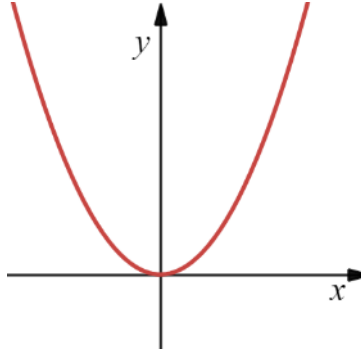
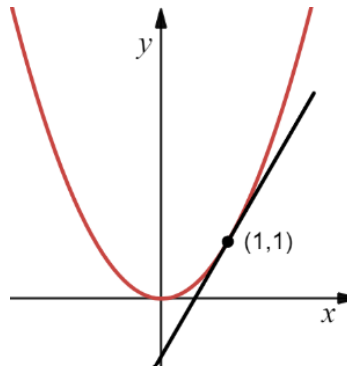


481 - יחידה 8 - נגזרת, שיפוע המשיק לפונקציה ונקודת ההשקה

1. הסרטוט ניתן לראות את גרף של הפונקציה $f(x) = x^2$



נעביר משיק לפונקציה בנקודה $x=1$



לפי האלגוריתם שפיתח ניוטון ניתן למצוא את השיפוע של הפונקציה בנקודה מסוימת בעזרת הנגזרת של הפונקציה

על פי הנוסחה לנגזרת $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

לכן הנגזרת של הפונקציה $f(x) = x^2$ היא $f'(x) = 2 \cdot x$

- על ידי הצבה של שיעור ה-x הראו ששיפוע המשיק בנקודה $x=1$ הוא 2
- מצאו את שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $x = 3$
- מצאו את שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $x = -1.5$

קעת נעבוד על טכניקת של נגזרת

נגזרת של פולינום

דוגמה	כלל
$(x^3)' = 3 \cdot x^2$	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
$(-7x)' = -7$	$(ax)' = a$
$(12)' = 0$	$(a)' = 0$

דוגמאות נוספות (גוזרים כל חלק בנפרד)

(1) $f(x) = x^3 + 2x$

$$f'(x) = 3 \cdot x^2 + 2 = 3x^2 + 2$$

(2) $g(x) = 2x^4 - 3x^2$

$$g'(x) = 2 \cdot 4 \cdot x^3 - 3 \cdot 2 \cdot x = 8x^3 - 6x$$

(3) $h(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + x + 8$

$$h'(x) = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot x^2 - 5 \cdot 2 \cdot x + 1 + 0 = x^2 - 10x + 1$$

2. גזרו את הפונקציות הבאות

ב. $y = x^4$

א. $y = x^2$

ד. $y = 5x^2 - 7$

ג. $y = -x^3$

ו. $y = x^2 + 2x$

ה. $f(x) = -7x + 1$

ז. $y = x^3 - 2x + 5$

ז. $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$

3. גזרו את הפונקציות הבאות

א. $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x + 11$

ב. $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2$

ג. $f(x) = 1 - 3x^3$

ד. $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 11$

4. גזרו את הפונקציות הבאות

א. $y = \frac{x^2}{3} + 1$

ב. $y = -x^3 - \frac{8x}{3}$

ג. $y = \frac{1}{2} - \frac{x^2}{3}$

ד. $y = \frac{5x^2}{3} - \frac{8x}{7}$

ה. $y = -\frac{4x}{5} + 1$

ו. $y = \frac{3x^4 - x}{4} - x$

ז. $y = -\frac{x^3 - 4x + 5}{6}$

ח. $y = \frac{2x^2 - 7x}{4} - 201$

ט. $f(x) = x^2 - \frac{2-5x}{5}$

5. גזרו את הפונקציות הבאות a ו-b פרמטרים

א. $f(x) = ax^2$

ב. $g(x) = -ax^4$

ג. $t(x) = ax^2 + bx$

ד. $f(x) = -3bx^3 - a$

ה. $h(x) = \frac{2x^2 - ax}{b}$

ו. $f(x) = 2x^3 - \frac{a}{2}x^2 + bx + a$

ז. $f(x) = (2a + 1)x^3 - x$

ח. $f(x) = 3ax^2 + (1 - 4b)x$

ערך הנגזרת בנקודה מסוימת
שווה לשיפוע המשיק לגרף

6. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2$

- גזרו את הפונקציה $f(x)$
- הציבו בנגזרת שהתקבלה $x=2$ וחשבו
- קבעו מה ההמשך המשפט (1) או (2), הערך שהתקבל בסעיף ב' הוא
 - ערך הפונקציה** (שיעור ה-y) בנקודה שבה $x=2$
 - גודל השיפוע של המשיק** לגרף הפונקציה בנקודה $x=2$

7. נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3$

- מצאו את השיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה שיעור ה-x הוא -1,
- חשבו את $f'(2)$

8. ענו על הסעיפים הבאים

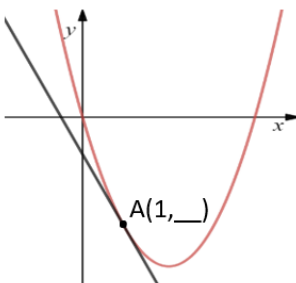
- מצאו את השיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = 3x + x^2$ בנקודה שבה שיעור ה-x הוא 0
- מצאו את השיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = 3x^4$ בנקודה שבה שיעור ה-x הוא -1,

9. נתונה הפונקציה $f(x) = -2x^2 - x$

- מצאו את ערך הנגזרת $f'(-2)$
- מצאו את ערך הנגזרת $f'(\frac{1}{2})$
- מהו השיפוע של המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x = -\frac{1}{2}$

10. באיור ניתן לראות את גרף הפונקציה $f(x) = x^2 - 4x$ ומשיק בנקודה A.

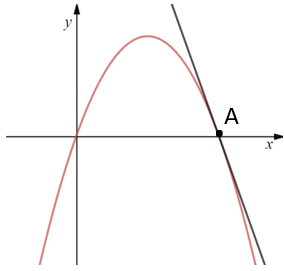
- מצאו את ערך הפונקציה $f(1)$
- מצאו את ערך הנגזרת $f'(1)$



11. האם שיפוע של המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = 1 - \frac{1}{4}x^4$ בנקודה שבה $x=2$, הוא 8?

12. ענו על הסעיפים הבאים:

- א. מצאו את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{-x^3}{3}$ בנקודה $(1, \frac{1}{3})$
 ב. מצאו את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = -3x$ בנקודה שבה $x=5$



13. באיור ניתן לראות את גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 3x$ ומשיק לגרף

בנקודה A, שהיא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x.

- א. מצאו את שעורי הנקודה A
 ב. חשבו את השיפוע של המשיק בנקודה A

14. נתונה הפונקציה $h(x) = 2x^2 - \frac{x}{2}$

- א. קבעו אם המשיק לגרף הפונקציה $h(x)$ בנקודה שבה שיעור ה-x הוא 2, יורד או עולה.
 ב. קבעו איזה ערך גדול יותר $h'(2)$ או $h'(-2)$

ערך הנגזרת בנקודה מסוימת שווה לשיפוע המשיק לגרף

15. הפונקציה $g(x) = \frac{x^4 - x^2}{2} - x$

- א. מצאו את השיפוע של המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת החיתוך שלו עם ציר ה-y
 ב. האם השיפוע של המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה $x=1$ חיובי, שלילי או אפס?

16. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3x^3}{2} - 1.5x^2$

- א. האם המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $(1, -6)$ מקביל לישר $y = 1.5x + 1$?
 ב. האם המשיק לגרף פונקציה $(-2, 6)$ הוא הישר $y = 11x + 1$?

17. נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2$

- א. רשמו את הנגזרת של הפונקציה
 ב. פתרו את המשוואה: $f'(x) = -4$
 ג. הסבירו את המשמעות של הפתרון של המשוואה בסעיף ב'

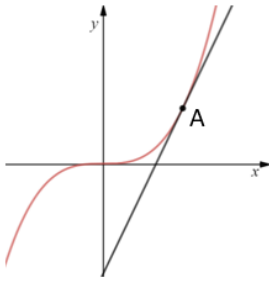
לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - **התמחות בי"ל**
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

18. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 - 3x$

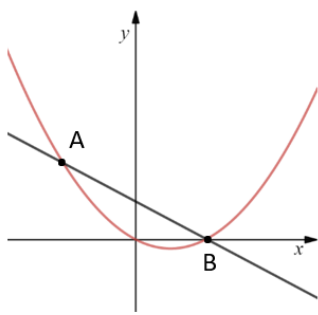
מצאו את הנקודה על גרף הפונקציה $f(x)$, שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא -5 .

19. נתונה הפונקציה $g(x) = 3x - x^2 + 7$, מצאו נקודה על הפונקציה, ששיפוע המשיק הוא 3 .

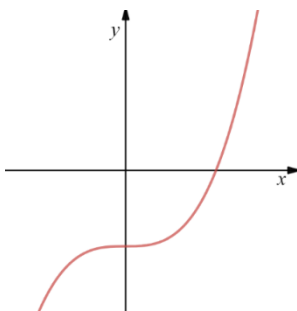
20. מצאו את הנקודות, שבהן שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = x^3 - 12x$, הוא אפס.



21. באיור הבא ניתן לראות את גרף הפונקציה: $f(x) = x^3$ והישר $y = 3x - 2$
 ידוע שהישר משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה A (ברביע הראשון)
 מצאו את שעורי נקודה A



22. באיור הבא ניתן לראות את גרף הפונקציה $f(x) = x^2 - x$ והישר $y = -x + 1$
 א. מצאו את שעורי נקודות החיתוך של הגרפים
 ב. מצאו את שיפועי המשיקים לפונקציה $f(x)$ בנקודות החיתוך שלה עם הישר



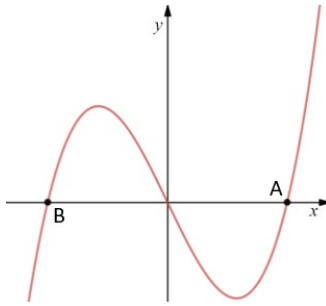
23. באיור הבא מתואר גרף הפונקציה $y = x^3 - 2$

א. מצאו את שיעורי ה-x של נקודות שבהן שיפוע המשיק לגרף פונקציה הוא 3
 ב. מצאו את שיעורי ה-y של הנקודות שבהן שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא 12

24. נתונה הפונקציה $g(x) = -x^3 + 3x^2$

א. מה ניתן להגיד על המשיק לפונקציה $g(x)$ בנקודה $x=0$

ב. נתונה פונקציה נוספת: $g(x) = x^2$, קבעו האם לפונקציה $g(x)$ יש שיפוע זהה של $f(x)$ בנקודה $x=0$



25. הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{3} - 12x$ חותכת את ציר ה-x בנקודות A ו-B

כמתואר באיור.

א. מצאו את משוואת המשיקים לגרף הפונקציה הנ"ל בנקודות A

ו-B

ב. מצאו את שיפוע המישק לגרף הפונקציה בראשית הצירים

26. נתונה הפונקציה הבאה: $y = \frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{4} - \frac{x}{2} - 1$

א. גזרו את הפונקציה.

ב. רשמו מהו השיפוע לפונקציה הזו ב- $x=1$

27. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{x^2}{2}$

א. מצאו את הנקודות על הפונקציה, שבהן שיפוע המשיק לפונקציה הוא 2

ב. האם יש נקודה על הפונקציה שבה השיפוע הוא -4

ג. מצאו את הנקודות ההשקה של המשיק לפונקציה אשר מאונך לישר $y = -\frac{1}{6}x + 3$

28. ענו על הסעיפים הבאים:

א. מצאו את הנקודות על הפונקציה $g(x) = -x^3 - 3x$ שבהן השיפוע הוא -7

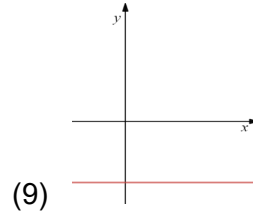
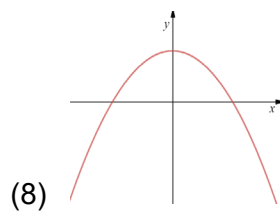
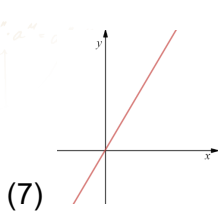
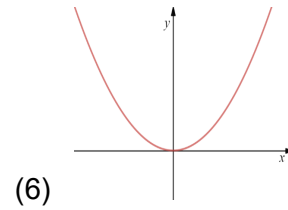
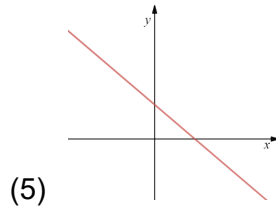
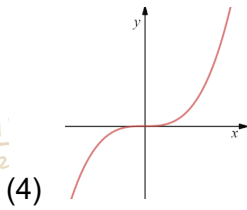
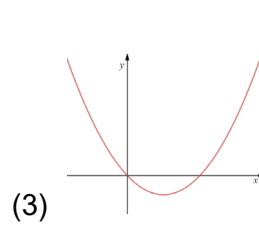
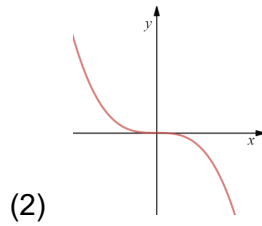
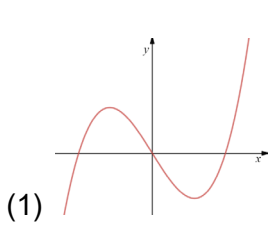
ב. מצאו את הנקודות שנמצאות על גרף הפונקציה $y = \frac{x^5}{5} - 10$ שבהן שיפוע המשיק הוא 16

ג. נתונה הפונקציה $y = 2x^2$ מצאו משוואת ישר המשיקה לפונקציה הנ"ל.

29. תונות הפונקציות הבאות בייצוג אלגברי:

$d(x) = -4$	$g(x) = -x + 1$	$f(x) = x^2 - 2x$
$r(x) = 2x$	$k(x) = x^2$	$h(x) = x^3$
$b(x) = x^3 - 3x$	$v(x) = -x^3$	$m(x) = -x^2 + 2$

התאימו לכל פונקציה את הגרף מתאים



לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות בי"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

מציאת משוואת משיק בנקודה על הפונקציה:

שלב 1 - מציבים בפונקציה את שיעור ה-x, כדי לקבל את ה-y

שלב 2 - מציבים את ה-x בנגזרת, כדי לקבל את השיפוע.

שלב 3 - אז מוצאים את המשוואה הנוסחה

דוגמה: מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $r(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 1\frac{5}{6}$ בנקודה שבה $x = -1$

נתונים:	פתרון:
$r(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 1\frac{5}{6}$ $r'(x) = x^2 - x$ $m = ?$ $x = -1$ $y = ?$	<p>שלב 1</p> <p>קטת נציב את שיעור ה-x בפונקציה על מנת לקבל את שיעור ה-y של הנקודה</p> $y = r(-1) = \frac{1}{3}(-1)^3 - \frac{1}{2}(-1)^2 + 1\frac{5}{6} = 1 \rightarrow (-1, 1)$
	<p>שלב 2</p> <p>נציב את שיעור ה-x בפונקציות הנגזרת על מנת לקבל את השיפוע,</p> $m = r'(-1) = -(-1)^2 - 1 = -2$ <p>שיפוע המשיק שהתקבל הוא $m = 2$</p>
	<p>שלב 3</p> <p>על מנת למצוא את משוואת הישר נציב ב- $y = m \cdot x + b$</p> $y = -2 \cdot x + b$ <p>קטת נציב את הנקודה</p> $1 = -2 \cdot (-1) + b$ <p>ונקבל ש b הוא -1</p> <p>ולכן נקבל: $y = -2x - 1$</p>

30. מצאו את משוואת הישר מהצורה $y = mx + b$ העובר בנקודה (2,5) ושיפועו 3.

31. נתונה הפונקציה: $y = x^2 - x^3$

- מצאו את שיעור ה-y בנקודה שבה $x=1$
- מצאו את השיפוע של המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x=1$
- מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x = 1$

32. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $y = 2x^2 - x$, בנקודה שבה $x=2$

33. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{-x^3+3x}{3}$ בנקודה שבה $x=-1$

34. ענו על הסעיפים הבאים

- נתונה הפונקציה $y = -\frac{3x^2}{2} + 1$, מצאו את משוואת המשיק ששיפועו -6
- מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $y = 4x^2 - x$, שבה המשיק לפונקציה מקביל לישר $y = 7x - 1$
- מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $y = \frac{1}{2}x^2 - x$, שבה המשיק לפונקציה מקביל לישר $2y + x - 6 = 0$
- מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $y = x^3 - 3x^2$ שבה המשיק לפונקציה מאונך לישר $y = \frac{1}{3}x - 1$

35. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 2x$

- מצאו נקודה על הפונקציה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא 10
- קבעו האם הישר $y = 10x - 25$ משיק לפונקציה, נמקו

36. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 9x$

- האם הישר $y = 3x + 16$, משיק לפונקציה? נמקו
- מצאו ישר נוסף המשיק לגרף הפונקציה ששיפועו 3

37. נתונה הפונקציה $f(x) = x^5 + x^3$

א. הוכיחו שערך של הנגזרת אינו שלילי לכל x .

ב. בכמה נקודות על הגרף הפונקציה שיפוע המשיק לפונקציה הוא 0? נמקו

38. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - \frac{x^2}{2} - 2x + 1$

א. מה השיפוע של המשיק לפונקציה בנקודה שבה $x = -1$

ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה זו

ג. הפונקציה עולה או יורדת בנקודה זו?

ד. מצא משוואות של שני משיקים לגרף הפונקציה המקבילים לישר $1.5y + 3x + 1 = 0$

39. הראו שהמשיק לגרף פונקציה $y = \frac{3x^2 + 2x}{6} + 3$ בנקודה שבה $x = -\frac{1}{3}$ עובר בראשית

הצירים.

40. נתונות הפונקציות: $f(x) = 0.5x^2 - 2x + 4$ ו- $g(x) = -0.5x^2 - 2x + 4$

א. מצאו את נקודת החיתוך בין הפונקציות

ב. מצאו את משוואת המשיק לגרפים של הפונקציות בנקודת החיתוך

41. נתונה הפונקציות: $f(x) = 4x^3 - 6x$

בנוסף נתון שיש לפונקציה משיקים המאונכים לישר $y = -\frac{1}{6}x + 5$

א. מצאו את נקודות ההשקה של המשיקים הנתונים

ב. מצאו את משוואות המשיקים הנתונים

42. נתונה הפונקציות: $f(x) = x^2 - 2x$

נתון שלפונקציה יש 2 משיקים המאונכים זה לזה וסכום השיפועים הוא -1.5

א. מצאו את שיפועי המשיקים

ב. מצאו את נקודות החיתוך של המשיקים.

43. נתונה הפונקציות: $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{x^3}{6}$

מצאו את משוואת המשיק לפונקציה המאונך לישר $x = 2$ ומשיק לפונקציה בנקודה שבה x חיובי

44. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{x^2}{2} - 2$ ו- $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$

נתון שהמשיק לפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x=3$, מקביל למשיק לפונקציה $f(x)$.

מצאו את משוואת המשיק ל- $f(x)$

45. נתון שהעבירו משיק לפונקציה $f(x) = 4x^3 - 7x$.

משיק זה מקביל לישר העובר בנקודות $(-1,3)$ ונקודה $(-2,7)$

א. מצאו את נקודות ההשקה של המשיק הנתון

ב. האם הישר $y = \frac{1}{2}x + 5$ משיק לפונקציה? נמקו

46. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 - 6x$

העבירו לפונקציה שני משיקים, אחד מהמשיקים שיפועו 2 והשני משיק לפונקציה בנקודה

שבה $x = -1$

מצאו את נקודות החיתוך של המשיקים

מציאת פרמטר

דוגמה:

נתונה הפונקציה: $h(x) = -bx^4 + 4x$

ידוע שמשתיק לפונקציה בנקודה שבה $x = 1$ מקביל לישר $y = -2x + 3$
מצאו את הפרמטר b ,

נתונים:	פתרון:
$h(x) = -bx^4 + 4x$ $h(x) = -4bx^3 + 4$ $m = -2$ $x = 1$	<p>נציב בנגזרת את שיעור ה-x ונשווה לשיפוע $f'(1) = -2$</p> $-2 = -4b \cdot 1^3 + 4 \rightarrow -4b = -6$ <p>ערך הפרמטר b הוא 1.5</p>
<p>השיפוע הוא הוא -2, כיוון, שהמשתיק לפונקציה מקביל לישר הנתון ולכן השיפועים שווים.</p>	

דוגמה

מצאו את הפרמטר d , אם ידוע שמשוואת המשיק לפונקציה $y = 2x^2 - 9x + d$, היא $y = 2x - 3$

נתונים:	פתרון:
$y = 2x^2 - 9x + d$ $y' = 4x - 9$ $m = -1$ $x = ?$ $y = ?$	<p>תחילה נשווה את פונקציית הנגזרת לשיפוע המשיק על מנת לקבל את שיעור ה-x של נקודת ההשקה: $y' = -1$</p> $-1 = 4x - 9 \rightarrow x = 2$ <p>על מנת למצוא את הפרמטר d נצטרך למצוא את שיעור ה-y של נקודת ההשקה. נציב את שיעור ה-x שמצאנו במשוואת המשיק (שגם הוא עובר בנקודת ההשקה) ונקבל</p> $y(2) = -2 - 3 = -5$ <p>נציב את שיעור ה-x וה-y בפונקציה:</p> $-5 = 2 \cdot 2^2 - 9 \cdot 2 + d$ <p>מתוך המשוואה נחלץ את d ונקבל $d = 5$</p>

47. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + bx + 4$, פרמטר b .

נתון שבנקודה שבה $x=3$. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא -2

א. השלימו את החסר על פי הנתון $f'(3) = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. מצאו את הפרמטר b

48. נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2 + ax$, פרמטר a .

נתון שבנקודה שבה $x = -1$, שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא -6

א. רשמו את הנתון בכתיב אלגברי

ב. מצאו את הפרמטר a

49. נתונה הפונקציה הבאה $g(x) = x^2 - ax$. פרמטר a .

מצאו את a , אם נתון, ששיפוע המשיק לפונקציה בנקודה שבה $x=4$, הוא 1.

50. נתונה הפונקציה $f(x) = -ax^2 + 4x - 10$, פרמטר a .

נתון, שהישר $y = 8x - 7$ משיק לפונקציה בנקודה, שבה $x = -2$

א. רשמו את הנתון הכתיב אלגברי

ב. מצאו את הפרמטר a

51. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - x - 10$

נתון, שהישר $y = -3x - k$ משיק לפונקציה.

מצאו את הפרמטר k

52. נתונה הפונקציה $y = x^2 + 7x + k$, פרמטר k .

מצאו את הפרמטר k , אם נתון שהישר $y = 3x + 5$ משיק לפונקציה.

53. נתונה הפונקציה: $f(x) = ax^2 - 7x + 10$, פרמטר a .

הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.

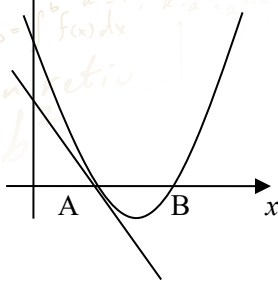
ידוע שבנקודה B שיעור ה-x הוא 5.

א. מצא את a

ב. לפונקציה העבירו משיק בנקודה A מצא את משוואת המשיק

ג. מצא את משוואת המשיק לפונקציה המאונך למשיק שמצאת

בסעיף ב'



54. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 5x + a$ בנקודה שבה $y=1$, הוא 3.

א. מצא את a

ב. מצא את משוואת המשיק

55. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^4}{a} - 3x^2$, פרמטר a , נתון ש- $f'(2)=4$

מצאו את הפרמטר a

56. נתונה הפונקציה הבאה $y = mx - x^3$. בנקודה שבה, שיעור ה-x הוא 1 שיפוע המשיק

לפונקציה הוא 3, מצאו את הפרמטר m .

57. נתונה הפונקציה: $f(x) = -x^3 - bx$, פרמטר b .

לגרף הפונקציה $f(x)$ יש משיק בנקודה שבה $x = \sqrt{2}$ המקביל לציר ה-x

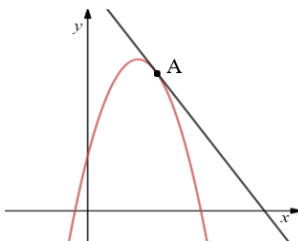
מצאו את הפרמטר b

58. נתון ישר העובר בנקודות (8,5) ו-(10.5,0) ומשיק לגרף הפונקציה

$f(x) = -x^2 + 6x + b$ (פרמטר b) בנקודה A כמתואר בשרטוט.

א. מצאו את נקודת ההשקה A

ב. מצאו את הפרמטר b



59. נתונה הפונקציה $f(x) = 2ax^3 - bx$ (a ו-b הם פרמטרים).

- ידוע שערך ה-x בנקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x הוא $\sqrt{3}$ וששיפוע המשיק לפונקציה בנקודה זו הוא 1.
מצאו את הפרמטרים a ו-b

60. נתונה הפונקציה $y = ax^3 + bx$ a ו-b פרמטרים.

- נתון שהשיפוע לפונקציה בנקודה שבה $x=1$ הוא 3 וידוע גם שהנגזרת של הפונקציה מתאפסת ב- $x=2$

א. מצאו את הפרמטרים a ו-b

ב. האם יש נקודות חיתוך עם ציר ה-x לישר המשיק לפונקציה בנקודה $x=2$?

61. לפונקציות $f(x) = ax^3 - 4x$, $g(x) = -x^2 - 2x$ יש אותו שיפוע בנקודות שבהן $x=-2$.

א. מצא את a

ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $x=-2$

ג. האם המשיק שמצאת בסעיף הקודם משיק לפונקציה $g(x)$ באותה נקודה?

62. נתונות הפונקציות: $f(x) = x^3 - bx^2 - 3$, $g(x) = x^2 - 2bx + 5$

לפונקציות יש אותו שיפוע בנקודות, שבהן $x=2$.

א. מצא את b

ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $x=2$

ג. האם הפונקציות משיקות אחת לשנייה בנקודה שבה $x=2$?

63. נתונות הפונקציות: $f(x) = -x^4 + 4x^2$, $g(x) = x^2 + 4mx - 4$

לפונקציות יש אותו שיפוע בנקודות, שבהן $x=1$.

א. מצאו את m

ב. האם שתי הפונקציות משיקות אחת לשנייה בנקודה שבה $x=1$?

ג. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. מצאו את השיפועים של המשיקים לפונקציה $f(x)$, בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה-x.

64. נתונה הפונקציה: $f(x) = -mx^2 + nx + 16$ (a ו-b פרמטרים).

ציר ה-x משיק לפונקציה בנקודה שבה $x=4$.

מצאו את m ואת n

65. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 + \frac{1}{2}bx + 5$ (b פרמטר).

המשיק לפונקציה בנקודה $x=0$ מאונך למישק לפונקציה בנקודה $x=-1$

מצאו את b

66. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 2a$ (a פרמטר).

העבירו משיק לפונקציה בנקודה שבה $x=1$.

א. הביעו באמצעות a את שיפוע המשיק

ב. הביעו באמצעות a משוואת המשיק

67. נתונה הפונקציה: $f(x) = bx^2 - 1$ (b פרמטר).

העבירו משיק לפונקציה בנקודה שבה $x=2$.

א. הביעו באמצעות b את שיפוע המשיק

ב. הביעו באמצעות b משוואת המשיק

68. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 4x$ (b פרמטר).

נתונות שתי נקודות על הפונקציה ששיעור ה-x של אחת גדול ב-4 ושיפועי המשיקים

לפונקציה בנקודות שווה

מצאו את הנקודות הנתונות.

69. נתונה הפונקציה: $f(x) = ax^2 + bx + c$ (a, b ו-c פרמטר).

הישרים $y = -8x + 1$ ו- $y = 8x - 31$ משיקים לפונקציה בנקודות ששיעור ה-x שלהן הוא 17

מצאו את הפרמטרים a, b ו-c

70. נתונה הפונקציה: $f(x) = ax^3 - \frac{1}{2}x^2$.

נתון שהמשיקים לפונקציה בנקודות שבהן $x=1$ ו- $x=3$ מאונכים זה לזה.

מצאו את a

71. נתונה הפונקציה: $f(x) = -3x^2$.

המשיק לפונקציה בנקודה מסוימת נחתך עם ישר שמאונך לו העובר בראשית הצירים בנקודה

שבה שיעור ה- x הוא $\frac{18}{37}$

מצאו את נקודת ההשקה של המשיק

72. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^n + 1$ (n-פרמטר).

המשיק לפונקציה בנקודה שבה $x=1$ שיעור ה- x חותך את ציר ה- y בנקודה $(0,-1)$

מצאו את ערכו של n

73. נתונות הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$ ו- $g(x) = -x^2 - 2$

מצאו את משוואת הישרים המשיקים ל-2 הפונקציות הנתונות.

74. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 + 4x + 7$

העבירו משיקים לפונקציה בנקודות A ו-B כך ידוע שהמשיקים מאונכים זה לזה.

בנוסף נתון ש- $9x_A = 4x_B$

מצאו את הנקודה A

75. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 + 4x + 7$

העבירו משיקים לפונקציה בנקודות A ו-B כך ידוע שהמשיקים מאונכים זה לזה.

בנוסף נתון ש- $9x_A = 4x_B$

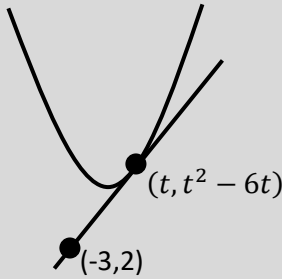
מצאו את הנקודה A

יחידה 4 – משוואת משיק ללא נקודת השקה – תרגול

כאשר נתונה נקודה שהיא לא נקודת השקה: נשתמש בנקודה ייצוגית

מצאו את משוואת המשיק לפונקציה, $f(x) = x^2 - 6x$ אם ידוע שמשיק עובר דרך הנקודה $(-3, 2)$ כאשר ידוע ששיעור ה- x של נקודת ההשקה חיובי

נתונים:	פתרון:
$f(x) = x^2 - 6x$ $f'(x) = 2x - 6$	<p>תחילה נגדיר את הנקודת ההשקה כנקודה ייצוגית ע"י הפונקציה: $(t, t^2 - 6t)$. כעת את שיפועה משיק נחשב בשני דרכים ואז נשווה את התושאות נקבל משוואה ש-t הוא הנעלה היחיד בה.</p> <p>דרך ראשונה (בנגזרת): $m = f'(t) = 2t - 6$</p> <p>דרך שנייה (לפי נוסחא): $m = \frac{t^2 - 6t - 2}{t + 3}$</p> <p>נשווה את שני הביטויים שקיבלנו:</p> $2t - 6 = \frac{t^2 - 6t - 2}{t + 3}$ $2t^2 - 18 = t^2 - 6t - 2$ $t^2 + 6t - 16 = 0$ <p>הפתרונות המתקבלים הם: $t_1 = 2, t_2 = -8$</p> <p>לכן יש שני משיקים לפונקציה העוברים בנקודה $(-3, 2)$.</p> <p>אנו נמצא את השיפוע של המשיק העובר בנקודה ששיעור ה-x של הוא 2 מכיוון שנתון ששיעור ה-x של נקודות ההשקה הוא חיובי.</p> <p>את השיפוע נמצע ע"י הצבה של שיעור ה-x, שקיבלנו, בנגזרת של הפונקציה.</p>



$$m_1 = f'(2) = 2 \cdot 2 - 6 = -2$$

נקבל האת שיעור ה- y של הנקודה ע"י הצבה בפונקציה

$$y = f(2) = 2^2 - 6 \cdot 2 = -8$$

נעת נמצא את משוואת המשיק: $m_1 = -2$, $(2, -8)$

$$y = m \cdot x + b$$

$$-8 = -2 \cdot 2 + b$$

$$b = -4$$

לכן נקבל שמשוואת המשיק לפונקציה היא:

$$y = -2x - 4$$

76. בכל אחד מהסעיפים נתונה פונקציה ונקודה שלא נמצאת על הפונקציה.

מצאו משוואת משיק לפונקציה שעוברת דרך הנקודה

- א. $f(x) = x^2$, $(0, -3)$ ב. $f(x) = x^2 + 4x + 7$, $(-2, -2)$
 ג. $f(x) = -x^2 + 4x + 3$, $(6, 0)$ ד. $f(x) = -2x^2$, $(5, -14)$
 ה. $f(x) = -x^3$, $(\frac{2}{3}, 0)$ ו. $f(x) = -x^2 - 6x$, $(-3, 13)$

77. מנקודה על ציר ה- y העבירו שני משיקים לפונקציה $f(x) = x^2$ המאונכים זה לזה.

מצאו את משוואות של המשיקים

78. העבירו משיק לפונקציה $f(x) = -x^2$ בנקודה A.

המשיק בנקודה A עובר בנקודה B הנמצאת על ציר ה- y כך ש- $y_A = -y_B$

מצאו את הנקודה A

79. העבירו משיק לפונקציה $f(x) = -x^2 + 8x$ בנקודה A.

המשיק בנקודה A עובר בנקודה B הנמצאת על ציר ה- x כך ש- $x_A = x_B + 3$

מצאו את הנקודה A

נתונה הפונקציה, $f(x) = ax^3 + 3x^2$ מצאו את הפרמטר a ($a > 1$) אם ידוע ששיעור ה-y בנקודה שבה שיפוע המשיק הוא אפס, הוא 1 ושיעור ה-x בנקודה זו שונה מאפס

נתונים:	פתרון:
הפונקציה: $f(x) = ax^3 + 3x^2$	תחילה ננסה למצוא את שיעור ה-x של נקודה שבה השיפוע של המשיק לפונקציה הוא אפס, ולכן נשווה את הנגזרת לאפס.
פונקצית הנגזרת: $f'(x) = 2ax^2 + 6x$	$2ax^2 + 6x = 0$
	נוציא גורם משותף
	$2x(ax + 2) = 0$
	פתרונות המשוואה הם: $x=0$ ו- $x = -\frac{2}{a}$
	כעת אנו יודעים שהנקודה שבה שיפוע המשיק לפונקציה הוא אפס, היא $(-\frac{2}{a}, -5)$
	נציב את הנקודה (גם שיעור ה-x וגם שיעור ה-y) בפונקציה:
	$1 = a(-\frac{2}{a})^3 + 3(-\frac{2}{a})^2$
	$1 = a(-\frac{8}{a^3}) + 3(\frac{4}{a^2})$
	$1 = -\frac{8}{a^2} + \frac{12}{a^2}$
	$1 = \frac{4}{a^2} \rightarrow a^2 = 4 \rightarrow a = \pm 2$
	לכן נקבל שגודלו של הפרמטר הוא $a=2$

80. העבירו משיק לפונקציה $f(x) = x^2 - 8x + 20$ בנקודה A.

המשיק חותך את הציר ה-y בנקודה B ואת ציר ה-x בנקודה C.

ידוע $BO = 2CO$ (O - ראשית הצירים).

מצאו את שעורי נקודה A

81. העבירו משיק לפונקציה $f(x) = a \cdot x^2$.

המשיק חותך את הציר ה-y בנקודה ששיעור ה-y שלה הוא b.

הוכיחו שהיחס $\frac{b}{a}$ הוא שלילי

פתרונות:

א. $y' = 2x$ ב. $y' = 4x^3$ ג. $y' = -3x^2$ ד. $y' = 10x$ ה. $y' = -7$ ו. $f'(x) = x^2$ ז. $g'(x) = x + 3$ ח. $y' = x^3 - x$ ט. $y' = x^3$ י. $f'(x) = -9x^3$ יא. $g'(x) = x + 1$ יב. $g'(x) = -5x^4$

א. $y' = \frac{2x}{3}$ ב. $y' = -3x^2 - \frac{8}{3}$ ג. $y' = -\frac{2x}{3}$ ד. $y' = -\frac{8}{7}$ ה. $y' = -\frac{4}{3}$ ו. $y' = 1$ ז. $y' = \frac{12x^3-1}{3}$ ח. $y' = -\frac{3x^2-4}{6}$ ט. $y' = \frac{4x-7}{4}$ י. $f'(x) = 2x - \frac{5}{5}$

א. $y' = 2ax$ ב. $y' = -4ax^3$ ג. $y' = 2ax + b$ ד. $y' = -9bx^2$ ה. $y' = \frac{4x-a}{b}$ ו. $f'(x) = 6x^2 - ax + b$ ז. $f'(x) = 3(2a + 1)x^2 - 1$ ח. $f'(x) = 6ax + (1 - 4b)$

א. $r(x) = (7)$ ב. $k(x) = (6)$ ג. $h(x) = (4)$ ד. $d(x) = (9)$ ה. $g(x) = (4)$ ו. $f(x) = (3)$ ז. $b(x) = (1)$ ח. $v(x) = (2)$ ט. $m(x) = (8)$

א. $f'(x) = 2x$ ב. $f'(2) = 4$ ג. (2)

א. $f'(-1) = -3$ ב. $f'(2) = -12$

א. $f'(x) = 3$ ב. $f'(-1) = -12$

א. $f'(-2) = 10$ ב. $f'(\frac{1}{2}) = -2.5$

א. $f(1) = -3$ ב. $f'(1) = -2$

10ק

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות בי"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

$$f'(5) = -3. \text{ב. } f'(1) = -1. \text{א. (11)}$$

$$f'(3) = -3. \text{ב. } A(3,0). \text{א. (12)}$$

$$\text{א. עולה ב. } h'(2) \text{ גדול יותר (13)}$$

$$g'(1) = 0. \text{ב. } g'(0) = -1. \text{א. (14)}$$

$$\text{א. אלא ב. לא (15)}$$

$$\text{א. } f'(x) = -2x. \text{ב. } x = 2. \text{ג. } x = 2 \text{ הפונקצייה במגמת עלייה (16)}$$

$$(-1,4) \text{ (17)}$$

$$(0,7) \text{ (18)}$$

$$(2, -16), (-2,16) \text{ (19)}$$

$$(1,1) \text{ (20)}$$

$$y' = 1, y' = -3. \text{ב. } (1,0), (-1,2). \text{א. (21)}$$

$$y = 6, y = -10. \text{ב. } x = 1, x = -1. \text{א. (22)}$$

$$\text{א. המשיק מקביל לציר הא ב. כן (23)}$$

$$m = 24. \text{ב. } y = 24x + 144, y = 24x - 144. \text{א. (24)}$$

$$m = -\frac{1}{2}. \text{ב. } y' = \frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} - \frac{1}{2}. \text{א. (25)}$$

$$\text{א. } (1, \frac{5}{6}), (-2, -\frac{2}{3}). \text{ב. לא (26)}$$

$$y = 4x - 2. \text{ג. } (2, -3.6), (-2, -16.4). \text{ב. } (-1.155, 5), (1.155, -5). \text{א. (27)}$$

$$f(x) = (3), g(x) = (4), d(x) = (9), h(x) = (4), k(x) = (6), r(x) = (7) \text{ (28)}$$

$$m(x) = (8), v(x) = (2), b(x) = (1)$$

$$y = 3x + 11 \text{ (29)}$$

$$y = -x. \text{ג. } m = -1. \text{ב. } y = -1. \text{א. (30)}$$

$$y = 7x - 8 \text{ (31)}$$

$$y = -\frac{2}{3} \text{ (32)}$$

$$y = -3x + 1. \text{ד. } y = -\frac{1}{2}x - 0.125. \text{ג. } y = 7x - 4. \text{ב. } y = -6x + 7. \text{א. (33)}$$

$$y = 10x - 36 \text{ הוא השיפוע 10 א. (6,24). ב. לא, (34)}$$

$$y = 3x - 16. \text{ב. א. כן (35)}$$

$$\text{א. הנגזרת } f'(x) = 5x^4 + 3x^2 \text{ חיובית לכל } x \text{ מכיוון שיש בה רק חזקות זוגיות ומספרים חיוביים, ב. בנקודה אחת בלבד } x=0 \text{ (36)}$$

$$y = -2x + 1, y = -2x + \frac{67}{54} \text{ ג. עולה ד. } f'(-1) = 2. \text{א. (37)}$$

$$(38)$$

$$y = -2x + 4. \text{ב. א. (0,4) (39)}$$

$$b = -8. f'(3) = -2. \text{א. (40)}$$

$$a = -8. f'(-1) = -6. \text{א. (41)}$$

$$a = 7 \text{ (42)}$$

$$a = -\frac{1}{4}. \text{ב. } f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3} \text{ (43)}$$

$$\text{א. (44)}$$

$$k = 9 \text{ (45)}$$

$$y = \frac{1}{3}x - 3\frac{4}{9}. \text{ג. } y = -3x + 6. \text{ב. } a = 1. \text{א. (46)}$$

$$y = 3x - 5. \text{ב. } a = 7. \text{א. (47)}$$

$$a = 2 \text{ (48)}$$

$$a = -3. \text{ב. } f'(-2) = 8. \text{א. (49)}$$

$$k = -7 \text{ (50)}$$

$$b = 5. \text{ב. } A(4,13). \text{א. (51)}$$

$$a = \frac{1}{12}, b = \frac{1}{2} \text{ (52)}$$

$$a = -\frac{1}{3}, b = 4. \text{א. ב. לא (53)}$$

$$y = 2x + 8. \text{ב. } a = \frac{1}{2}. \text{א. ג. לא (54)}$$

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ביח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

(55) $y = -4x - 3$ ב. $b = 4$ א. $m = -4$ ג. לא

(56) $m = \frac{1}{2}$ א. ב. לא ג. $(-2,0), (0,0), (2,0)$ ד. $f'(-2) = 16, f'(0) = 0, f'(2) = -16$

(57) $m = -1, n = -8$

(58) $b = 2$

(59) $y = 3x - 2a - 2$ ב. $m = 3$ א. $m = 3$

(60) $y = 4xb - 4b - 1$ א. $m = 4b$ ב. לא

(61) $(-2,0), (2,0)$

(62) $a = 1, b = -4, c = 5$

(63)

(64)

(65)

(66)

(67)

(68)

(69) $\frac{2}{9}$

(70)

(71)

(72)

(73)

(74)

(75)

(76)

(77)

(78) $\frac{1}{3}$

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

(79

(80

