

**שימו לב:** בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.  
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.  
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים  
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק –  $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$  נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

## השאלות

**שימו לב:** יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

### פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב,

#### מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות  $A(-5, 3)$  ו-  $B(0, -2)$ .

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים שהקטע  $AB$  הוא מיתר שלהם.

מעגל  $M$  הוא אחד מן המעגלים שהקטע  $AB$  הוא מיתר שלהם.

נקודות החיתוך של המעגל  $M$  עם ציר ה- $x$  הן מוקדים של אליפסה שמשוואתה קנונית.

ב. מצאו את שיעורי מרכז המעגל  $M$  ואת הרדיוס שלו.

נתון כי אורך הציר הראשי של האליפסה שווה לאורך קוטר המעגל  $M$ .

ג. מהי משוואת האליפסה?

נסמן ב- $F$  את המוקד הימני של האליפסה. ישר המאונך לציר ה- $x$  עובר במוקד השמאלי של האליפסה.

הישר חותך את האליפסה בנקודות  $Q$  ו- $T$ , ואת המעגל  $M$  בנקודות  $K$  ו- $L$ .

ד. מצאו את היחס בין שטח המשולש  $KLF$  לבין שטח המשולש  $TQF$ .

2. נתונה פירמידה OABC שבסיסה משולש ABC.

$$\vec{OA} = \underline{u}, \vec{OB} = \underline{v}, \vec{OC} = \underline{w}.$$

$$\text{נתון: } |\underline{w}| = |\underline{v}| = |\underline{u}|, \angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ.$$

הנקודה H מקיימת  $\vec{OH} = t\underline{u} + s\underline{v} + k\underline{w}$ . ו- k הם פרמטרים.

נתון כי  $\vec{OH}$  מאונך לבסיס ABC של הפירמידה.

$$\text{א. הוכיחו כי } t = s = k.$$

הנקודה M נמצאת בבסיס ABC של הפירמידה, והיא נקודת המפגש של תיכוני הבסיס.

$$\text{ב. הוכיחו כי } \vec{OM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}, \text{ והסבירו מדוע OM הוא גובה לבסיס ABC של הפירמידה.}$$

הנקודה P נמצאת על הישר  $\ell$  שעליו מונח הגובה לבסיס ABC.

ג. הביעו באמצעות  $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$ , את הווקטור  $\vec{OP}$  שבעבורו נפח הפירמידה PABC כפול

מנפח הפירמידה OABC (שתי אפשרויות).

ממקמים את הפירמידה OABC במערכת צירים. הנקודה O נמצאת בראשית הצירים, הנקודה A נמצאת על החלק החיובי של ציר ה-x, הנקודה B על החלק החיובי של ציר ה-y, והנקודה C על החלק החיובי של ציר ה-z.

$$\text{נתון: } |\underline{u}| = a.$$

ד. מצאו את ההצגה הפרמטרית של הישר  $\ell$  שעליו נמצא הקטע OP.

ה. הביעו באמצעות a את משוואת המישור ABC.

ו. נתון כי נפח הפירמידה OABC הוא  $20\frac{5}{6}$ . חשבו את a.

3. המספר  $z = R(\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$  נמצא במישור גאוס ברביע השלישי.

נתון:  $\frac{z}{\bar{z}} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ .

א. מצאו את  $\alpha$ .

נתון:  $|2iz| + \left| \frac{\bar{z}}{i} \right| - \left| \frac{z}{\bar{z}} \right| = 8$ .

ב. מצאו את  $R$ .

ג. נתונה המשוואה:  $w^9 = \frac{z^3}{27}$  ( $z$  הוא המספר שמצאתם).

הראו כי המספר  $\frac{z}{\bar{z}}$  הוא אחד הפתרונות של המשוואה.

ד. המשולש  $ABC$  הוא משולש שווה שוקיים. קודקודי הבסיס  $B$  ו- $C$  מתאימים למספרים:  $\frac{\bar{z}}{z}$  ו- $\frac{z}{\bar{z}}$ .

קודקוד הראש  $A$  מתאים למספר  $z + k$ ,  $k$  הוא מספר מדומה טהור.

(1) מהו הערך של  $k$ ?

(2) חשבו את שטח המרובע  $ABOC$  (הנקודה  $O$  היא ראשית הצירים).

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,  
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = x^2 e^{a-x^3}$  המוגדרת לכל  $x$ ,  $a$  הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את התחום שבו הפונקצייה  $f(x)$  חיובית.

(2) מצאו את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

נתון כי השטח הכלוא בין הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  לבין ציר ה- $x$  הוא  $\sqrt[3]{\frac{4e}{9}}$ .  
ב. מצאו את הערך של  $a$ .

הציבו  $a = 1$ , וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

הפונקצייה  $f(x)$  היא נגזרת של הפונקצייה  $g(x)$  ( $g'(x) = f(x)$ ).

ד. (1) מהו תחום העלייה של הפונקצייה  $g(x)$ ? נמקו.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה  $g(x)$ ? נמקו.

נסמן ב- $B$  את נקודת הפיתול שבה הערך של הפונקצייה  $g(x)$  הוא הגבוה מבין כל נקודות הפיתול שלה.

נתון כי שיעור ה- $y$  של הנקודה  $B$  הוא  $\frac{e - \sqrt[3]{e}}{3}$ .

ה. מצאו את הפונקצייה  $g(x)$ .

5. נתונה פונקצייה  $f(x)$  המקיימת את התכונות האלה: הפונקצייה מוגדרת לכל  $x$  ורציפה, הפונקצייה היא אי־זוגית, הישר  $y = 0$  הוא אסימפטוטה של הפונקצייה, ולפונקצייה יש נקודת מינימום יחידה ששיעוריה הם  $(-1, -a)$ ,  $a$  הוא פרמטר חיובי.

א. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $h(x) = \ln(f(x))$ .

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $h(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $h(x)$  המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצאו את טווח הערכים של  $a$  שבעבורו גרף הפונקצייה  $h(x)$  חותך את ציר ה־ $x$  בשתי נקודות.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $h(x)$ , אם ידוע שהגרף שלה חותך את ציר ה־ $x$  בשתי נקודות.

נתון:  $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$ .

$g(x)$  היא פונקצייה המקיימת:  $g'(x) = f(x)$  וגם:  $g(0) = 0$ .

ג. (1) מצאו את הפונקצייה  $g(x)$ .

(2) האם הפונקצייה  $g(x)$  היא זוגית, אי־זוגית או לא זוגית ולא אי־זוגית? נמקו.

לפניכם האינטגרל  $\int_{-5}^t g(x) dx$ ,  $t > -5$ .

ד. מהו הערך של  $t$  שבעבורו מתקיים  $2 \cdot \int_{-5}^t g(x) dx = \int_{-5}^5 g(x) dx$ ? נמקו.

**בהצלחה!**

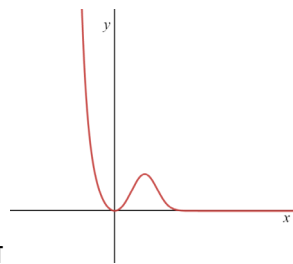
לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל  
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

**5 יח"ל - שאלון 582-2022 - מועד קיץ ב'**

1. א.  $y = x + 4$ , ב.  $R = 5$ ,  $(0,4)$ , ג.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ , ד.  $\frac{5}{4}$ .

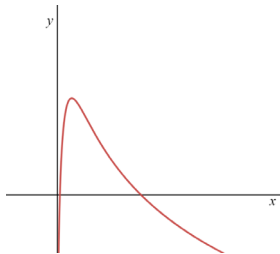
2. א. הוכחה, ב. הוכחה,  $\vec{OP} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$  או  $\vec{OP} = -\frac{1}{3}\vec{u} - \frac{1}{3}\vec{v} - \frac{1}{3}\vec{w}$ , ד.  $t(1,1,1)$ , ה.  $x + y + z - a = 0$ ,  $a = 7$ .

3. א.  $\alpha = 240^\circ$ , ב.  $R = 3$ , ג. הוכחה, ד.  $k = \frac{3\sqrt{3}}{2}i(1)$ ,  $S_{ABCD} = \frac{3\sqrt{3}}{4}i(2)$ .

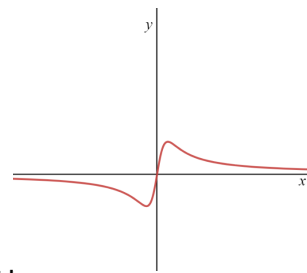


4. א.  $x \neq 0$ ,  $X_{\min}=0$ ,  $X_{\max}=0.873$  (2), ב.  $a = 1$ , ג. ד. (1) עליונה: כל  $x$ , (2)

שתי נקודות פיתול, ה.  $g(x) = \frac{e - e^{1-x^3}}{3}$ .



5. א. ב. (1)  $x > 0$ , (2)  $x = 0$ , (3)  $a > 1$ , (4)



ג. (1)  $g(x) = 3 \ln(1 + x^2)$ , (2) זוגית, ד.  $t = 0$ .

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

**שימו לב:** בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.  
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.  
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים  
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק –  $3 \times \frac{1}{3} = 100$  נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.  
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**



## השאלות

**שימו לב:** יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה –  $\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

### פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ.  
 מרכזו של המעגל האחד הוא בנקודה  $M$  ומשוואתו היא  $(x - a)^2 + y^2 = r^2$ ,  $a$  הוא פרמטר חיובי.  
 מרכזו של המעגל האחר הוא בנקודה  $N$  ומשוואתו היא  $(x - 13)^2 + y^2 = R^2$ .  
 אורכו של הקטע המחבר את מרכזי המעגלים הוא 9, והיחס בין אורכי הרדיוסים של המעגלים הוא  $r < R$ ,  $1:2$ .  
**א.** מצאו את משוואת המעגל שמרכזו  $N$  ואת שתי האפשרויות למשוואת המעגל שמרכזו  $M$ .  
 נתון כי  $a < 13$ .  
**ב.** סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של שני המעגלים ושל כל המשיקים המשותפים לשני המעגלים.  
**ג.** מצאו את משוואת המשיק העובר בנקודה המשותפת לשני המעגלים.  
**ד.** הישר  $mx - y + n = 0$  הוא משיק משותף לשני המעגלים. מצאו את  $m$  ואת  $n$  (שתי אפשרויות).  
 נתונים שני מעגלים אחרים המשיקים זה לזה מבחוץ.  
 משוואות המעגלים הן:  $(x - t)^2 + y^2 = r^2$ ;  $(x - k)^2 + y^2 = R^2$ ,  $k < t$ , הם פרמטרים.  
 ערכי הרדיוסים  $r$  ו- $R$  זהים לאלה שמצאתם בסעיף א.  
**ה.** האם ייתכן כי שני הישרים שאת משוואותיהם מצאתם בסעיף ד משיקים גם למעגלים האלה?  
 אם כן – מצאו את  $t$  ואת  $k$ . אם לא – נמקו.

2. נתונות ארבע נקודות הנמצאות באותו המישור:  $A(4, p, -1)$ ,  $B(7, 5, 5)$ ,  $C(1, -1, 2)$ ,  $D(-2, 5, -4)$ .  
 $p$  הוא פרמטר.

א. מצאו את משוואת המישור  $ABCD$ .

ב. חשבו את ערך הפרמטר  $p$ .

ג. הוכיחו כי המרובע  $ABCD$  הוא ריבוע.

הנקודה  $S$  היא קודקוד של פירמידה  $SABCD$  שבסיסה  $ABCD$ .

המקצוע  $SC$  מונח על הישר  $\underline{x} = (0, -4, 1) + t(1, 3, 1)$ .

נתון כי נפח הפירמידה הוא 81.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה  $S$  (שתי אפשרויות).

נתון מישור נוסף  $\pi$  המאונך למקצוע  $SC$ .

ה. מצאו את הזווית שבין המישור  $ABCD$  ובין המישור  $\pi$ .

3. נתונה המשוואה  $z^2 + z\bar{z} = z + 2\bar{z} + 9 + 7i$ ,  $z$  הוא מספר מרוכב.

$z_1$  הוא אחד הפתרונות של המשוואה, והוא מייצג נקודה הנמצאת במישור גאוס ברביע הראשון, על מעגל שמרכזו בראשית הצירים.

א. מצאו את משוואת המעגל.

חוסמים במעגל ריבוע שאחד מקודקודיו מיוצג על ידי המספר  $z_1$ .

ב. חשבו את שטח הריבוע.

ג. מצאו את השיעורים של שאר קודקודי הריבוע.

מכפילים ב-  $r_1 \cdot (\cos(\alpha) + i \sin(\alpha))$  כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים הראשון והשלישי, ומכפילים ב-  $r_2 \cdot (\cos(\alpha + 30^\circ) + i \sin(\alpha + 30^\circ))$  כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים השני והרביעי.

הנקודות במישור גאוס המייצגות את התוצאות שהתקבלו לאחר ההכפלה יוצרות מרובע קמור חדש במישור גאוס.

נתון:  $r_1$  ו-  $r_2$  חיוביים,  $r_1 \neq r_2$ .

ד. מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את התשובה.

נתון כי שטח המרובע שהתקבל גדול פי  $\sqrt{3}$  משטח הריבוע שחישבתם בסעיף ב.

ה. חשבו את  $r_1 \cdot r_2$ .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,  
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = xe^x - 2e^x + 1$  המוגדרת לכל  $x$ .

- א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $y$  (אם יש כאלה).  
 (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$ .  
 (3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .  
 (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = \frac{1 - e^x}{e^x - x}$  המוגדרת לכל  $x$ .

- ב. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $g(x)$  המאונכות לציר ה- $y$ .  
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$  (אם יש כאלה).  
 (3) הוכיחו כי  $g'(x) = \frac{f(x)}{(e^x - x)^2}$ .  
 ג. היעזרו בסקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$  ומצאו כמה נקודות מקסימום וכמה נקודות מינימום יש לפונקצייה  $g(x)$ . נמקו את התשובה.  
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .  
 ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = -1$ .

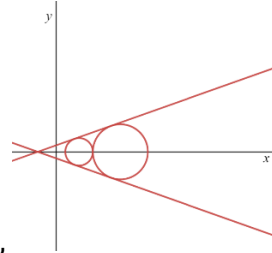
5. נתונה הפונקצייה  $f(x) = x + \ln(x^2 - 8)$ .

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $f(x)$  המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
- (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- $f'(x)$  היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה  $f(x)$ .
- ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  המאונכות לצירים.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- (4) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  אם ידוע כי אין לה נקודות קיצון.
- נתונה הפונקצייה  $g(x) = e^{f(x)}$  המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה  $f(x)$ .
- ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $g(x)$ , וקבעו את סוגה.
- (2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה  $g(x)$ .
- ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקצייה  $y = f'(x) \cdot g(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = -4$  ו- $x = -5$ .

## בהצלחה!

**5 יח"ל - שאלון 582-2022 - מועד קיץ א'**

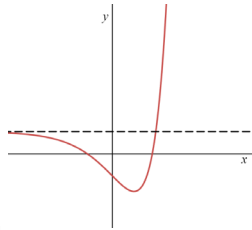
1. א. מעגל M:  $(x-23)^2 - y^2 = 9$  או  $(x-5)^2 + y^2 = 9$ , מעגל N:  $(x-14)^2 + y^2 = 36$ .



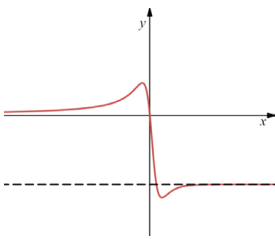
ב.  $\frac{1}{\sqrt{8}}x + y + \sqrt{2} = 0$  או  $-\frac{1}{\sqrt{8}}x + y - \sqrt{2} = 0$ , ה. כן, ג.  $x=8$ , ד.  $t = -13, k = -22$

2. א.  $-2x + y + 2z - 1 = 0$ , ב.  $p=11$ , ג. הונחה, ד.  $(-2, -10, -1)$  או  $(4, 8, 5)$ , ה.  $72.45^\circ$ .

3. א.  $x^2 + y^2 = 10$ , ב. 20, ג.  $(-1, 3), (1, -3), (-3, -1), (3, 1)$ , ד. מקבילית, ה. 2.8.

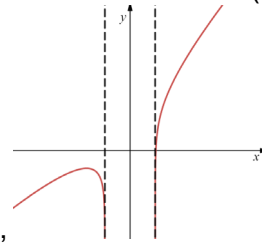


4. א. (1)  $y=1$ , (2)  $(0, -1)$ , (3) עלייה:  $x > 1$ , ירידה:  $x < 1$ , (4)

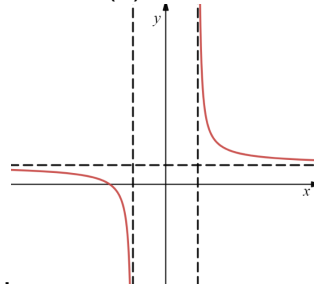


ב. (1)  $y = -1, y = 0$ , (2)  $(0, 0)$ , (3) הונחה, ג. 1 מיני ו-1 מקסי, ד.  $\ln\left(\frac{1}{e} + 1\right) = 0.313$ .

5. א. (1)  $x > \sqrt{3}$  או  $x < -\sqrt{3}$ , (2)  $x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}$ , (3)  $\max(-3, -1.21)$ , (4)



ב. (1)  $x > -\sqrt{3}$  או  $x < \sqrt{3}$ , (2)  $x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}, y = 1$ , (4)



(3)  $(-3, 0)$ , (4) ג.  $\max(-3, -0.301)$ , (2)  $-3 < x < 2$ ,

עלייה:  $x < -3$  או  $x > \sqrt{3}$ , ירידה:  $-\sqrt{3} < x < 2$ , ד.  $S=0.06$

**שים לב:** בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.  
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים ובהם חמש שאלות.  
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים  
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות.  
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך, לפחות שאלה אחת מכל פרק –  $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$  נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

**הנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

**בהצלחה!**

## השאלות

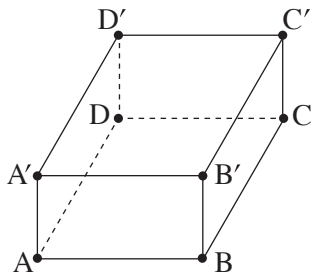
**שים לב:** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה -  $33\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1. מעגל שמרכזו בנקודה M חסום במשולש ABC.  
הצלע AB נמצאת על הישר  $2x + y - 13 = 0$  והצלע AC נמצאת על הישר  $-x + 2y + 4 = 0$ .  
מרכז המעגל M נמצא על הישר  $y = x - 1$ . ראשית הצירים נמצאת בתוך המשולש ABC.  
א. מצא את משוואת המעגל החסום במשולש ABC.  
ב. נתון כי הישר BM מאונך לציר ה-x.  
ג. מצא את משוואת הצלע BC.  
ג. מצא את המרחק בין מרכז המעגל החסום במשולש ABC ובין מרכז המעגל החוסם את המשולש הזה.

2. נתונה מנסרה ישרה  $ABCD A' B' C' D'$ , שבסיסה הוא מעוין ABCD (ראה סרטוט).



נקודה F נמצאת על המישור  $ACD'$  כך ש:  $\vec{D'F} = t\vec{D'A} + \frac{1}{4}\vec{D'C}$ ,  
הוא פרמטר.

נתון: DF מאונך למישור  $ACD'$ ,  $\angle ADC = 120^\circ$ ,  $|\vec{DC}| = 4$ .

נסמן:  $\vec{DA} = \underline{u}$ ,  $\vec{DC} = \underline{v}$ ,  $\vec{DD'} = \underline{w}$ .

א. בטא את  $\vec{DF}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$  ו-t.

ב. מצא את t.

ג. חשב את נפח המנסרה.

נתון: הנקודה D היא ראשית הצירים, הקודקוד A נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x,

הקודקוד  $D'$  נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z,  $C = (-2, \sqrt{12}, 0)$ .

ד. מצא את שיעורי הנקודה F.

3. א. פתור את המשוואה:  $(z + i)^2 - 2 - 2\sqrt{3}i = 0$ ,  $z$  הוא מספר מרוכב.

נסמן את החלקים הממשיים של פתרונות המשוואה ב- $a_1$  וב- $a_2$  כך ש- $a_1 < a_2$ .

נתונים שני מקומות גאומטריים:

$$|z - ia_1| = \sqrt{3} \quad \text{I.}$$

$$|z - ia_2| = \sqrt{3} \quad \text{II.}$$

ב. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של שני המקומות הגאומטריים.

הישר  $y = x$  נמצא במישור גאוס. ישר זה חותך את המקומות הגאומטריים שסרטטת בסעיף ב בראשית הצירים ובשתי

נקודות אחרות שמיוצגות על ידי שני המספרים המרוכבים  $w_1$  ו- $w_2$ .

ג. פתור את המשוואה:  $z^3 = w_1 \cdot \bar{w}_1 \cdot w_2 \cdot \bar{w}_2$ ,  $z$  הוא מספר מרוכב.



## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{ax}{\ln(x) - a}$ ,  $a > 0$ , הוא פרמטר.

בסעיפים א-ב, בטא את תשובותיך באמצעות  $a$ , אם יש צורך.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגה.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי האנך לציר ה- $x$  העובר בנקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ,

על ידי הישר  $x = e^{a+2}$  ועל ידי ציר ה- $x$ , הוא 3.

ג. מצא את  $a$ .

5. נתונה הפונקציה:  $f(x) = 9^{-x} - 6 \cdot 3^{-x} + m$ , הוא פרמטר.

א. בתת-סעיפים (1)–(3) בטא את תשובותיך באמצעות  $m$ , אם יש צורך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

נתון כי גרף הפונקציה  $f(x)$  משיק לציר ה- $x$ .

ב. מצא את הערך של הפרמטר  $m$ .

ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(2) היעזר בסקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $\ln(f(x))$ .

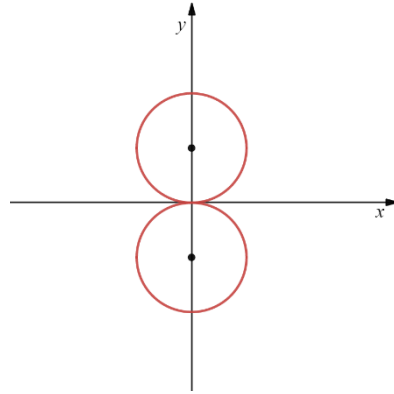
ד. הסבר מדוע:  $\int_0^1 [\ln(f(x)) - \ln(4)] dx < \ln\left(\frac{9}{4}\right)$

### בהצלחה!

5 יח"ל - שאלון 582 - 2022 מועד חורף פברואר

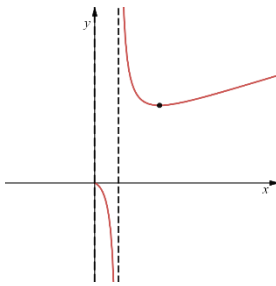
1. א.  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$  ב.  $y = 2x + 1$  ג.  $2.5$

2. א.  $\vec{w} = \frac{3}{4} - t$  ב.  $t = \frac{1}{4}$  ג.  $V = 16\sqrt{3}$  ד.  $F\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right)$

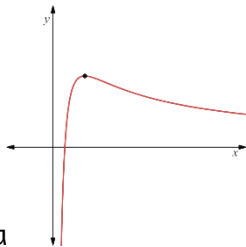


3. א.  $z_1 = \sqrt{3}, z_2 = -\sqrt{3} - 2i$  ב.

ג.  $z_0 = \sqrt[3]{36}, z_1 = \sqrt[3]{36} \text{ cis}(120^\circ), z_2 = \sqrt[3]{36} \text{ cis}(240^\circ)$

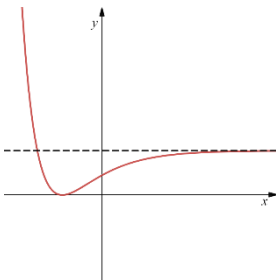


4. א. (1)  $e^a < x$  או  $0 < x < e^a$  (2)  $\min(e^{a+1}, ae^{a+1})$  (3)

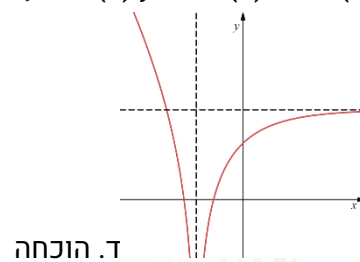


א.  $a = 2.5$

ב. (1)  $e^a < x$  או  $0 < x < e^a$  (2)  $\max\left(a^{a+1}, \frac{1}{ae^{a+1}}\right)$  (3)



5. א. (1) כל x (2)  $y = m$  (3)  $\min(-1, m-9)$  ב. (1)  $m=9$  ג. (1)



ד. הוכחה

(2)

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון שני

#### הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים –  $33\frac{1}{3} \times 2$  –  $66\frac{2}{3}$  נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות –  $33\frac{1}{3} \times 1$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות

סך הכול – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**בהצלחה!**

## השאלות

**שים לב:** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,**

**מספרים מרוכבים** ( $\frac{2}{3}$  נקודות) 66

ענה על שתיים מן השאלות 1–3 (לכל שאלה –  $\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב:** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. הנקודה  $(0, t)$  היא מוקד של פרבולה קנונית ומוקד של אליפסה קנונית.  $t$  הוא פרמטר חיובי.

אורך הציר הראשי של האליפסה הוא  $4t$ .

בסעיפים שלפניך הבע את תשובותיך באמצעות  $t$ , אם יש צורך.

א. מצא את משוואת הפרבולה ואת משוואת האליפסה.

המדריך של הפרבולה חותך את האליפסה בשתי נקודות,  $A$  ו- $B$ . הנקודה  $A$  נמצאת מעל לנקודה  $B$ .

ב. מצא את שיעורי הנקודות  $A$  ו- $B$ .

ישר המאונך לציר ה- $x$ , עובר במוקד הפרבולה וחותך את הפרבולה בשתי נקודות,  $C$  ו- $D$ .

הנקודה  $C$  נמצאת מעל לנקודה  $D$ .

ג. מצא את שיעורי הנקודות  $C$  ו- $D$ .

ד. (1) הסבר מדוע ארבע הנקודות  $A, B, C, D$  נמצאות על מעגל אחד.

(2) מצא את שיעורי מרכז המעגל הזה.

2. נתונים שני מישורים:  $\pi_1: z - 3 = 0$ ,  $\pi_2: ay + z - 8 = 0$ ,  $a$  הוא פרמטר שונה מ-0.

הזווית בין המישורים היא  $45^\circ$ .

א. מצא את הערכים האפשריים בעבור הפרמטר  $a$ .

הנקודה  $A(2, -2, 6)$  נמצאת על אחד המישורים הנתונים. מן הנקודה  $A$  הורידו אנך למישור האחר.

האנך חותך את המישור האחר בנקודה  $B$ .

ב. מצא את אורך הקטע  $AB$ .

ג.  $\ell$  הוא ישר החיתוך בין שני המישורים  $\pi_1$  ו- $\pi_2$ .

ד. מצא את ההצגה הפרמטרית של  $\ell$ .

הנקודה  $B$  העבירו אנך לישר  $\ell$ . האנך חותך את הישר  $\ell$  בנקודה  $C$ .

ד. מצא את שטח המשולש  $ABC$  (תוכל לסרטט את המשולש במערכת צירים לשם כך).

3. נתונים שני מספרים מרוכבים:

$$z_1 = (2a^2 + 5a + 4) + (2a^2 + 3a + 2)i$$

$$z_2 = (a^2 + 8a + 8) + (2 - a^2 + 2a)i$$

a הוא פרמטר ממשי.

א. מצא את הערך של a שבעבורו המספרים  $z_1$  ו- $z_2$  צמודים זה לזה.

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ג.

נתונים המספרים:  $w_1 = \left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^{4n}$ ,  $w_2 = \left(\frac{z_2}{\sqrt{2}}\right)^{4n+2}$ . n הוא מספר טבעי.

ב. הוכח כי לכל n טבעי:

(1) המספר  $w_1$  הוא מספר ממשי.

(2) המספר  $w_2$  הוא מספר מדומה טהור.

ג. נתונה המשוואה:  $|z - p| = m$ . p ו- m הם פרמטרים ממשיים, z הוא מספר מרוכב.

מה הם הערכים של p ו- m שבעבורם המשוואה הנתונה מתארת מעגל במישור גאוס שעליו נמצאים המספרים

$w_1$  ו- $w_2$  לכל n טבעי? נמק.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות** (33  $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4–5.

**שים לב:** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{2x} - 3e^x + m}{4}$ .  $m$  הוא פרמטר.

ידוע כי הישר  $y = -1$  הוא אסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$ .

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את  $m$ .

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = \frac{1}{f(x)} + 1$ .

ג. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $g(x)$ .

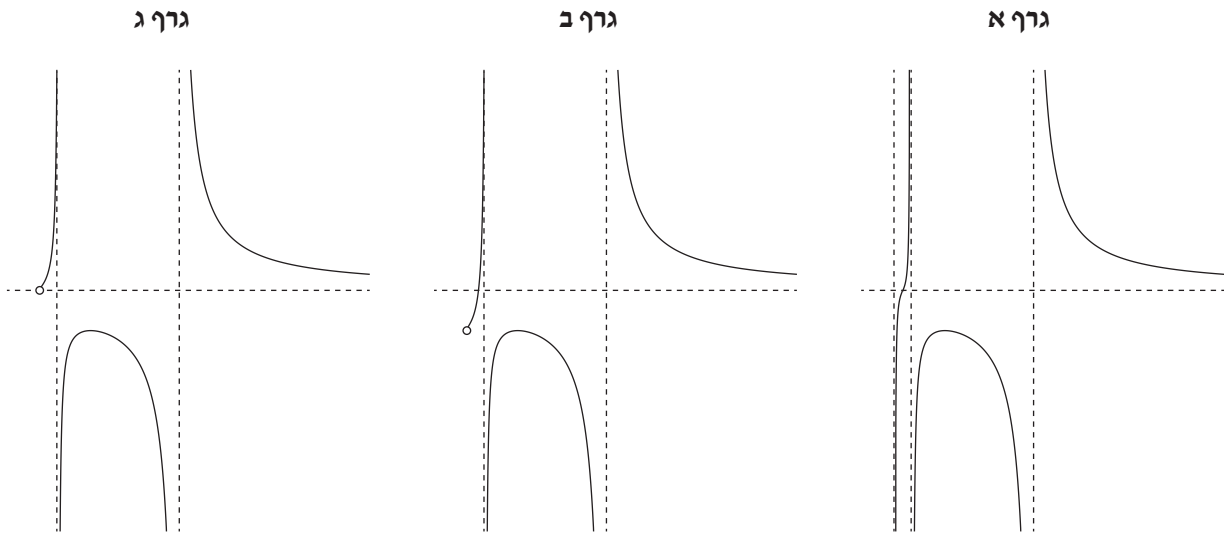
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

נתון פרמטר  $t$  בתחום  $0 < t < \ln 4$ .

ה. מצא את הערך של  $t$  שבעבורו ערך הביטוי  $\int_0^t g(x) dx$  הוא מקסימלי. נמק את תשובתך.

5. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{(\ln(x))^2 - 1}$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. לפניך שלושה גרפים שבהם לא מסומנים הצירים  $x$  ו- $y$ . הקווים המרוסקים מייצגים את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים, והעיגול הריק מייצג נקודה שבה הפונקציה אינה מוגדרת. קבע איזה מן הגרפים מתאים לגרף הפונקציה  $f(x)$ , העתק אותו למחברתך, והוסף בו את מערכת הצירים. פרט את שיקולך.



- ג. (1) האם יש פתרון למשוואה  $f(x) = 1$ ? נמק את תשובתך.  
 (2) מהו הערך של  $k$  שבעבורו יש למשוואה  $f(x) = k$  פתרון יחיד? נמק את תשובתך.

נתונות הפונקציות:  $g(x) = \frac{1}{f(x) - 1}$ ,  $h(x) = (\ln(x))^2 + 1$

- נסמן מלבן ABCD. הנקודות A ו-B הן שתי נקודות על ציר ה- $x$  שבהן הפונקציה  $g(x)$  אינה מוגדרת. הנקודות C ו-D נמצאות על גרף הפונקציה  $h(x)$ .  
 ד. מהו שטח המלבן ABCD? נמק את תשובתך.

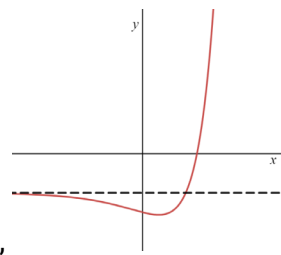
### בהצלחה!

**5 יח"ל - שאלון 582 - מועד חורף ינואר 2022**

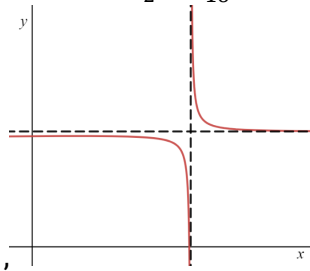
1. א (1) פרבולה:  $y^2 = 4tx$ , אליפסה  $\frac{x^2}{4t^2} + \frac{y^2}{3t^2} = 1$ . ב.  $A(-t, \frac{3t}{2}), B(-t, -\frac{3t}{2})$ . ג.  $D(t, -2t), C(t, 2t)$ , טרפז שווה שוקיים (2)  $(\frac{7t}{16}, 0)$ .

2. א.  $a = 1, a = -1$ . ב. 3, ג.  $x = (0, -5, 3) + t(1, 0, 0)$ . ד. 4.5.

3. א.  $a = -1$ . ב. (1) הוכחה, (2) הוכחה, ג.  $m = 1, p = 0$ .



4. א. (1) כל  $x$ ,  $m = -4$  (2)  $(0, -1.5)$ , (3)  $(\ln 4, 0)$ ,  $\min(4, (\ln \frac{3}{2}, -\frac{25}{16}))$ . ב.



ג. (1)  $x \neq \ln 4$ , (2)  $x = \ln 4, y = 0, y = 1$ . ד.  $t = \ln 3$ .

5. א. (1)  $x \neq e, x > 0, x \neq e$ , (2)  $x = \frac{1}{e}, y = 1$ .

(3) עלייה:  $0 < x < \frac{1}{e}$  או  $x > 1$ , ירידה:  $1 < x < e$ . ג. גורף ג', ג. (1) לא, (2)  $k=0$ .

ד.  $S = \frac{2e^2 - 2}{e}$ .