

יח"ל - שאלון 482 - יחידה 8 - סדרות

סדרת מספרים היא למעשה טור של מספרים שבדרך כלל קיימת בו חוקיות בין איבר לאיבר הבא

אחריו

לדוגמא: טור פיבונצ'י

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,.....

(כל איבר הוא סכום של שני האיברים שקדמו לו)

כאשר האיברים מסומנים לפי המקום $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \dots$

לדוגמא בטור פיבונצ'י: $a_1 = 0, a_2 = 1, a_3 = 1, a_4 = 2 \dots$

יש לשים לב להבדל בין המקום של האיבר (חייב להיות מספר טבעי: 1,2,3,...) שמומן במספר

קטן לבין האיבר עצמו שיכול לקבל כל ערך.

בשאלון זה אנו נפגוש שני סוגי סדרות, חשבונית והנדסית.

סדרה חשבונית :

סדרה חשבונית היא סדרה שבה ההפרש (d) בין שני מספרים הוא קבוע

א. 2, 5, 8, 11.....

ב. 7, 5, 3, 1.....

ג. 14, 16.5, 19, 21.5.....

ד. 5, -1, -7, -13.....

קיימים שני סוגים של סדרה חשבונית

עולה : -4, -1, 2, 5.....

ויורדת 24, 14, 4, -6.....

איבר כללי של סדרה חשבונית

נסתכל על הסדרה הבאה : 2, 5, 8, 11.....

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 2 + 3$$

$$a_3 = 2 + 3 + 3$$

$$a_4 = 2 + 3 + 3 + 3$$

..

$$a_{10} = 2 + 9 \cdot 3$$

..

$$a_{100} = 2 + 99 \cdot 3$$

$$a_n = 2 + (n - 1) \cdot 3$$

מכאן מתקבלת הנוסחה לאיבר כללי של סדרה חשבונית (אשר מופיע בדף הנוסחאות)

$$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$$

a_1 - איבר ראשון

d - הפרש הסדרה

a_n - איבר במקום ה- n / איבר אחרון

s_n - סכום הסדרה

n - מקום האיבר / מספר איברים


לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות בי"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

סדרה חשבונית - איבר כללי

1. נתונה בסדרה החשבונית: $1, 4, 7, \dots$, שבה יש 12 איברים

א. מצאו את האיבר העשירי בסדרה.

ב. מצאו את האיבר האחרון בסדרה.


ג. חשבו את סכום 3 האיברים האחרונים בסדרה. 

2. בסדרה חשבונית 17 איברים. האיבר השלישי בסדרה הוא 10. הפרש הסדרה הוא 3.

א. מצאו את האיבר הראשון בסדרה

ב. מצאו את האיבר שלפני האיבר האחרון בסדרה

ג. חשבו את האיבר האמצעי בסדרה.


ד. כמה איברים עומדים במקומות הזוגיים בסדרה 

3. נתונה סדרה חשבונית $3, -2, -7, \dots$

א. מצאו את האיבר הנמצא במקום השביעי בסדרה


ב. הביעו בעזרת n את האיבר הנמצא במקום n -ה

ג. הביעו בעזרת n את האיבר הנמצא במקום $2n$ -ה

ד. הביעו בעזרת n את האיבר הנמצא במקום $n+1$ -ה 

4. נתונה סדרה חשבונית $3, -7, -11, \dots$

א. מצאו את המיקום של האיבר 151- הנמצא בסדרה

ב. מצאו את המיקום של שני איברים עוקבים שסכומם 246- 

5. נתון בסדרה חשבונית שהאיבר השביעי בסדרה הוא 15- ואיבר במקום 12 בסדרה הוא 9

מצאו את הפרש הסדרה ואת האיבר הראשון 

3  כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

6. בסדרה חשבונית האיבר הרביעי גדול פי 3 מהאיבר הראשון, והאיבר השביעי גדול ב-10 מהאיבר השני.

מצאו את האיבר ה-20 בסדרה.

7. בסדרה חשבונית האיבר החמישי גדול ב 12 מהאיבר השמיני. האיבר במקום ה-13 הוא 51 בסדרה מצא את האיבר הראשון בסדרה.

8. סדרה חשבונית סכום האיברים הרביעי והעשירי שווה ל 150. האיבר השישי שווה ל 70. מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.

9. כמה מספרים תלת-ספרתיים מתחלקים ב-7 בלי שארית.

10. דני צריך לשלוח בדואר 4 חבילות במשקלים שונים. עלות הבולים למשלוח החבילה תלויה במשקל החבילה. מחירי הבולים הנ"ל יוצרים סדרה חשבונית. מחיר הבול היקר ביותר גדול פי 3 מהבול הזול ביותר. סך הכול שילם דני 120 ₪.
א. מהו מחיר הבול הזול ביותר?
ב. מהו מחיר הבול היקר ביותר?

11. בסדרה חשבונית, סכום האיברים השני, החמישי ושמיני הוא 87, הפרש בין האיבר ה-12 לאיבר השישי הוא 24, מצאו כמה איברים בסדרה אם ידוע שהאיבר לפני האחרון הוא

201

4. כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

18. נתונה סדרה חשבונית הבאה: a_1, a_2, a_3, \dots , שהפרשה d

נתונה בכל סעיף סדרה חדשה.

קבעו על ידי הוכחה בכל סעיף האם הסדרה היא סדרה חשבונית

א. $a_1 + p, a_2 + p, a_3 + p, \dots$

ב. $a_1 \cdot p, a_2 \cdot p, a_3 \cdot p, \dots$

ג. $a_1 - p, a_2 - 2p, a_3 - 3p, \dots$

ד. $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \dots$

ה. a_2, a_4, a_6, \dots

ו. $a_1 + a_2 + a_3, a_4 + a_5 + a_6, a_7 + a_8 + a_9, \dots$

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ביח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג אוטרד

סכום סדרה חשבונית

ניתן לחשב את סכום האיברים של סדרה חשבונית ע"י הנוסחה הבאה:

לדוגמא נחשב את הסכום הבא:

$$1+2+3+4+\dots+97+98+99+100$$

נוכל לשים לב שסכום האיבר האחרון והראשון הוא: $1 + 100 = 101$

וכמו כן גם סכום האיבר השני ואיבר לפני האחרון הוא: $2 + 99 = 101$

וכמו כן גם סכום האיבר השלישי ואיבר לפני האחרון הוא: $3 + 98 = 101$

מאחר שיש לנו בסכום זה 50 זוגות את נוכל להגיד שסכום הסדרה הוא:

$$50 \cdot 101 = 5050$$

ומכאן מתקבלת הנוסחה:

$$s_n = (a_1 + a_n) \frac{n}{2}$$

כאשר סכום הסדרה מתקבל ע"י חיבור של האיבר האחרון והאיבר הראשון והכפלה במספר

איברי הסדרה לחלק ל-2

אם נציב את הנוסחה לאיבר כללי שקיבלנו קודם נקבל את הנוסחה הבא:

$$s_n = (2a_1 + d(n - 1)) \frac{n}{2}$$

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ביח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

482 - סדרה חשבונית - סכום

19. נתונה סדרה החשבונית: $11, 17, 23, \dots$ שבה 33 איברים

- מצאו את הסכום של כל הסדר
- מצאו את הסכום של כל האיברים עד לאיבר האמצעי (לא כולל)
- חשבו את סכום 10 האיברים האחרונים של הסדרה

20. נתונה סדרה החשבונית: $27, 24, 21, \dots$ שבה האיבר האחרון הוא -171

- חשבו את סכום האיברים החיוביים בסדרה
- חשבו את סכום האיברים השלילים בסדרה
- חשבו את סכום האיברים החל מהאיבר ה-10 עד לאיבר ה-20
- מצא מספר מינימלי של איברים שאם נחבר אותם יתקבל סכום שלילי

21. נתונה הסדרה $7, 11, 15, \dots$

- חשבו את סכום 12 האיברים הראשונים של הסדרה
- a_n הוא איבר בסדרה, הביעו בעזרת n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה
- a_{2n} הוא איבר בסדרה, הביעו בעזרת n את סכום $2n$ האיברים הראשונים בסדרה
- a_{2n-1} הוא איבר בסדרה, הביעו בעזרת n את סכום $2n-1$ האיברים הראשונים בסדרה

22. מצאו בסדרה: $3, 4, 5, \dots, 12$ איבר שסכום האיברים לפניו שווה לסכום האיברים

שאחריו.

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ביח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

23. בסדרה חשבונית האיבר העשירי גדול פי 3 מהאיבר הרביעי.

סכום מאה האיברים הראשונים הוא 9900.

א. מצאו את a_1 ו-d.

ב. חשבו את האיבר החמישי בסדרה.

24. סכום n האיברים הראשונים בסדרה חשבונית: $1, 4, 7, \dots$ הוא כסכום n האיברים

הראשונים בסדרה חשבונית: $51, 49, 47, \dots$.

מצאו את n.

25. בסדרה חשבונית סכום 17 איברים ראשונים של הסדרה שווה ל 204. האיבר העשירי

בסדרה שווה ל 13.5.

א. מצא את האיבר הראשון בסדרה.

ב. מצא את סכום 25 האיברים הראשונים בסדרה.

26. בסדרה חשבונית האיבר במקום ה-11 גדול פי 3 מהאיבר השלישי. סכום שמונים

האיברים הראשונים בסדרה הוא 6640.

א. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.

ב. מצאו את האיבר במקום העשרים

ג. מצאו את סכום עשרים האיברים הראשונים בסדרה.

27. נתונה סדרה חשבונית שבה סכום 30 האיברים הראשונים הוא 2295, ידוע שהאיבר

האחרון גדול פי 37.25 מאיבר הראשון.

א. מצאו את האיבר האחרון בסדרה

ב. מצאו את הפרש הסדרה

28. נתונה סדרה חשבונית שבה ח2 איברים.

נתון שסכום ה-n האיברים האחרונים גדול ב-3136 מסכום ה-n האיברים הראשונים.

בנוסף ידוע שהפרש הסדרה הוא 4

א. מצאו את מספר איברי הסדרה.

ב. חיברו החל מהאיבר ה-5 n איברים וקיבלו 546. מצאו את האיבר הראשון

בסדרה. ■

29. סכום האיבר הראשון והאחרון שווה 53.

סכום כל האיברים בסדרה הוא 318 האיבר שני לפני הסוף בסדרה הוא 40.5

מצאו את האיבר הראשון בסדרה ואת הפרש הסדרה ■

30. נתונה סדרה חשבונית שבה ח2 איברים שסכומם הוא 1.25- וסכום האיברים העומדים

במקומות זוגיים הוא 1.125, ידוע שאיבר הראשון הוא $\frac{7}{8}$

א. האם הסדרה עולה או יורדת? נמקו

ב. מצאו את הפרש הסדרה

ג. מהו האיבר השלישי הגדול ביותר בסדרה זאת ■

31. נתונה סדרה חשבונית שבה מספר זוגי של איברים.

סכום האיברים במקומות האי זוגיים שווה ל-279 וסכום האיברים במקומות הזוגיים הוא

321, נתון שהפרש הסדרה הוא 3.5

א. מצאו את מספר איברי הסדרה

ב. מכל איבר בסדרה הנ"ל הפחיתו 2, חשבו את סכום האיברים הנמצאים במקומות

שמתחלקים ב-4 ■

32. נתונה סדרה חשבונית שבה האיבר הראשון של הסדרה הוא 4 .

האיבר במקום ה־ 39 בסדרה קטן ב־ 42 מהאיבר במקום ה־ 25 בסדרה.

מהסדרה הנתונה לקחו כל איבר שלישי כך שהתקבלה סדרה חשבונית חדשה:

$$a_3, a_6, a_9, \dots, a_n$$

א. מצא את הפרש הסדרה החדשה.

סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 1258 .

ב. מצא את מספר האיברים בסדרה החדשה.

(2) מהו מספר האיברים בסדרה המקורית? נמק. ■

33. נתונה סדרה חשבונית: $\dots, 89, 83, 77$. ובה n איברים.

סכום שני האיברים האחרונים בסדרה קטן ב-504 מסכום כל האיברים שלפניהם

א. מצא את האיבר האחרון בסדרה.

ב. מצא כמה איברים שלילים יש בסדרה. ■

34. יובל קיבל שתי אפשרויות תשלום לקניית מחשב חדש:

אפשרות 1: תשלום ראשון של 350 שקלים ועוד מספר תשלומים שכל אחד גדול מהתשלום שלפניו ב-40 שקלים

אפשרות 2: תשלום ראשון של 800 שקלים ועוד מספר תשלומים שכל אחד קטן מהתשלום שלפניו ב-71 שקלים.

עלות המחשב זהה בשתי האפשרויות תשלום, מספר התשלומים באפשרות 2 קטן ב-2

א. מצא את מספר התשלומים בהצעה II .

ב. מצא את המחיר של שואב האבק.

35. נתונה סדרה חשבונית שהפרשה הוא 4

נתון שסכום $n-3$ איברים הראשונים קטן ב-288 מסכום $n-3$ האחרונים

א. מצאו את מספר האיברים בסדרה

בין כל 2 איברים בסדרה הכניסו איבר נוסף, ונתון שהאיבר הראשון הוא 3.

ב. מצאו את סכום הסדרה החדשה

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ביח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

36. נתונה סדרה המקיימת: $s_n = -2n^2 + 4n$

- מצאו את סכום 10 האיברים הראשונים בסדרה.
- מצאו את 3 האיברים הראשונים בסדרה
- הוכיחו שהסדרה הנתונה היא סדרה חשבונית

37. נתונה סדרה המקיימת: $s_n = \frac{5}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$

- מצאו את סכום 12 האיברים הראשונים בסדרה.
- מצאו את 3 האיברים הראשונים בסדרה
- הוכיחו שהסדרה הנתונה היא סדרה חשבונית
- האם 34 הוא איבר בסדרה? נמקו

38. שתי רכבות צאו זו לקראת זו, המרחק ביניהן תחילה היה 1110 ק".

- רכבת אחת עברה בשעה הראשונה 70 ק"מ בכל שעברה הגדילה את מהירותה באופן קבוע, השנייה נסעה במהירות קובעה של 90 קמ"ש בכל שעה.
הרכבות נפגשו לאחר 6 שעות.
בכמה הגדילה הרכבת הראשונה את המרחק שעברה בכל שעה?

39. נתונה סדרה חשבונית שהפרשה d ובה n איברים.

סכום n האיברים הראשונים קטן ב-1017.5 מסכום n האיברים האחרונים בסדרה.

א. חשבו את הערך של $n \cdot d$

נתון ש-4=d

ב. מצאו את האיבר הראשון בסדרה

סדרה חשבונית 482 - שאלות בגרות

40. בגרות

סדרות

1. אדם קיבל שתי הצעות לקניית שואב אבק בתשלומים חודשיים, הצעה I והצעה II. בשתי ההצעות היה לשואב האבק אותו המחיר.
הצעה I: התשלום הראשון הוא 180 שקלים, וכל תשלום נוסף גדול ב- 15 שקלים מהתשלום שקדם לו.
הצעה II: התשלום הראשון הוא 195 שקלים, וכל תשלום נוסף קטן ב- 15 שקלים מהתשלום שקדם לו.
מספר התשלומים בהצעה II היה גדול ב- 2 ממספר התשלומים בהצעה I.
א. מצא את מספר התשלומים בהצעה II.
ב. מצא את המחיר של שואב האבק.

41. 2017 - מועד ב

סדרות

1. הדר מתאמנת לקראת מרוץ שאורך המסלול שלו הוא 22 ק"מ. במהלך השבוע הראשון לאימונים רצה הדר 2 ק"מ, ותכננה להוסיף בכל שבוע 500 מטרים לריצה, כדי שבשבוע האחרון לאימונים היא תרוץ 22 ק"מ.
א. כמה שבועות הדר מתכננת להתאמן למרוץ?
לאחר 24 שבועות שבהם התאמנה כמתוכנן, הודיעו על הקדמת המרוץ. בשבוע ה- 25 היא רצה כמתוכנן, ולאחר מכן היא החליטה לשנות את תכנית האימונים שלה: לרוץ בכל שבוע 800 מטרים יותר מבשבוע שלפניו (ולא 500 מטרים יותר, כפי שתכננה בהתחלה). כך, בשבוע האחרון לאימונים היא תרוץ 22 ק"מ.
ב. בכמה שבועות תקצר הדר את האימונים שלה?
ג. כמה קילומטרים תרוץ הדר סך הכול במהלך האימונים שלה?

42. 2014 - קיץ מועד ג'

נתונה סדרה חשבונית ובה n איברים.

$$a_1 = 6 \quad d = 6$$

סכום שני האיברים האחרונים בסדרה קטן ב-190 מסכום כל האיברים שלפניהם

- א. מצא כמה איברים יש בסדרה
- ב. מצא כמה איברים חיוביים יש בסדרה.

43. 2014 - מועד קיץ

- אדם קיבל שתי הצעות לקניית שואב אבק בתשלומים חודשיים, הצעה I והצעה II. בשתי ההצעות היה לשואב האבק אותו המחיר. הצעה I: התשלום הראשון הוא 180 שקלים, וכל תשלום נוסף גדול ב-15 שקלים מהתשלום שקדם לו. הצעה II: התשלום הראשון הוא 195 שקלים, וכל תשלום נוסף קטן ב-15 שקלים מהתשלום שקדם לו. מספר התשלומים בהצעה II היה גדול ב-2 ממספר התשלומים בהצעה I.
- מצא את מספר התשלומים בהצעה II.
 - מצא את המחיר של שואב האבק.

44. 2014 - חורף

- נתונה סדרה חשבונית עולה: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$
- נתון: $a_1 \cdot a_4 = a_{22}$
- הראה כי האיבר הראשון בסדרה החשבונית שווה להפרש הסדרה. שלושת האיברים 9, 6, 4 בסדרה החשבונית הנתונה מהווים סדרה הנדסית. a_4 הוא האיבר הראשון בסדרה ההנדסית.
 - מצא את מנת הסדרה ההנדסית.
 - סכום שלושת האיברים שבתת סעיף ב1 הוא 133.
 - מצא את הפרש הסדרה החשבונית הנתונה.
 - סכום n האיברים הראשונים בסדרה הנתונה מקיים $s_n > 11,977$.
 - מצא את n הקטן ביותר המקיים אי-שוויון זה.

45. 2012 - חורף

- שני רוכבי אופנוע נמצאים במרחק 1110 ק"מ זה מזה, ורוכבים זה לקראת זה. בשעה הראשונה עבר הרוכב הראשון מרחק של 50 ק"מ, ובכל שעה נוספת עבר 5 ק"מ יותר מהמרחק שעבר בשעה הקודמת. הרוכב השני יצא לדרך 3 שעות אחרי הרוכב הראשון. בשעה הראשונה הוא עבר 90 ק"מ, ובכל שעה נוספת עבר 4 ק"מ פחות מהמרחק שעבר בשעה הקודמת. חשב כעבור כמה שעות מרגע היציאה של הרוכב הראשון ייפגשו שני הרוכבים.

46. 2013 - קיץ

נתונה סדרה חשבונית: $a_1, a_2, a_3 \dots$

האיבר הראשון של הסדרה הוא 2.5 .

האיבר במקום ה' 33 בסדרה גדול ב' 80 מהאיבר במקום ה' 17 בסדרה.

מהסדרה הנתונה לקחו כל איבר שלישי כך שהתקבלה סדרה חשבונית חדשה:

$$a_3, a_6, a_9, \dots, a_n$$

א. מצא את הפרש הסדרה החדשה.

ב. סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 3100 .

(1) מצא את מספר האיברים בסדרה החדשה.

(2) מהו מספר האיברים בסדרה המקורית? נמק.

47. 2013 - חורף 805

נתונה סדרה חשבונית שהפרש שלה d , והאיבר הראשון שלה הוא a_1 .

סכום 21 האיברים הראשונים בסדרה שווה לסכום 20 האיברים הראשונים בסדרה.

א. מצא את הערך של $a_1 + 20d$.

ב. נתון כי a_1 הוא שלילי. קבע אם הסדרה עולה או יורדת. נמק.

ג. לכל איבר בסדרה הנתונה הוסיפו את המספר המציין את מקומו בסדרה (לאיבר הראשון

הוסיפו 1, לאיבר השני הוסיפו 2 וכן הלאה). כך נוצרה סדרה חדשה.

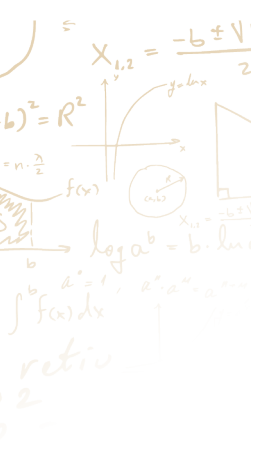
הסכום של n האיברים הראשונים בסדרה החדשה גדול ב' 861 מסכום n האיברים

הראשונים בסדרה הנתונה.

(1) חשב את n .

(2) היעזר בתשובתך לסעיף א, ומצא את סכום n האיברים הראשונים בסדרה הנתונה.

פתרון: א. 0 ב. עולה ג. 41 ג2



- .1
- .2
- .3
- .4
- .5
- .6
- .7
- .8
- .9
- .10
- .11
- .12
- .13
- .14
- .15
- .16
- .17
- .18
- .19
- .20
- .21
- .22
- .23
- .24
- .25 א. 0 ב. 450
- .26 א. 4 ב. 42 ג. 460
- .27 א. 149, ב. 5
- .28 א. 28, ב. -3
- .29 $a_1 = 9, d = 4$
- .30 א. יורדת ב. $-\frac{1}{8}$, ג. $-\frac{1}{8}$
- .31 א. 12 ב. 55.5
- .32 א. יורדת, ב. -9, ג. 17.1 איברים, 2. 53
- .33 א. -73, ב. 12 איברים
- .34 א. 5 תשלומים, ב. 3290
- .35
- .36
- .37 10
- .38 א. 44, ב. 3
- .39
- .40
- .41
- .42
- .43
- .44

16 © כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן