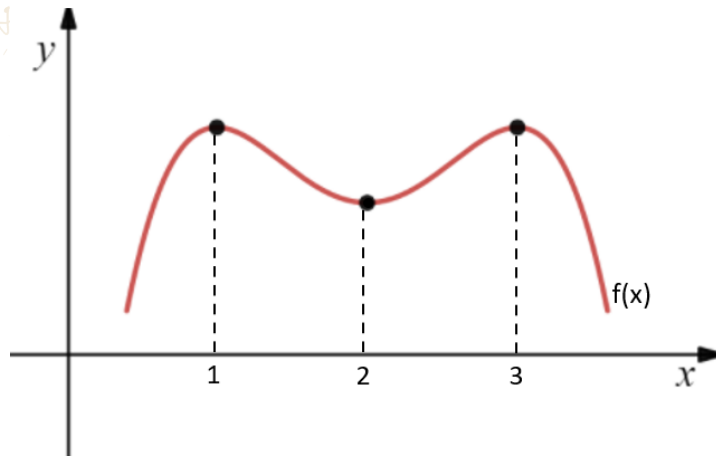
$x$	$x < -4$	$x = -4$	$-4 < x < -1$	$x = -1$	$x > -1$
$f(x)$					
$f'(x)$					

ב. קבעו מבין הגרפים הבאים, איזה גרף מתאים לגרף הנגזרת  $f'(x)$



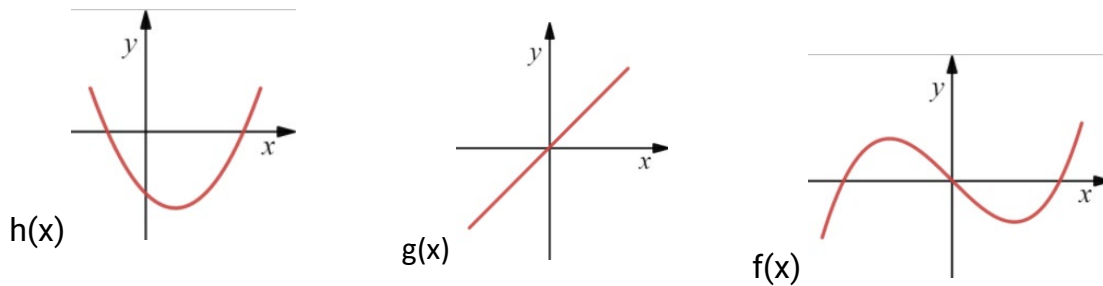
נמקו תשובתכם

3. בשרטוט הבא נתון גרף הפונקציה  $f(x)$

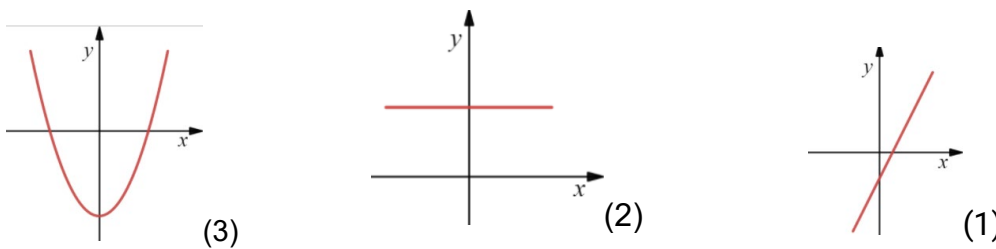


- א. קבעו מהם שעורי נקודות החיתוך של הגרף הנגזרת  $f'(x)$
- ב. העתיקו את הגרף למחברת ושרטטו מתחתיו את גרף הנגזרת  $f'(x)$ .
- ג. הציגו בטבלה את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$

4. נתונים הגרפים של 3 פונקציות:  $f(x)$ ,  $g(x)$  ו- $h(x)$



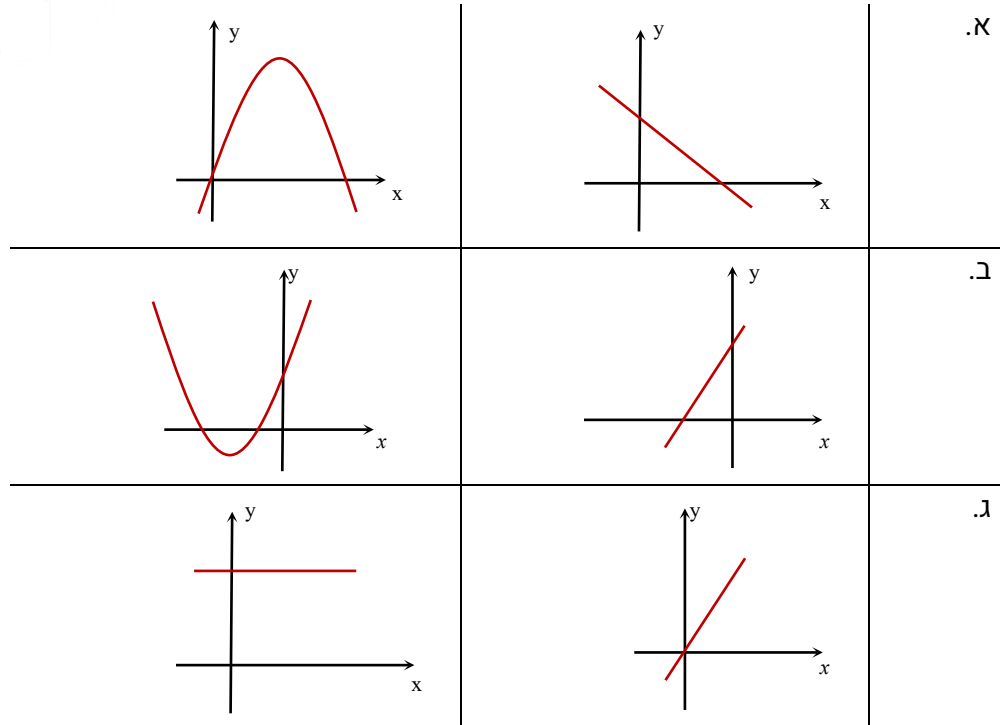
התאימו לכל גרף את גרף הנגזרת המתאים מבין הגרפים הבאים



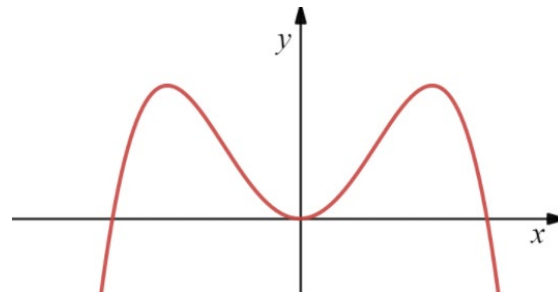
לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח 5" ל  
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג אוגוסט

Handwritten notes in the top left corner include:  
 $\vec{u}$   
 $\omega = 2\pi f$   
 $y = \frac{b}{c} \cos x$   
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$   
 $X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$   
 $\rho = \frac{a}{b} = 1.1033$   
 $\log a^b = b \log a$   
 $S = \int f(x) dx$   
 golden retriev  
 $a^2 - b^2$

5. בכל סעיף נתונים 2 גרפים, אחד של גרף פונקציה והאחר של הגרף הנגזרת. קבעו בכל סעיף איזה גרף שייך לפונקציית הנגזרת ואיזה גרף שייך לפונקציה.



6. נתון השרטוט של גרף הפונקציה  $f(x)$ . ידוע ששיעור ה-x של נקודות הקיצון הם:  $x = 3$ ,  $x = 0$ ,  $x = -3$



- רשמו את שעורי ה-x של נקודות החיתוך של גרף הנגזרת עם ציר ה-x
- שרטטו את גרף הנגזרת של הפונקציה

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח 5" לאורד  
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - א.א. ארנד

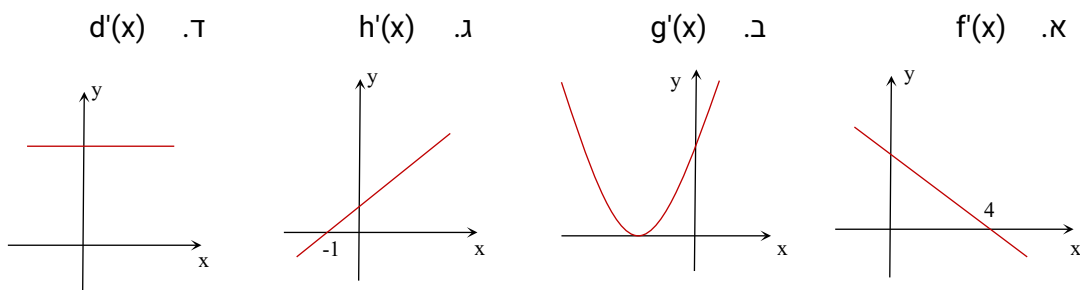
7. לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון אחת בלבד, נקודת מקסימום על ציר  $x$  ב-  $x=2$

א. שרטטו את גרף הפונקציה  $f(x)$

ב. קבעו בכל אחד מהסעיפים הבאים: נכון/לא נכון, ונמקו

i.  $f'(-1) > 0$     ii.  $f'(-2) > 0$     iii.  $f(3) > 0$     iv.  $f'(6) > 0$

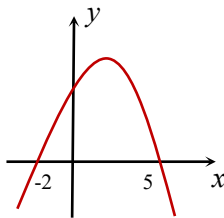
8. בכל סעיף נתון גרף הנגזרת של פונקציה שונה.



ונתון:  $f(4)=2$ ,  $g(-2)=-3$ ,  $h(-1)=1$ ,  $d(-2)=3$

שרטטו את גרף הפונקציה המתאימה בכל אחד מהסעיפים.

9. בציור מתואר גרף הפונקציה  $f'(x)$  שהיא הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$ .

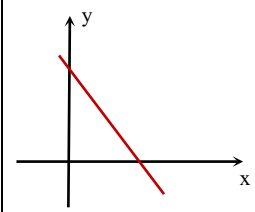
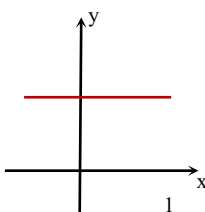
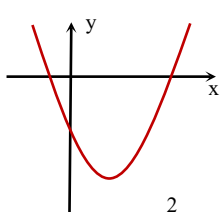
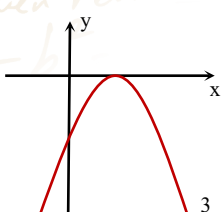
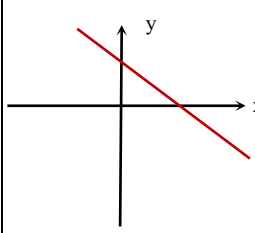
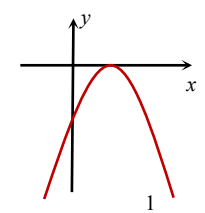
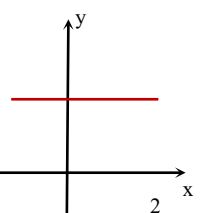
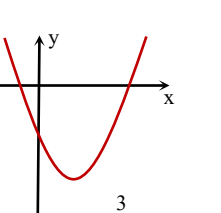
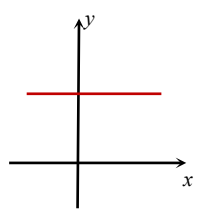
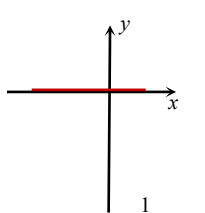
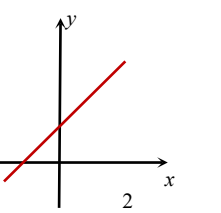
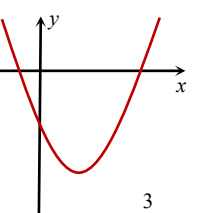


א. מצאו את שיעורי ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$

ב. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$

ג. נתון:  $f(5)=5$ ,  $f(-2)=3$ . שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$

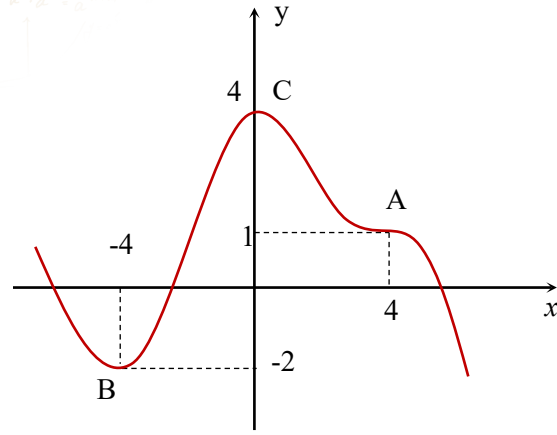
10. בציור מתואר גרף הפונקציה  $f'(x)$

גרף הנגזרת	אופציות לגרף הפונקציה
 <p>.א</p>	  
 <p>.ב</p>	  
 <p>.ג</p>	  



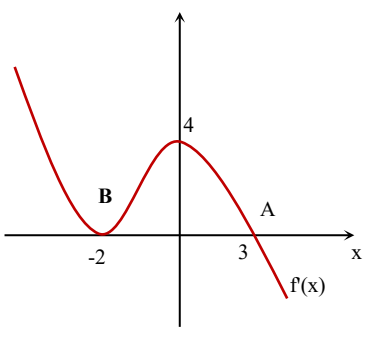
Handwritten notes including:  
 $\vec{u}$   
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$   
 $\omega = 2\pi f$   
 $y = \frac{b}{c} \cos x$   
 $S = \int f(x) dx$   
 golden retriever  
 $a^2 - b^2$   
 $X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$   
 $\rho = \frac{a}{b} = 1$   
 $1033$

11. באיור הבא מתואר גרף הפונקציה  $g(x)$ . בנקודות A, B, C. שיפוע הגרף הוא 0.



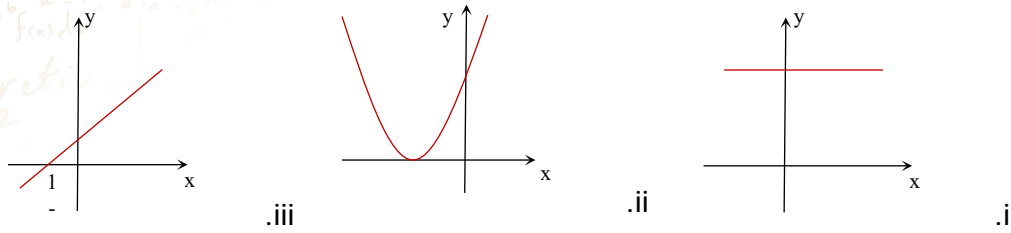
- א. שרטטו את גרף הנגזרת  $g'(x)$   
 ב. השלימו בכל סעיף  
 i.  $g'(4) = \underline{\hspace{2cm}}$     ii.  $g(\underline{\hspace{2cm}}) = -2$     iii.  $g(4) = \underline{\hspace{2cm}}$     iv.  $g'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$   
 ג. סמן בכל אחד מהסעיפים הבאים: נכון/ לא נכון  
 i.  $g'(2) < 0$     ii.  $g(-1) = 6$     iii.  $g(2) > 0$     iv.  $g'(-3) < 0$

12. באיור הבא מתואר גרף הפונקציה  $f(x)$ . נתון שהנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של גרף הנגזרת עם ציר ה-x



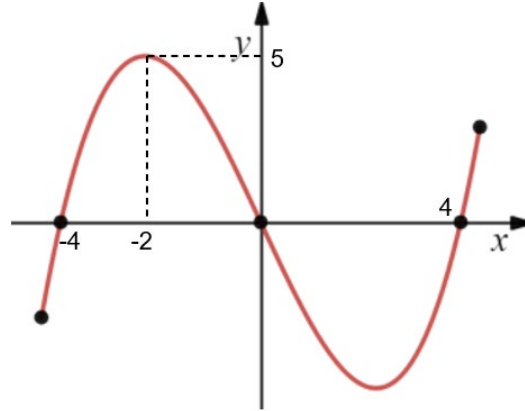
- א. שרטטו את גרף הפונקציה  $f(x)$  אם ידוע:  $f(3)=4$  ו-  $f(-2)=2$   
 ב. בתחום  $-2 \leq x \leq 3$ :  
 i. באיזה נקודה הגרף הכי תלול? נמקו  
 ii. מה השיפוע המקסימלי של הפונקציה  $f(x)$ ? נמקו  
 (סידרתי כי זה היה נראה מוזר)  
 ג. קבעו בכל אחד מסעיפים הבאים: נכון/ לא נכון  
 i.  $f(2) < 0$     ii.  $f(-1) = 7$     iii.  $f(2) > 0$     iv.  $f'(-3) > 0$

13. לפניכם 3 גרפים שונים, המייצגים את הגרפים של הפונקציות:  $g(x)$ ,  $g'(x)$ ,  $g''(x)$ .  
 א. קבע עבור כל ציור לאיזו פונקציה הוא מתאים. נמק את תשובתך.



ב. שרטטו את הגרף של פונקציית הנגזרת של  $g''(x)$

14. באיור הבא נתון גרף הנגזרת  $f'(x)$  בתחום  $-5 \leq x \leq 5$



א. רשמו את שעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של  $f(x)$  של גרף וקבעו את סוגן.  
 ב. רשמו את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה

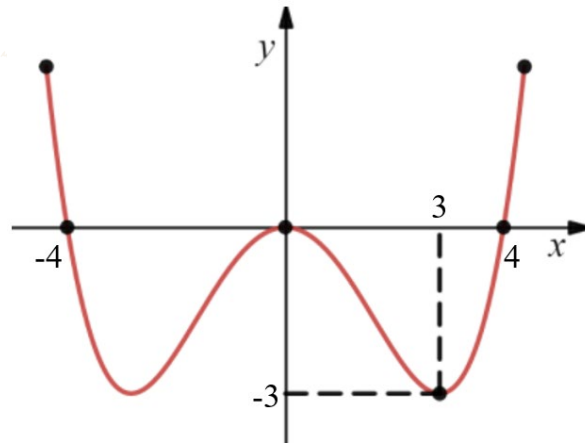
$$f(5) = f(-5) = 4$$

$f(x)$  הוא 6 והערך הקטן ביותר הוא 2

ג. שרטטו את גרף הפונקציה

ד. נתון  $f(-2)=4$ , מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה שבה  $x = -2$

15. באיור הבא נתון גרף הנגזרת  $f'(x)$  בתחום  $-5 \leq x \leq 5$

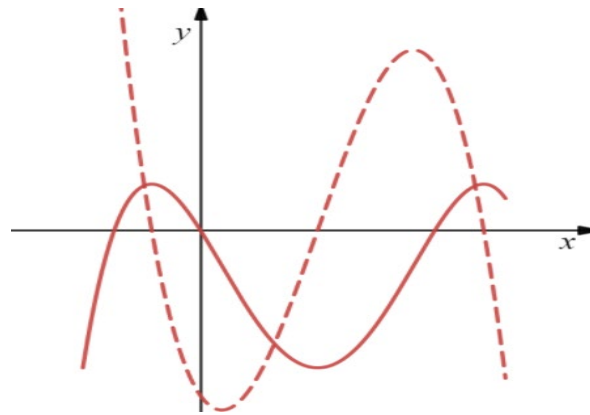


- א. רשמו את שעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של  $f(x)$  וקבעו את סוגן  
ב. רשמו את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה

נתון  $f(x)$  עוברת בראשית הצירים וש-  $f(-5) = 3$  ,  $f(5) = -3$  ,  
שהערך המקסימלי שמקבלת  $f(x)$  הוא 5 והערך הקטן ביותר הוא -5

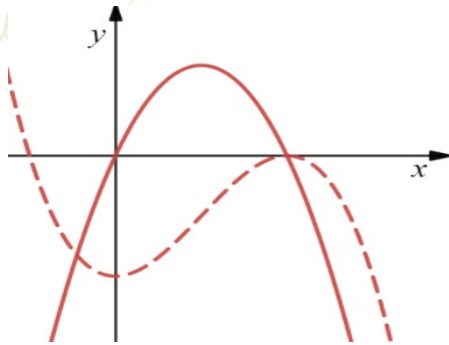
- ג. שרטטו את גרף הפונקציה  
ד. נתון  $f(3) = -4$  , מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה שבה  $x = 3$

16. באיור הבא ניתן לראות את הגרף של הפונקציה  $f(x)$  ואת הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

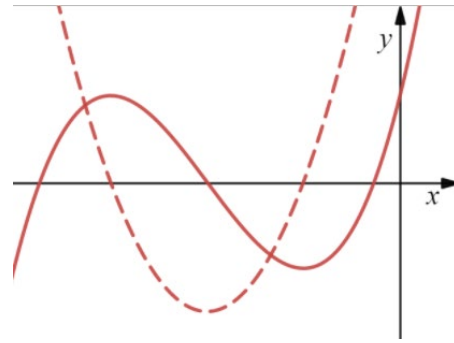


קבעו איזה גרף מתאים לפונקציית הנגזרת ואיזה מתאים לגרף הפונקציה

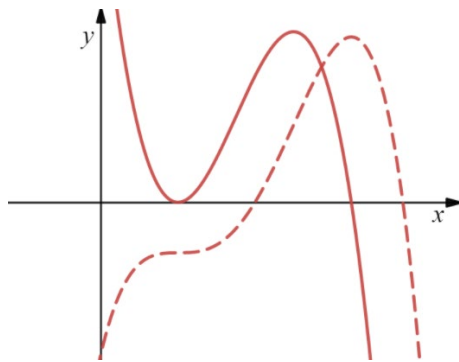
17. בכל סעיף ניתן לראות את הגרפים של פונקציה ואת גרף של הנגזרת. קבעו איזה מהגרפים מתאים לגרף הפונקציה.



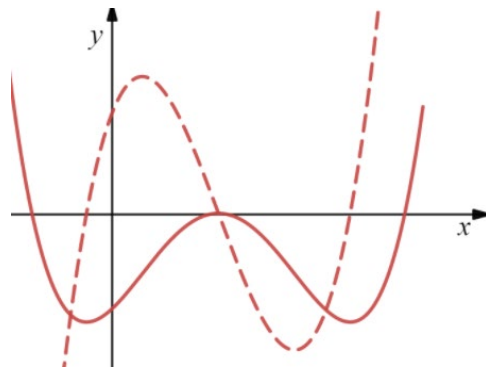
א.



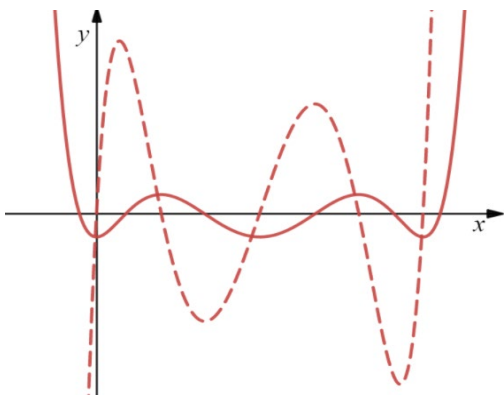
ב.



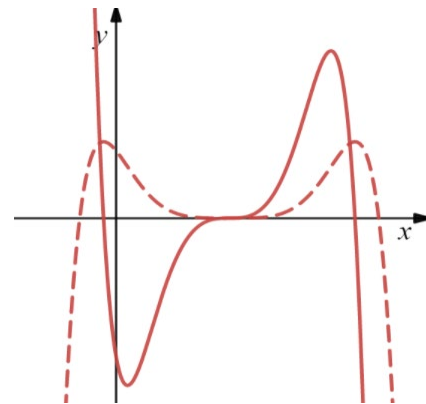
ג.



ד.

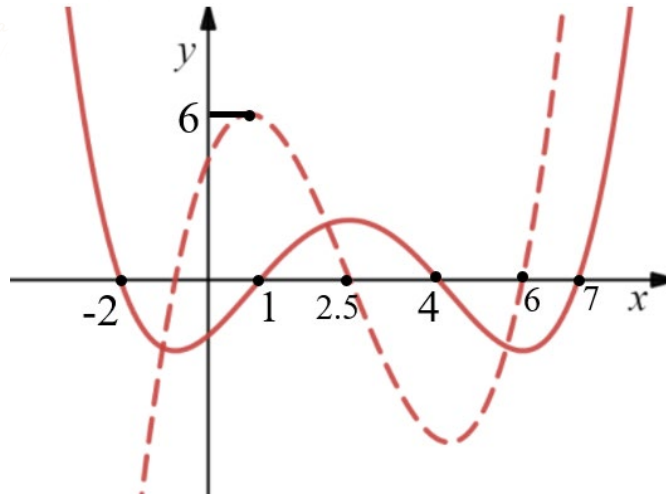


ה.



ו.

18. באיור הבא ניתן לראות את הגרף של הפונקציה  $f(x)$  ואת הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$








- קבעו איזה גרף מתאים לפונקציית הנגזרת ואיזה מתאים לגרף הפונקציה
- כמה נקודות קיצון יש לפונקציה  $f(x)$  ?
- מהו השיפוע של המשיק לפונקציה בנקודה שבה  $x=6$
- מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה שבה  $x=1$
- רשמו את התחום שבו  $f(x) > 0$  וגם  $f'(x) > 0$

פתרונות - קשר בין גרף הנגזרת לפונקציה






1. א.  $A(2,0), B(5,0)$

ב.

$x$	$x < 2$	$x = 2$	$2 < x < 5$	$x = 5$	$x > 5$
$f(x)$					
$f'(x)$	-	0	+	0	-

ג. ניתן למצוא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הנגזרת לפי שיעורי X של נקודות הקיצון של גרף הפונקציה

2. א.








$x$	$x < -4$	$x = -4$	$-4 < x < -1$	$x = -1$	$x > -1$
$f(x)$					
$f'(x)$	+	0	-	0	+

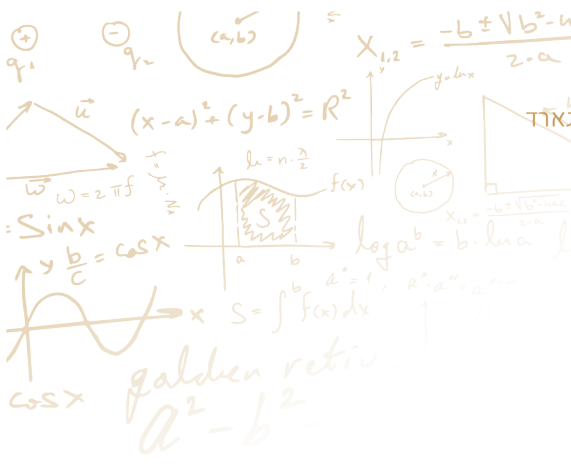
ב. גרף 1

3. א.  $(1,0), (2,0), (3,0)$

ב.

ג.

$x$	$x < 1$	$x = 1$	$1 < x < 2$	$x = 2$	$2 < x < 3$	$x = 3$	$x > 3$
$f(x)$							
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-



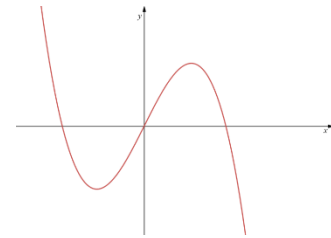
4.  $f(x) = (3), g(x) = (2), h(x) = (1)$

5. א. ימין - נגזרת, שמאל - פונקציה

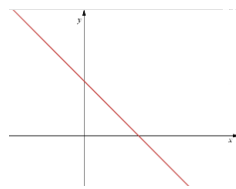
ב. ימין - נגזרת, שמאל - פונקציה

ג. ימין - פונקציה, שמאל - נגזרת

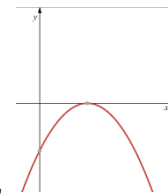
6. א.  $X = 0, X = -3, X = 3$



ב.



, גרף הנגזרת



7. א. פונקציה

ב. i. נכון

ii. נכון

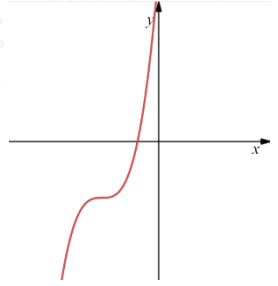
iii. לא נכון

iv. לא נכון

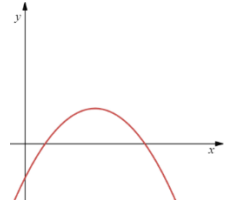
לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח 5" לאורד  
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג אוגוסט קאנור

Handwritten notes and diagrams:

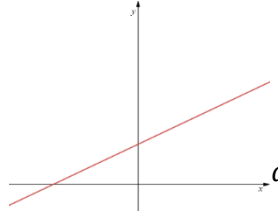
- $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$ ,  $\omega = 2\pi f$ ,  $y = \frac{b}{c} \cos x$ ,  $\cos x$
- Circle:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$
- Quadratic:  $X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ,  $\varphi = \frac{a}{b} = 1.1033$
- Area:  $S = \int f(x) dx$ ,  $\log_a b = b$ ,  $a^2 - b^2$
- Golden ratio:  $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$



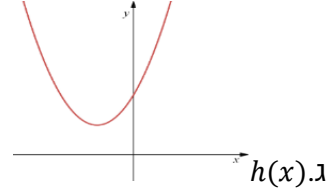
ג. ב.  $g(x)$



א. א.  $f(x)$

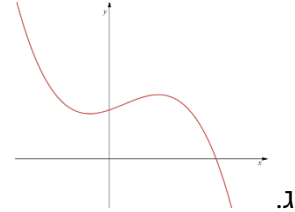


ד. ד.  $d(x)$



ג. ג.  $h(x)$

9. א.  $X = -2, X = 5$   
 ב. עלייה:  $-2 < x < 5$   
 ירידה:  $x < -2, x > 5$



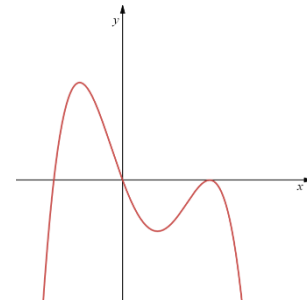
ג.

10. א. 3  
 ב. 1  
 ג. 2



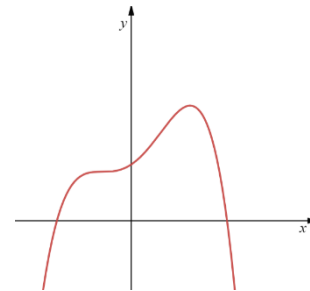
Handwritten notes including:  
 $\vec{u}$   
 $\omega = 2\pi f$   
 $y = \frac{b}{c} \cos x$   
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$   
 $X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$   
 $\rho = \frac{a}{b} = 1$   
 $\log_a b = b \cdot \log a$   
 $S = \int f(x) dx$   
 golden retriever  
 $a^2 - b^2$

11. א.



- ב. i. 0
- ii. -4
- iii. 1
- iv. 0
- ג. i. נכון
- ii. לא נכון
- iii. נכון
- iv. לא נכון

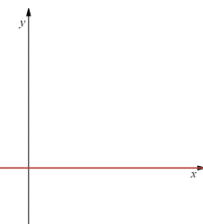
12. א.



- ב. i.  $X = 0$ , הנקודה בעלת הערך הגבוה ביותר בפונקציית הנגזרת.
- ii. 4
- ג. i. לא נכון
- ii. לא נכון
- iii. נכון
- iv. נכון

13. א. i.  $g''(x) = i$  ii.  $g'(x) = ii$  iii.  $g(x) = i$

ב.

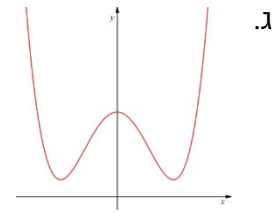


לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח 5" לאורד  
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג אוגוסט

14. א.  $X = -4 \text{ min}, X = 0 \text{ max}, X = 4 \text{ min}$

ב. עלייה:  $-4 < X < 0, 4 < X$

ג. ירידה:  $0 < X < 4, X < -4$

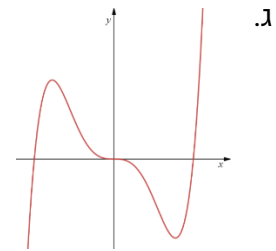


ד.  $y = 5x + 14$

15. א.  $X = -4 \text{ max}, X = 4 \text{ min}$

ב. עלייה:  $X > 4, X < -4$

ג. ירידה:  $-4 < X < 4$



ד.  $y = -3x + 5$

16. רציף  $f(x)$

מקווקו  $f'(x)$

17. א. רציף  $f(x)$

מקווקו  $f'(x)$

ב. מקווקו  $f(x)$

רציף  $f'(x)$

ג. רציף  $f(x)$

מקווקו  $f'(x)$

ד. מקווקו  $f(x)$

רציף  $f'(x)$

ה. מקווקו  $f(x)$

רציף  $f'(x)$

ו. רציף  $f(x)$

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ביח"ל  
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג אוגוסט לואי קוויסיאד

מקווקו  $f'(x)$

18. א. רציף  $f(x)$

מקווקו  $f'(x)$

ב. 3 נקודות קיצון

ג. 0

ד.  $y = 6x - 6$

ה.  $1 < X < 2.5, X > 7$