

עבודת הגשה לקראת הבחינה

להגיש עד ה-12.1.2024

**השאלות לבחינה הקרובה (15.1.2024) יילקחו ממאגר שאלות זה

תרגילים			מועד	שנה
5	4	1	קיץ-ב'	2023
5	4	1	קיץ- מועד מיוחד	2023
5	4	1	קיץ- א'	2023
5	4	1	חורף	2023
5	4	1	קיץ-ב'	2022
5	4	1	קיץ- א'	2022
5	4	1	חורף נבצרים	2022
5	4	1	חורף	2022

2023 – מועד קיץ ב'

סדרות

1. נתונה סדרה חשבונית a_n בת n איברים.

$$\text{נתון: } a_1 = -10, a_3 = -4,$$

סכום כל איברי הסדרה הוא 4,218.

א. מצאו את n .

ב. מחקו כל איבר שלישי בסדרה a_n (כלומר מחקו את האיברים a_3, a_6, \dots).

ג. כמה איברים נמחקו מן הסדרה a_n ?

ד. מהו סכום האיברים שנמחקו מן הסדרה a_n ?

ה. מהו סכום האיברים שנשארו בסדרה a_n אחרי המחיקה?

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (2x^2 - 15x + 27) \cdot e^{5-x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

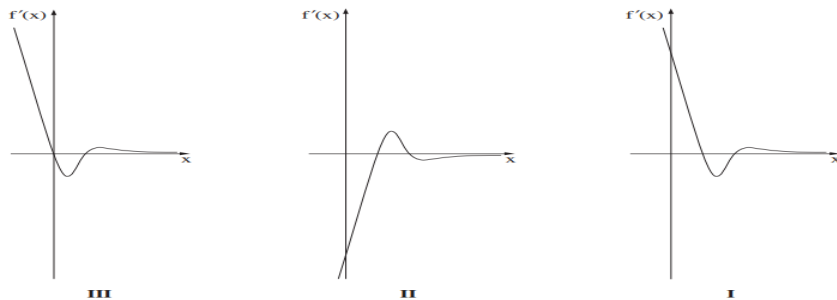
(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ג. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ד. קבעו עבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x) < 0$ וגם $f'(x) < 0$. נמקו את קביעתכם.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{4x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ באותה מערכת צירים.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי הישר המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

ה. (1) מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

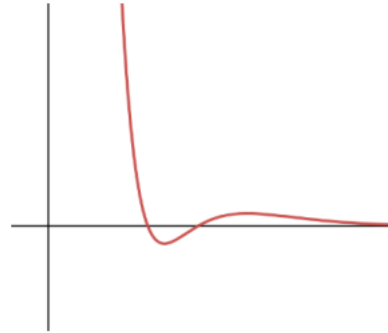
(2) מצאו ערך של c שבעבורו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי הישר $y = c$ שווה ל- S .

נמקו את תשובתכם.

1. א. 57=ח, ב. (1) 19 איברים (2) 1463 (3) 2755

4. א. כל x , ב. $(1, 27e^5)$, $(3, 0)$, $(4.5, 0)$,

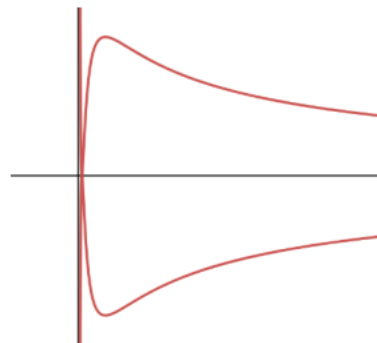
(3)



ג. גרף ו, ד. $3 < x < 3.5$ ה. 7.79

5. א. $x > 0$, ב. $(1,0)$. ג. מינימום, $(e^2, \frac{1}{e^2})$ מקסימום

ד.



ה. $y = \frac{1}{e^2}$ (1), $y = -\frac{1}{e^2}$ (2)

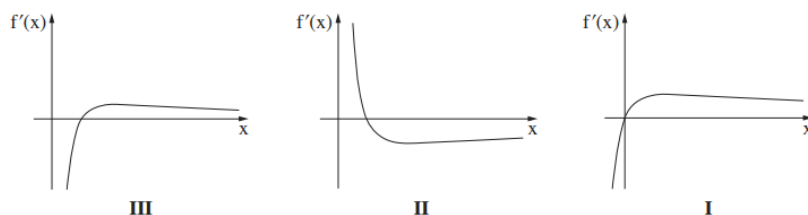
2023 – קיץ מועד מיוחד

סדרות

1. a_n היא סדרה חשבונית עולה בת 88 איברים.
 שלושת האיברים הראשונים בסדרה הם: $2x + 27$, $2x + 3$, $2x$.
 א. (1) מצאו את הפרש הסדרה ואת a_1 .
 (2) מצאו כמה איברים חיוביים יש בסדרה.
 ב. (1) מצאו את האיבר הראשון ואת האיבר האחרון בסדרה a_n המתחלקים ב-9 ללא שארית.
 (2) חשבו את סכום כל האיברים בסדרה a_n המתחלקים ב-9 ללא שארית.

4. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{e^{a+x}}{x-3}$, a הוא פרמטר.
 א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקצייה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .
 נתון כי הנקודה $(5, \frac{e^6}{2})$ נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ב. מצאו את הפרמטר a .
 הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הפרמטר a שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג-ה.
 ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x) + 18$ המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.
 ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $g(x)$. נמקו את תשובתכם.

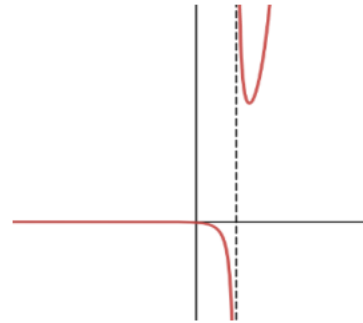
5. נתונה הפונקצייה $f(x) = (2 + \ln x) \cdot (-4 + \ln x)$.
 א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ה. (1) אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
 (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
 על ידי הישר $x = \sqrt{e}$ ועל ידי ציר ה- x .



2023 - קיץ מועד מיוחד - פתרונות

1. א. $a_1 = -42$ (1), $d=3$ (2) איברים, ב. $a_3 = -36$ (1), $a_{87} = 2610$ (2)

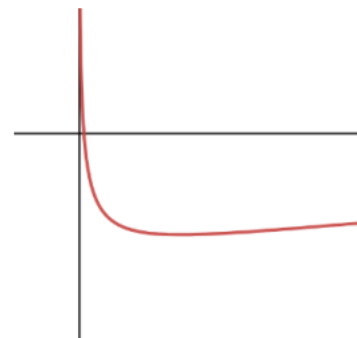
4. א. $x \neq 3$ (1), $x = 3$ (2), ב. $a=1$ ג. $(1, e^5)$ מינימום (2) $3 < x < 4$ או $x > 3$ (3), $(0, \frac{-e}{3})$ ד.



ה. תחום חיוביות: $x < 3$, תחום שליליות: $x > 3$.

5. א. $x > 0$ ב. $(e^{-2}, 0)$, $(e^4, 0)$ ג. $(e, -9)$ מינימום,

ד.



ה. (1) גרף וו, (2) 0.25

2023 – מועד קיץ א'

סדרות

1. נתונה הסדרה: $a_n = 4n - 18$.

א. מצאו את a_1 .

ב. הוכיחו כי הסדרה חשבונית, ומצאו את הפרש הסדרה.

נתון: בסדרה יש $2k$ איברים סך הכול.

ג. (1) הביעו באמצעות k את סכום k האיברים הראשונים בסדרה.

(2) הביעו באמצעות k את סכום כל $2k$ האיברים בסדרה.

נתון כי סכום k האיברים האחרונים בסדרה הוא 3,072.

ד. מצאו את k .

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = e^x \cdot (e^x - 6)^2$ המוגדרת לכל x .

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ב. הראו כי מתקיים: $f(x) = e^{3x} - 12e^{2x} + 36e^x$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

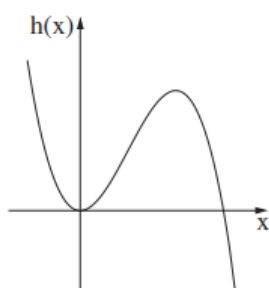
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = e^{3x}$ העולה לכל x .

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.

(2) באותה מערכת צירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה $f(x)$, סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ בקו מקווקו.

(3) מצאו את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקצייה $f(x)$, על ידי הגרף של הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- y .



5. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $h(x) = -2x^3 + 12x^2$ המוגדרת לכל x .

א. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $h(x)$ עם ציר ה- x .

(2) היעזרו בגרף, ומצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $h(x)$.

נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(-2x^3 + 12x^2)$.

ב. היעזרו בתשובתכם לתת-סעיף א(2), ומצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

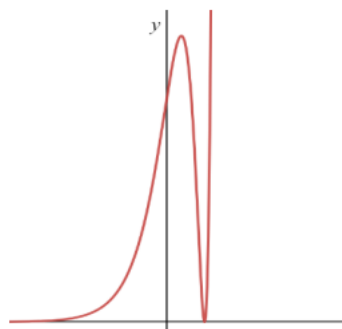
נתונה הפונקצייה: $g(x) = -f(x) + 8$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

ה. מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, ומהו סוגה?

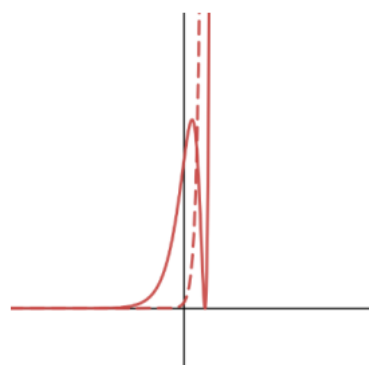
2023 – מועד קיץ א' – פתרונות

1. א. $a_1 = -14$. ב. $d=4$. ג. $2k^2 - 16k$ (1) $2k^2 - 32k$ (2) $8k^2 - 32k$ ד. $k=24$

4. א. $(\ln 6, 0)$, $(0, 25)$, ב. הוכחה ג. $(\ln 2, 32)$ מקסימום, $(\ln 6, 0)$ מינימום, ד.



ה. (1) $(\ln 3, 27)$
(2)



24 (3)

5. א. (1) $(0, 0)$, $(6, 0)$ (2) תחומי חיוביות: $x < 0$ או $0 < x < 6$, תחומי שליליות: $x > 6$, ב. $x < 0$ או $0 < x < 6$ ג. $x=6$, $x=0$ ד. $4 \ln 64$ מקסימום ה. $(4, 3.89)$ מינימום

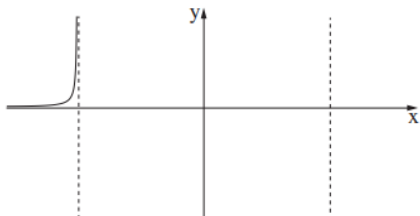
2023 – מועד חורף

סדרות

1. ביום ראשון יצאו יעל ושירה להליכה במסלול שאורכו 4,200 מטרים. הן יצאו יחד מתחילת המסלול. בדקה הראשונה הלכה יעל מרחק של 130 מטרים, ובכל דקה שלאחר מכן היא הלכה מרחק הקטן ב-2 מטרים מן המרחק שהלכה בדקה שקדמה לה.
- א. מהו המרחק שהלכה יעל בדקה ה-55?
- ב. (1) כמה דקות הלכה יעל מתחילת המסלול ועד סופו?
(2) מהו המרחק שהלכה יעל בדקה האחרונה?
- שירה הלכה בכל דקה מרחק קבוע. יעל ושירה הגיעו לסוף המסלול באותו הזמן.
- ג. מהו המרחק הקבוע שהלכה שירה בכל דקה?
- ביום שני יצאו יעל ושירה להליכה במסלול אחר. שירה יצאה מתחילת המסלול והלכה בכל דקה אותו מרחק קבוע כמו ביום ראשון. יעל יצאה מתחילת המסלול 4 דקות אחרי שירה, והלכה בכל דקה באותו אופן שבו הלכה ביום ראשון (בדקה הראשונה היא הלכה מרחק של 130 מטרים, ובכל דקה שלאחר מכן היא הלכה מרחק הקטן ב-2 מטרים מן המרחק שהלכה בדקה שקדמה לה).
- ד. כמה דקות עברו מזמן שיצאה יעל מתחילת המסלול ועד שהיא פגשה את שירה בפעם הראשונה?

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 2}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ה. לפניכם סקיצה חלקית של גרף הפונקצייה $f(x)$. העתיקו את הסקיצה החלקית למחברתכם, והשלימו בה את החלקים החסרים של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ו. נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר.
- ז. מצאו את שני הערכים האפשריים של c שבעבורם יש לפונקצייה $g(x)$ נקודת קיצון על הישר $y = 3$.
- ח. נמקו את תשובתכם.



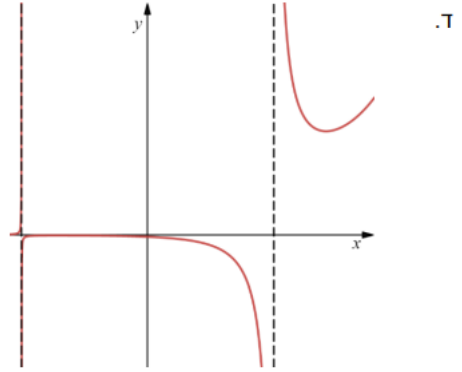
5. נתונה הפונקצייה $f(x) = (\ln x)^2 - a \cdot \ln x + 3$. a הוא פרמטר.
- אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x היא $(e^3, 0)$.
- א. מצאו את a .

- ב. הציבו $a = 4$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-1 שלפניכם.
- ג. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ד. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך האחרת של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ה. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ז. הפונקצייה $g(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $g'(x)$ מוגדרות באותו תחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.
- ח. נתון: $g'(x) = -f(x)$.
- ט. קבעו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ ואת סוגן. נמקו את קביעותיכם.

2023 – מועד חורף – פתרונות

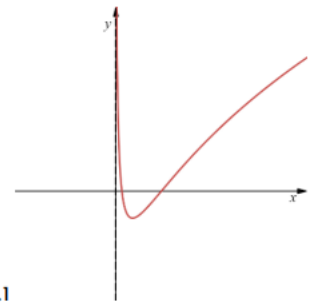
1. א. 22 מטרים, ב. (1) 56 דקות, (2) 20 מטרים, ג. 75 מטרים, ד. 6 דקות.

4. א. (1) $x \neq \pm\sqrt{2}$, (2) $x = \pm\sqrt{2}$, ב. $(0, -\frac{1}{2})$, ג. $(2, \frac{e^4}{2})$ מינימום, $(-1, -\frac{1}{e^2})$ מקסימום.



ה. $c = 3 + \frac{1}{e^2}, c = 3 - \frac{e^4}{2}$

5. א. $a = 4$, ב. $x > 0$, ג. $(e, 0)$, ד. $(e^2, -1)$ מינימום. ה.

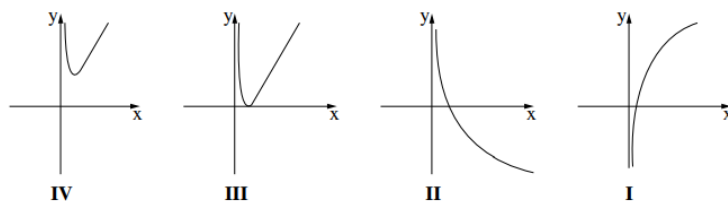


ו. $x = e^3$ מקסימום, $x = e$ מינימום.

2022 – מועד קיץ ב'

סדרות

1. a_n היא סדרה חשבונית.
 נתון: $a_1 \cdot a_4 = (a_2)^2$,
 הפרש הסדרה הוא 3.
- א. מצאו את a_1 .
 נתון: האיבר האחרון בסדרה a_n שווה ל-300.
- ב. מצאו כמה איברים יש בסדרה a_n .
 מחקו כל איבר רביעי בסדרה a_n , כלומר את האיברים: a_4, a_8, a_{12}, \dots .
- ג. (1) מצאו את סכום האיברים שנמחקו מן הסדרה.
 (2) מצאו את סכום האיברים שנשארו בסדרה.
4. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2}$ המוגדרת לכל x .
- א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה עם ציר ה- x .
 ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x)$ המקיימת $g(x) = -2f(x)$ לכל x .
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, ציר ה- x והישר $x = 3$.
 ו. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, גרף הפונקצייה $g(x)$ והישר $x = 3$.
 נמקו את תשובתכם.
5. נתונה הפונקצייה $f(x) = a + (\ln x)^2$.
 $a > 0$ הוא פרמטר.
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה (הביעו באמצעות a , אם יש צורך).
 נתונה הפונקצייה $g(x) = 1 + \ln x$ המוגדרת בתחום $x > 0$.
- ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).
 ד. אחד מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקצייה $f(x)$ ואחד מהם מתאר את גרף הפונקצייה $g(x)$.
 קבעו איזה מהם מתאר את $f(x)$ ואיזה את $g(x)$, ונמקו את קביעתכם.
- הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים בשתי נקודות שונות.
 שיעור ה- x של אחת מנקודות החיתוך האלו הוא $x = e$.
- ה. (1) מצאו את a .
 (2) מצאו את השיעורים של נקודת החיתוך האחרת של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
 (3) בעבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x) < g(x)$?

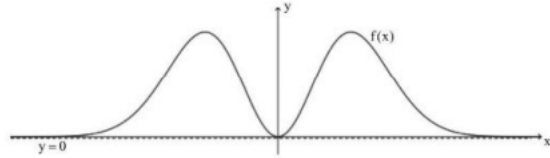


2022 - מועד קיץ ב' - פתרונות

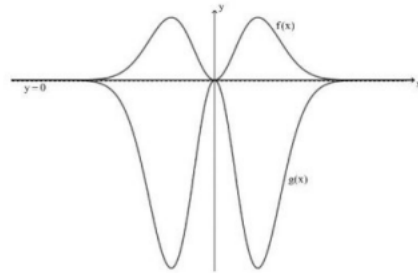
1. א. $a_1 = 4$, ב. $n = 100$, ג. $(1, 5,200)$, ד. $(2, 15,000)$

4. א. $(0,0)$, ב. $(1, \frac{1}{e})$, מקסימום, $(-1, \frac{1}{e})$, מינימום, $(0,0)$,
 ג. תחום ירידה: $-1 < x < 0$ או $x > 1$, תחום עלייה: $0 < x < 1$ או $x < -1$

ד.



ה.



1. 4S

5. א. $x > 0$, ב. $(1, b)$, מינימום, ג. תחום עלייה: כל X בתחום ההגדרה, תחום ירידה: אין ,
 ד. $f(x): IV, g(x): I$, ה. $b = 1$ (1), ה. $(1,1)$ (2), ה. $1 < x < e$ (3)

2022 – מועד קיץ א'

סדרות

1. a_n היא סדרה הנדסית.

נתון: $a_3 = 4t$, $a_5 = t$. t הוא פרמטר.

א. מצאו את מנת הסדרה a_n (שתי אפשרויות).

נתון כי כל איברי הסדרה a_n חיוביים וכי סכום אינסוף האיברים בסדרה הוא 4.

ב. מצאו את a_1 , האיבר הראשון בסדרה, ואת t .

b_n היא סדרה חשבונית המקיימת: $b_1 = a_1$, $b_3 = a_3$.

בסדרה b_n יש 63 איברים.

ג. מצאו את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה b_n .

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (4 - 3x) \cdot e^{3x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

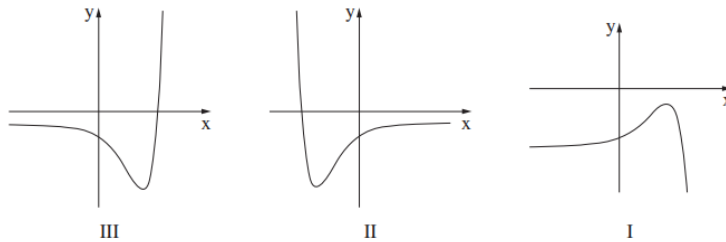
(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -2 \cdot f(x) - 1$.

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) אחד מן הגרפים III-I שלפניכם מתאר את גרף הפונקצייה $g(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



5. נתונה הפונקצייה $f(x) = x \cdot (\ln x)^2$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

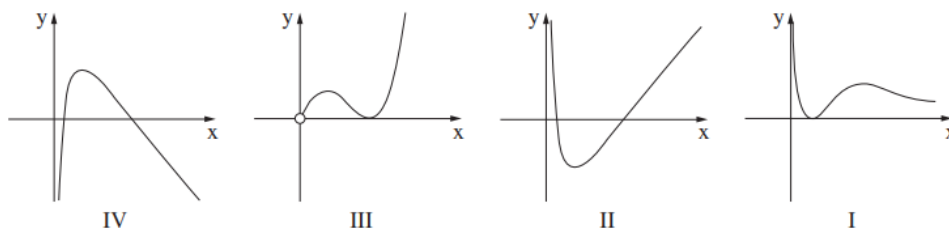
ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. הסבירו מדוע מתקיים: $f(x) \geq 0$ בעבור כל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקצייה $f(x)$ ואחד מהם מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

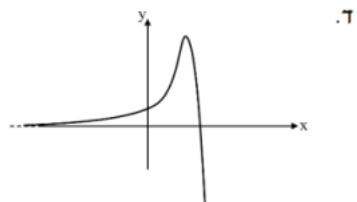
קבעו איזה מהם מתאר את גרף הפונקצייה $f(x)$ ואיזה מהם מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ונמקו את קביעותיכם.

ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ועל ידי ציר ה- x .



1. א. $q = 0.5$ או $q = -0.5$, ב. $a_1 = 2$, $k = \frac{1}{8}$, ג. $S = -704$

4. א. כל x , ב. $(0, 7)$, $(\frac{1}{3}, 0)$, ג. $(1, e^6)$ מקסימום, ג. $(2, e^6)$ תחום עלייה: $x < 2$, תחום ירידה: $x > 2$



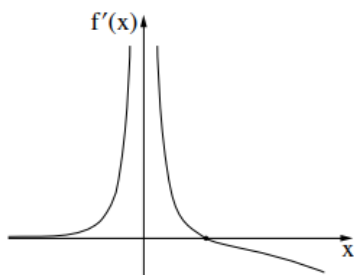
ה. $(1, -2e^6 - 1)$ מינימום, ה. $(2, e^6)$ גרף III

5. א. $x > 0$, ב. $(\frac{1}{e^2}, \frac{4}{e^2})$ מקסימום, $(1, 0)$ מינימום, ג. הסבר ד. II: $f'(x)$, I: $f(x)$, ה. $S = 0.541$

2022 – מועד חורף נבצרים

סדרות

1. נתונה הסדרה: $a_n = 2n + 1$.
- א. (1) הוכח כי a_n היא סדרה חשבונית.
 (2) מצא את a_1 ואת הפרש הסדרה.
- נתון כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n הוא 1,443.
- ב. מצא את n .
- מנ הסדרה הנתונה בנו סדרה חשבונית חדשה, b_n .
- נתון: $b_n = 1 + 3 \cdot a_n$, לכל n טבעי.
- ג. מצא את הפרש הסדרה החדשה.
- בסדרה החדשה יש n איברים – n הוא המספר שמצאת בסעיף ב.
- ד. מצא את סכום האיברים הנמצאים במקומות האיזוגיים בסדרה החדשה.



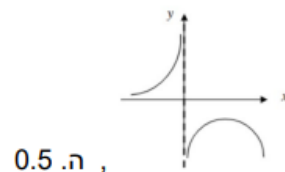
4. הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq 0$.
 בסרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(a, 0)$ בלבד.
- א. הבע באמצעות a את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- נתון: הפונקציה שמתוארת בתחילת השאלה היא $f(x) = \frac{e^{2x}}{1-e^x}$.
- ב. (1) מצא את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.
 (2) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמק.
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ורשום את הערך של a .
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = \ln 3$ ועל ידי ציר ה- x .

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(ax^2 - x)$, $a > 0$, הוא פרמטר.
- הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום: $x > \frac{1}{a}$, $x < 0$.
- נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$ הוא 3.
- א. מצא את a .
- הצב $a = 2$ בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ב-ד.
- ב. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

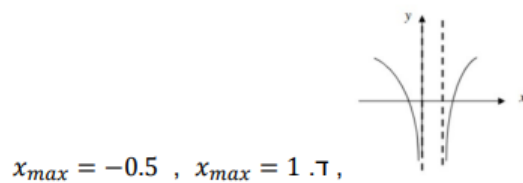
- נתון: הפונקציה $g(x)$ מוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$, והיא מקיימת $g'(x) = f(x)$.
- ד. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

1. א. (1) הוכחה (2) $d_b = 2$, $a_1 = 3$ ב. 37 ג. 6 ד. 2,242

4. א. עולה: $0 < x < a$ או $x > a$ ב. (1) $x=0$, (2) לא, ג. מקסימום ב- $(\ln 2, -4)$ ד.



5. א. 2, ב. (1) $x = 0, 0.5$, (2) $(1, 0)$, $(-0.5, 0)$, (3) עלייה: $x > \frac{1}{2}$, ירידה: $x > 0$ ג.



1. a_n היא סדרה חשבונית.

נתון: $a_2 + a_4 = 124$.

א. מצא את a_3 .

נתון: $a_4 = 76$.

ב. מצא את a_1 ואת הפרש הסדרה.

ג. (1) הבע באמצעות n את האיבר a_n .

(2) הסבר מדוע כל איבר בסדרה a_n הוא זוגי.

נתון כי הסדרה a_n היא בת 64 איברים.

ד. בסדרה הנתונה כל איבר שלישי (a_3, a_6, \dots) נמחק.

מהו סכום האיברים שנותרו בסדרה?

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{8}{e^x} + \frac{e^x}{2} + c$, c הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.

ב. מצא את c .

הצב בפונקציה $f(x)$ את הערך של c שמצאת בסעיף ב, וענה על הסעיפים ג-ו.

ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך הנוספת של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .

נסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $-f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .

נסמן ב- S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $2 \cdot f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .

ו. בעבור כל אחד מן השטחים S_1 ו- S_2 קבע אם הוא גדול מ- S , קטן ממנו או שווה לו.

נמק את קביעותיך.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4x}{1 + \ln(2x)}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמק.

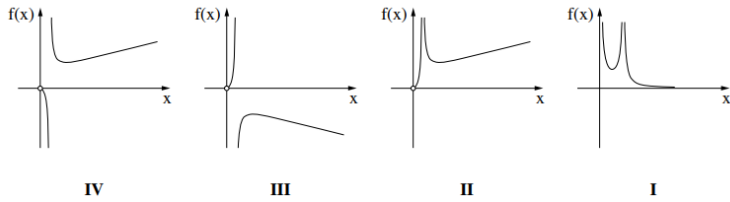
(2) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הסרטוטים IV-I שבסוף השאלה מתאים לגרף הפונקציה $f(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

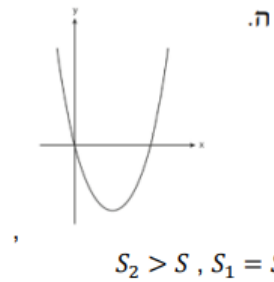
ו. מצא את התחום שבעבורו מתקיים $f(x) \cdot f'(x) < 0$.



2022 - מועד חורף - פתרונות

1. א. $a_3 = 62$, ב. $a_1 = 34$, ג. $d = 14$, ד. $a_n = 14n + 20$ (2) הסבר, ד. 20,278

4. א. כל x , ב. $c = -8.5$, ג. $(2.773, 0)$ ד. $(\ln 4, -4.5)$ מינימום,



5. א. $x > 0, x \neq \frac{1}{2e}$, ב. (1) לא ב. $x = \frac{1}{2e}$ (2) ג. $(\frac{1}{2}, 2)$ מינימום, ד. תחום ירידה: $\frac{1}{2e} < x < \frac{1}{2}$,
 ו. $0 < x < \frac{1}{2e}$ תחום עליה: $x > \frac{1}{2}$, ה. גרף IV, ו. $\frac{1}{2e} < x < \frac{1}{2}$