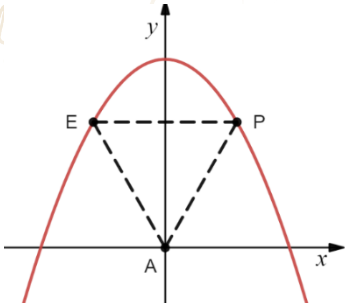
481 – יחידה 27 – בעיות קיצון גרפיות



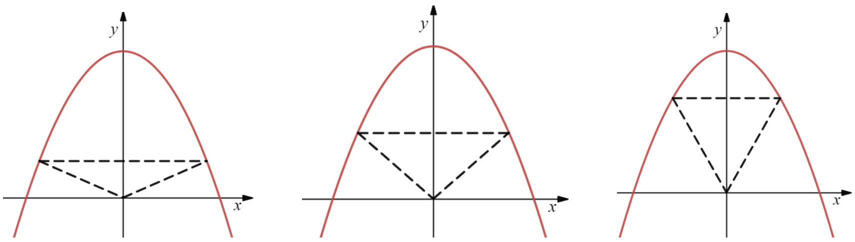
בתוך פרבולה, שמשוואתה היא $y=-x^2+12$, חסום משולש שווה שוקיים APE (כמתואר בציור) .

נסמן את שיעורי ה-x של הנקודה P ב-t

מתוך כל המשולשים האפשריים.
מצאו מה צריכים להיות שעורי נקודה P, על מנת ששטח המשולש EPA יהיה מקסימלי על פי הסעיפים הבאים:

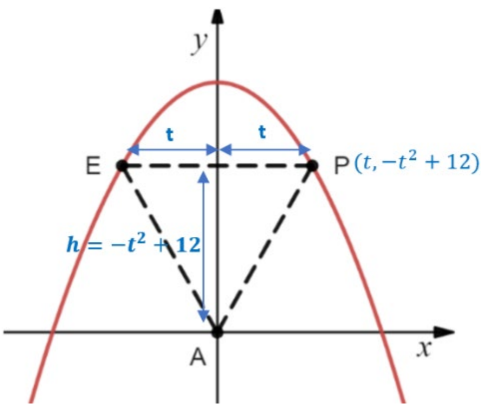
א. בטאו בעזרת t את שטח המשולש
ב. מצאו את הערך המקסימלי של הביטוי שהתקבל
ג. מהו השטח המקסימלי של משולש APE?

בשאלה נאמר שנמצא מתוך כל המשולשים האפשריים מכיוון שניתן ליצור אינסוף משולשים שמתאימים לנתוני השאלה.



שלב ראשון: בבעיית גרפים יש תחילה להגדיר **נקודה ייצוגית** על גרף הפונקציה.
במקרה שלנו נבחר את נקודה P, שהיא קודקוד המשולש, שנמצא על גרף הפונקציה

$$P(t,-t^2+12)$$



שלב שני: בניית הפונקציית המטרה:
בשאלה התבקשנו למצוא את השטח המקסימלי ולכן פונקציית המטרה תהייה ביטוי של השטח.

על מנת לחשב את שטח המשולש נצטרך למצוא את אורך הבסיס EP ואת הגובה את את שטח המשולש EPA בעזרת t.

המרחק של הנקודה P ו- E מציר ה-y הוא t כמתואר בשרטוט, המרחק זהה מיכוון שגרף הפרבולה סימטרי, לכן האורך של הבסיס הוא $EP=2t$

גובה המשולש הוא למעשה שיעור ה-y של נקודה P - $h=-t^2+12$

לכן הביטוי לשטח המשולש יהיה : $s(t)=\frac{2t\cdot(-t^2+12)}{2}$

לאחר צימצום ופתיחת סוגרים נקבל : $s(t)=-t^3+12t$

שלב שלוש: קיבלנו, שהשטח הוא למעשה פונקציה, שתלויה ב-t, עכשיו נרצה למצוא באיזה ערך של t מתקבלת הפונקציה ערך מקסימלי.

תחילה נגזור את הפונקציה $\boldsymbol{s'(t) = -3t^2 + 12}$,

עכשיו נשווה את הנגזרת לאפס: $\boldsymbol{-3t^2 + 12 = 0}$.

פתרונות המשוואה הם: $\boldsymbol{t = 2 \,, t = -2}$

לאחר בדיקה נקבל, שהפונקציה מקבלת ערך מקסימלי בנקודה, שבה $t = 2$.

שלב ארבע: לתת תשובה לסעיפי השאלה

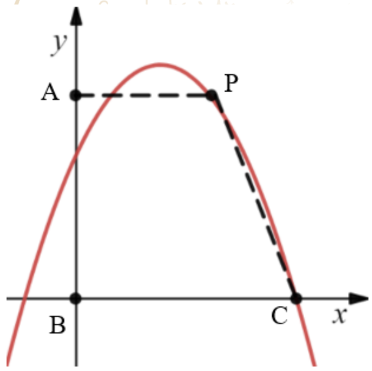
קבלו ששטח המשולש המקסימלי מתקבל כאשר t=2 ולכן נוכל להציב בפונקציה ולמצוא ששעורי הנקודה P הם : $(2,8)$

בסעיף ג על מנת למצוא את השטח המקסימלי, כל מה שנישאר הוא להציב שתיים בפונקצית השטח, שבנינו קודם.
$\boldsymbol{s}(\mathbf{2}) = -2^3 + 12 \cdot \mathbf{2} = \mathbf{16}$, ולכן השטח המקסימלי, המתקבל הוא **16יח"ר.**

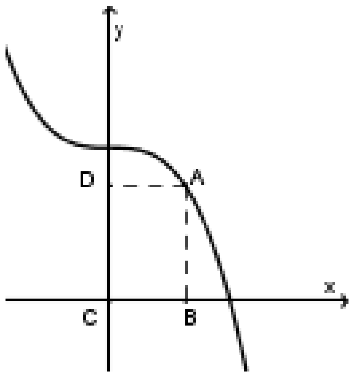
שלבי פתרון בעיית קיצון גרפית

(1) החלק החשוב, הבנת נתוני השאלה ואינסוף המקרים האפשריים
(2) הגדרת נקודה ייצוגית על הפונקציה והבעת שאר הנקודות האפשריות
(3) בניית פונקציית המטרה של שטח היקף וכדומה – על פי המבוקש בשאלה.
(4) מציאת ערכים מקסימליים או מינימליים של פונקציית המטרה
(5) הצבה בפונקציה ומציאת המבוקש בסעיפים (נקודה, שטח מקסימלי וכדומה)

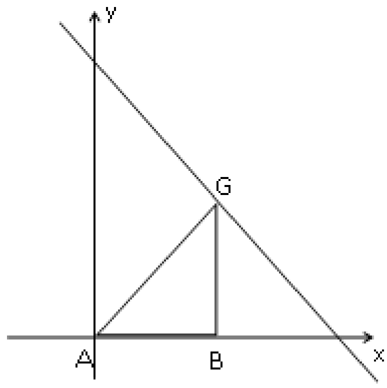
בעיות גרפים



1. בשרטוט ניתן לראות את הגרף של הפונקציה $f(x) = -x^2 + 3x + 4$.
דרך נקודה P, שעל הפונקציה, העבירו ישר, המקביל לציר ה-x וחותך את ציר ה-y בנקודה A.
   א. סמנו את שיעור ה- x של הנקודה P ב-x , והביעו את שיעור ה-y של נקודה p בעזרת x.
   ב. מצאו , מה צריכים להיות שעורי נקודה P, על מנת ששטח הטרפז ABCP יהיה מקסימלי.
   ג. מהו השטח הטרפז המקסימלי המתקבל?



2. נתונה הפונקציה $y = -x^3 + 4$.בפונקציה והצירים חסום מלבן ABCD , כמתואר בציור.
   א. מצאו, מה צריכים להיות שעורי הנקודה A, על מנת ששטח המלבן, שחסום, יהיה מקסימלי.
   ב. מהו השטח המקסימלי?

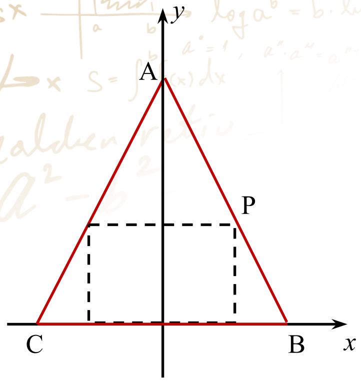


3. בשרטוט נתון גרף הפונקציה $y = -x + 6$.
מנקודה G על הפונקציה מורידים אנך לציר ה-X , כך שנוצר משולש ישר זווית ABG, החסום בין הצירים והפונקציה כמתואר בציור.
נסמן את שעורי נקודה $G(x, -x+6)$ (נקודה ייצוגית)
   א. מצאו מה צריכים להיות שעורי הנקודה G, על מנת ששטח המשולש, שחסום, יהיה מקסימלי.
   ב. מהו השטח המקסימלי?

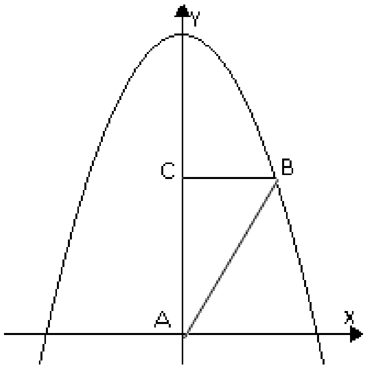
"קריאת כל הספרים הטובים היא אכן כמו שיחה עם האנשים האצילים ביותר, מהמאות החולפות, שכתבו אותם. זו שיחה מכוונת היטב, בה הם חושפים בפנינו רק את הטובים שבהרהוריהם"- רנה דקארט

4. נתון משולש שווה שוקיים ABC, ששני קודקודיו הם $A\,(0,10)$, $B\,(5,0)$ בתוך משולש זה חסום מלבן כמתואר בציור.

א. מצאו את משוואת הישר עליו מונחת הצלע AB.
ב. הביעו את שעורי נקודה P באמצעות x.
ג. מצאו את שטח המלבן בעל השטח המקסימאלי

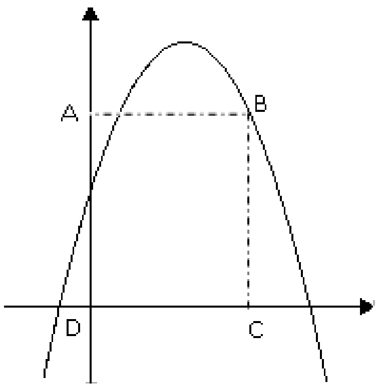


5. נתון גרף הפונקציה $y=-x^2+27$ ברביע הראשון.
ישר, המקביל לציר ה־ x, חותך את גרף הפונקציה בנקודה A , שנמצאת ברביע הראשון, ואת ציר ה־y בנקודה B. מחברים את הנקודה A עם ראשית הצירים. ראו ציור.
א. מה צריך להיות אורך הקטע AB, כדי ששטח המשולש ACB יהיה מקסימלי?
ב. מהו השטח המקסימלי של המשולש AOB ?



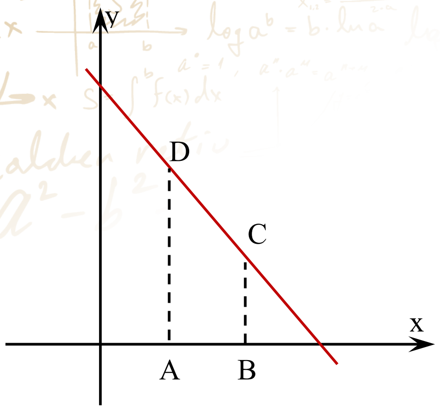
6. נתון גרף הפונקציה $y=-x^2+4x+3$ ברביע הראשון.
ישר, המקביל לציר ה־ x ,חותך את גרף הפונקציה בנקודה B, שנמצאת ברביע הראשון, ואת ציר ה־y בנקודה A. ישר, המקביל לציר ה־ Y, חותך את גרף הפונקציה בנקודה C, שנמצאת ברביע הראשון.

א. מה צריכים להיות שעורי נקודה B, כך ששטח המלבן ABCD יהיה מקסימלי.
ב. מהו השטח במקסימלי?
ג. מה הוא השטח המינימלי ? נמקו.

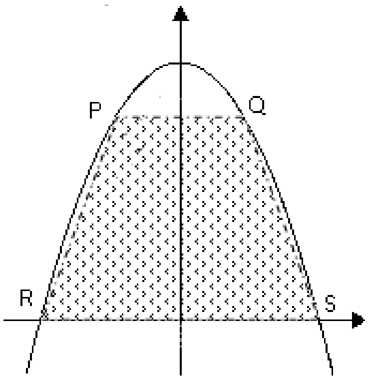


"__האגודל__ לבדו משכנע אותי בקיומו של הבורא" - **איזיק ניטון**

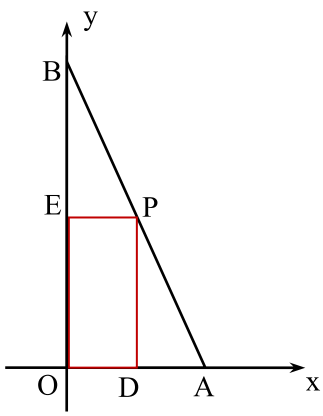
7. נתון הישר $y = -2x + 12$, מנקודות D ו-C שעל הישר העבירו שני ישרים המקבילים לציר ה-y החותכים את ציר ה-x בנקודות A ו-B כמתואר בציור. ידוע ששיעור ה- x של נקודה A גדול פי שתיים משיעור ה-x של נקודה B. נסמן: A(t,0) ו- B(2t,0).
   א. הביעו את שטח הטרפז באמצעות t.
   ב. מה צריך להיות שיעור ה-x של נקודה A על מנת ששטח הטרפז יהיה מקסימאלי?



8. לפניך הגרף של הפונקציה $y = -x^2 + 9$. בתוך פונקציה חסום טרפז, כמתואר בציור.
   א. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-X
   ב. מצאו, מה צריכים להיות שעורי נקודה Q, כדי ששטח הטרפז PQRS יהיה מקסימלי
   ג. מצאו את השטח המקסימלי



9. נתון, שבמשולש ABO אורכי הניצבים הם: OB=8 , OA=4 . מנקודה P שעל היתר AB, העבירו ישרים, המקבילים לצירים, כך שנוצר מלבן, כמתואר בציור. (המלבן חסום במשולש).
   א. מצאו את משוואת היתר AB.
   ב. מצאו, מה צריכים להיות מימדי המלבן, כדי ששטחו יהיה מקסימלי.
   ג. מה הוא השטח של המלבן בעל השטח המקסימאלי.



10. נתונה הפונקציה הבאה: $y = x^3 + 2x^2 + x$
   א. מצאו את שיעור ה-x של הנקודה שבה שיפוע המשיק לפונקציה הוא המינימלי
   ב. מהו השיפוע המינימלי?

1. א.
2. א. $A(1,3)$ ב. 3
3. א. $A(3,3)$ ב. 4.5
4. **פתרון**
5. א. $B(3,18)$ ב. 27
6. א. $B(3,6)$ ב. 18 יח"ר ג. 0
7. **פתרון**
8. א. $S(3,0)$, $R(-3,0)$ ב. $R(1,8)$, ג. 32 יח"ר
9. א. $y=-2x+8$, ב. $R(2,4)$ ב. $R(1,8)$, ג. 8 יח"ר
10. **פתרון**

11. נעביר לפונקציה : $f(x) = x(x - \sqrt{x})$ בנקודה שבה $x=t$ משיק.

א. הביעו את שיפוע המישק של הפונקציה $f(x)$ בנקודה $x=t$.

ב. מכל המשיקים לפונקציה, מצאו את משוואת המשיק לפונקציה *f(x)* בעל השיפוע מקסימלי

12. חסום את מלבן ABCD.

על ידי גרף הפונקציה: $f(x) = -x^2 + 8x$ וציר ה- x.

ידוע שציר הסימטריה של הפונקציה f(x) עובר בקודקוד גרף הפונקציה וחותך את הצלע AB בנקודה P.

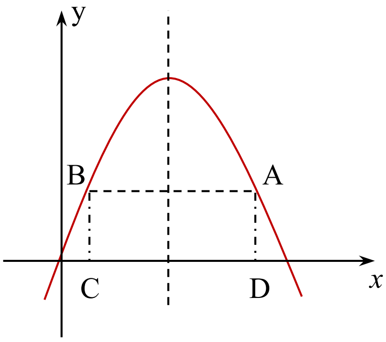
נסמן את שיוער ה-x של נקודה B ב-t

א. הביעו את המרחק של נקודה B מציר הסימטריה של הפונקציה בעזרת t.

ב. הביעו את אורך הקטע AB בעזרת t

ג. מה צריכים להיות שעורי הנקודה B בשביל ששטח המלבן יהיה מקסימלי

A



13. נתונות הפונקציות הבאות

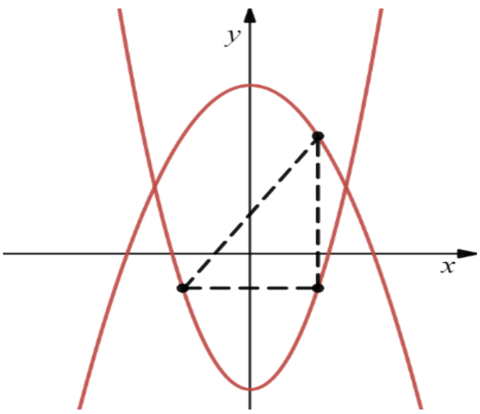
$g(x) = x^2 - 4$, $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

בין הפונקציות חוסמים משולש כמתואר באיור.

צלע AB מקבילה לציר ה-x וצלע AC מקבילה לציר ה-y.

א. מצאו מה צריכים להיות שעורי הנקודה A על מנת ששטח המשולש יהיה מקסימאלי

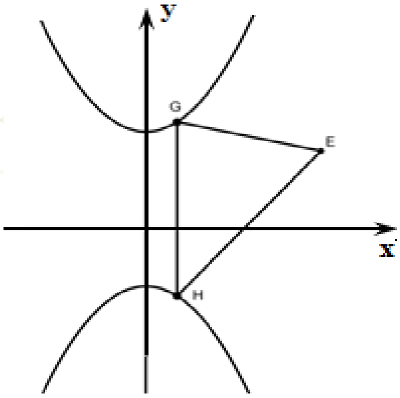
ב. מצאו את שטח המשולש המקסימלי



פתרון: א. A(4/3,-5/3) ב.

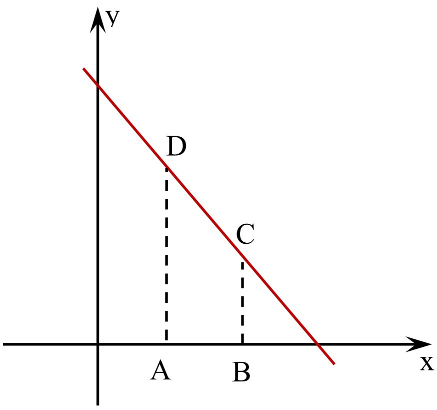
14. נתונות הפונקציות הבאות: $y = -x^2 - 3$ $y = x^2 + 5$
כמו כן נתון משולש GEH, שאחד מקודקדיו הוא E(4,4)

א. מה צריך להיות שעורי נקודה G על מנת ששטח המשולש EGH יהיה מינימלי ?
ב. מה צריך להיות שעורי נקודה G על מנת ששטח המשולש EGH יהיה מקסימלי ?



פתרון: א. G(1.5,6.25) ב. G(2,9),

15. נתון הישר $y = -2x + 12$, מנקודות D ו-C שעל הישר הורידו שני ישרים המקבילים לציר ה-y החותכים את ציר ה-x בנקודות A ו-B כמתואר בציור.
ידוע ששיעור ה- x של נקודה A גדול פי שתיים משיעור ה-x של נקודה B.
נסמן: $A(t,0)$ ו- $B(2t,0)$.
א. הביעו את שטח הטרפז באמצעות t.
ב. מה צריך להיות שיעור ה-x של נקודה A על מנת ששטח הטרפז יהיה מקסימאלי?

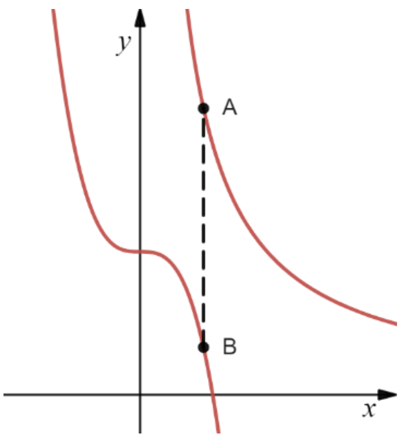


16. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{16}{x}$, $g(x) = -\frac{x^3}{3} + 4$

א. התאימו כל אחת מהפונקציות לגרף, השייך לה.

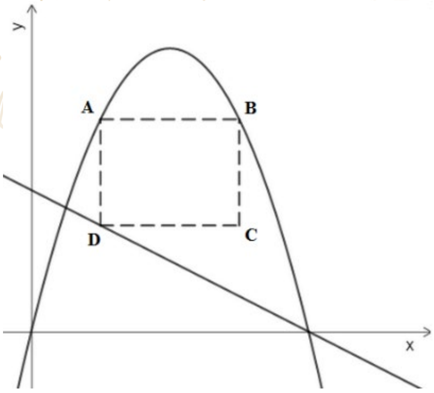
נתון שהקטע AB מקביל לציר ה-y.

א. מצאו את שעורי נקודה A כך, שמתקבל שאורך הקטע AB יהיה הקצר ביותר.
ב. מהו אורך הקטע AB המינימלי.



תשובה: א. $\boldsymbol{f(x)}$ עוברת דרך הנקודה A. $g(x)$ עוברת דרך B. ב. A(2,8) ג. $6\frac{1}{3}$

17. בין גרף הפונקציה: $y-x^2+8x$, הישר $y=-x+3$
חסום מלבן כך שצלעותיו מקבילות לצירים, כמתואר באיור.
נסמן ב- t את שעורי נקודה A .
א. הביעו את אורך AB בעזרת t
ב. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A על מנת ששטח המלבן יהיה מקסימלי

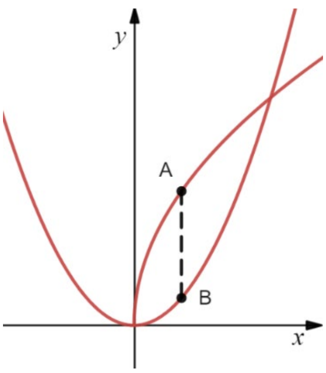


פתרון: א. 8-2t ב. 3

18. נתונה הפונקציה הבאה: $y=x^2-5x+8$
א. מצאו נקודה על הפונקציה שסכום שיעוריה הוא הקטן ביותר.
ב. מה שיפוע הפונקציה בנקודה זו?

19. נתונה הפונקציה - $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-1}}$
א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
ב. מצאו על גרף הפונקציה f(x) נקודה שהמכפלה של שיעור ה-x שלה בשיעור ה-y שלה היא מינימלית

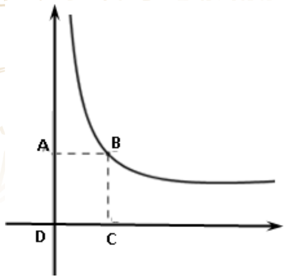
20. נתונות הפונקציות: $g(x)=\sqrt{2x}$, $f(x)=\frac{1}{8}x^2$.
א. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציות
דרך הנקודות A ו-B נמצאות על הגרפים כך שהקטע AB מקביל לציר ה-y.
ידוע שהנקודות A ו-B נמצאות בין נקודות החיתוך של הפונקציות.
ב. מצאו את הנקודות AB עבורן אורך הקטע AB יהיה מקסימלי
ג. חשבו את שטח המשולש ABO כאשר ידוע שאורך AB הוא מקסימלי (O ראשית הצירים)



פתרון: א. A(2,2) B(2,0.5) ב. 1.5 יח"ר

21. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=x^3+2x^2+x$
א. מצאו את שיעור ה-x של הנקודה שבה שיפוע המשיק לפונקציה הוא המינימלי
ב. מהו השיפוע המינימלי?

22. הנקודה A נמצאת על הפונקציה $y=\frac{x}{2}+\frac{6}{x}$ ברביע הראשון,
מה צריכים להיות שעורי נקודה A על מנת שהיקף המלבן ABCD
יהיה מינימלי

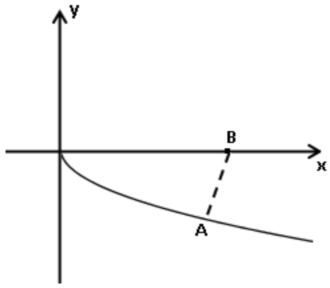


שאלה 6: תשובה: $A(2,4)$,

23. בציור הבא מתוארת הפונקציה $y=-3\sqrt{x}$. שיעורי נקודה B הם : (7,0)

א. מצאו מה צריכים להיות שעורי הנקודה A (הנמצאת על הפונקציה) על מנת שאורך הקטע AB יהיה מינימאלי.

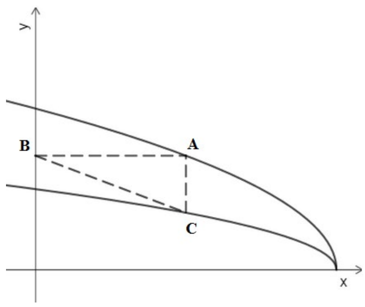
ב. מהו אורך הקטע המינימאלי.



24. נתונות שתי הפונקציות הבאות: $g(x)=0.5\sqrt{8-x}$, $f(x)=\sqrt{8-x}$.
חסמו משולש בין שתי הפונקציות כך שהצלע AC מקבילה לציר ה-y ראו ציור.

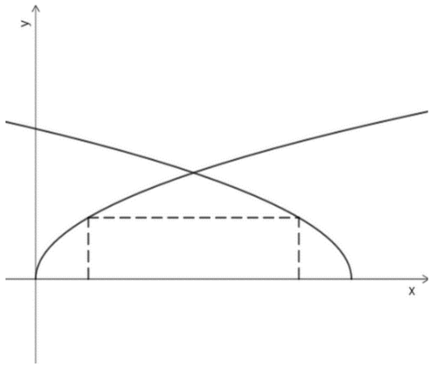
א. נסמן את שעורי הנקודה A ב-x. הביעו את שטח המשולש בעזרת x.

ב. מצאו את ארכוה של הצלע AC כך שהתקבל שטח מקסימאלי.



פתרון: א. 0.5x(√(8-x)-0.5√(8-x)). ב. 1 יח"א

25. נתונות הפונקציות הבאות: $g(x)=\sqrt{12-x}$, $f(x)=\sqrt{x}$, באיור שלפניכם מתוארים הגרפים של שתי הפונקציות אשר חוסמות את מלבן $ABCO$ יחד עם ציר ה-x .



נסמן את שיעור ה-x של A ב-x ואת שיעור ה-x של B ב-t

א. הביעו את t באמצעות x .

ב. הביעו באמצעות x את שטח המלבן $ABCO$.

ג. מצאו את מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A על מנת ששטח המלבן $ABCO$ יהיה מקסימלי.

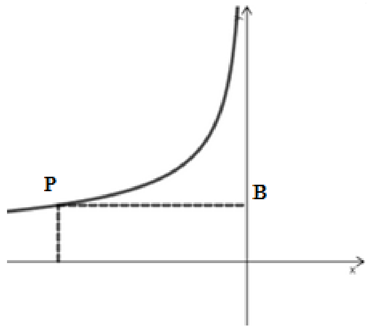
פתרון: א. 12-x ב. (12-2x)·√x ג. (2,√2)

26. נתון באיור הגרף של הפונקציה $y = -x^2 + 4x + 12$, העבירו שני קווים ישרים המקבילים לציר ה-y והמרחק בניהם הוא 2. נסמן את שיעור ה-x של הנקודה A ב-t .

א. הביעו את השטח הנוצר ע"י שני הישרים הפונקציה הנתונה וציר ה-x ברביע הראשון.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A כאשר מתקבל שהשטח שמצאתם בסעיף הקודם יהיה מקסימאלי.

27. נתון גרף הפונקציה $f(X) = \frac{4}{\sqrt{-X}}$, בנקודה מסוימת על גרף הפונקציה ברביע השני, העבירו שני ישרים אנכים לצירים כמתואר באיור. הישרים יוצרים יחד עם הצירים מלבן.



א. מצאו מה צריך להיות שיעור ה-x של הנקודה P על מנת ששטח המלבן יהיה מקסימלי

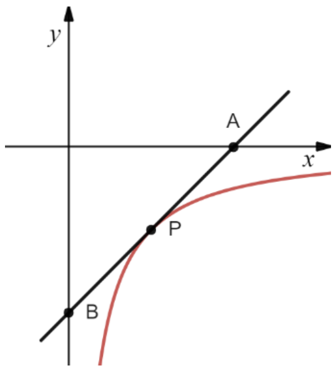
ב. חשבו את השטח שנוצר ע"י הפונקציה הישר PB והישר x=-0.25

28. בציור שלפניכם מוצג הגרף של הפונקציה $f(x) = -\frac{9}{x}$ ברביע הראשון.

דרך נקודה P שעל גרף הפונקציה f(x) העבירו משיק לגרף.

המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה A ואת ציר ה-y בנקודה B.

נסמן את שיעורי ה-x של הנקודה P ב-t



א. (1) הביעו באמצעות t את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה P

(2) הביעו באמצעות t את אורך של הקטעים AO ו-BO

(O – ראשית הצירים)

ב. מצאו את ערך של t שעבורו סכום הקטעים BO+AO הוא מינימלי

29. בציור שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציות:

$f(x) = -x^2 + 9$ ו- $g(x) = (x-3)^2$

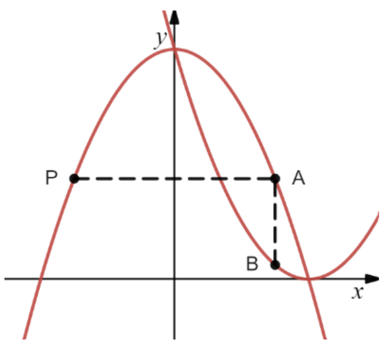
נקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקציה f(x)

מנקודה A העבירו שני קטעים:

קטע AB - המקביל לציר ה־ y וחותך את גרף הפונקציה g(x) בנקודה B .

קטע AP - המקביל לציר ה־ x וחותך את גרף הפונקציה f(x) בנקודה P

.



נסמן את שיעור ה־ x של הנקודה A ב־ t

א. הבע באמצעות t את השיעורים של הנקודות A , B ו־ P

ב. מצא את הערך של t שעבורו שטח המשולש ABP הוא מקסימלי.

פתרון: א. $A(t, -t^2+16)$, $B(t, (t-4)^2)$, $C(-t, -t^2+16)$ ב. t=3

30. מועד ב' 2009

נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-5}$

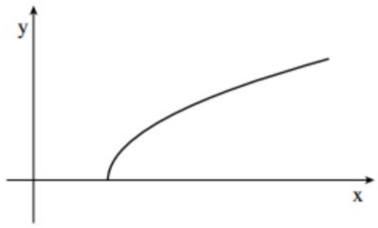
(ראה ציור).

נקודה B היא הקדקוד של פרבולה

שמשוואתה $y = x^2 - 16x + 64$.

מצא נקודה על גרף הפונקציה $f(x)$,

שמרחקה מהנקודה B הוא מינימלי.



תרגול 481- בעיות קיצון גרפיות

1. חורף 2023

בסרטוט שלפניכם מתואר חלק מגרף הפונקצייה $f(x) = 1 - \frac{2}{x}$ בתחום $x > 0$.

גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה־ x בנקודה A .

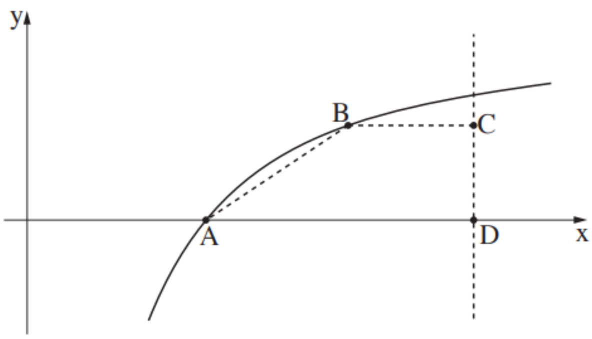
נקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$,

ברביע הראשון, משמאל לישר $x = 5$.

מן הנקודה B מעבירים ישר המקביל לציר ה־ x

וחותך את הישר $x = 5$ בנקודה C .

נתון: $D(5, 0)$.



א. מצאו את שיעורי הנקודה A .

נסמן את שיעור ה־ x של הנקודה B ב־ t .

ב. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו־ C .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה B שעבורה שטח הטרפז ABCD הוא מקסימלי.

ד. הראו כי השטח המקסימלי של הטרפז ABCD הוא 1 .

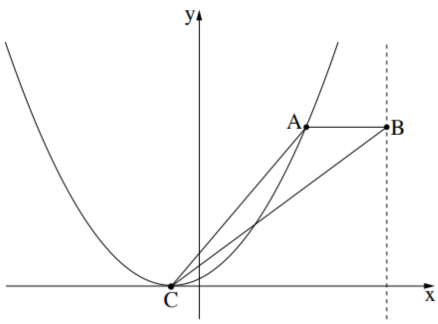
2. קיץ ב' 2022

נתונה הפונקצייה $f(x) = (x+1)^2$.

נקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה B נמצאת על הישר $x = 9$, מימין לנקודה A ,

כך ש־ AB מקביל לציר ה־ x (ראו ציור).



נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה A .

א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות A ו־ B .

הנקודה C היא נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$.

ב. הביעו באמצעות t את שטח המשולש ABC .

ג. מצאו את הערך של t שעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

3. 2022

נתונות הפונקציות: $f(x) = -x^2 + 9x$, $g(x) = x^2$.

נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון מעל לגרף הפונקציה $g(x)$.

מן הנקודה A מעבירים שני ישרים:

ישר המאונך לציר ה־ y וחותך אותו בנקודה C ,

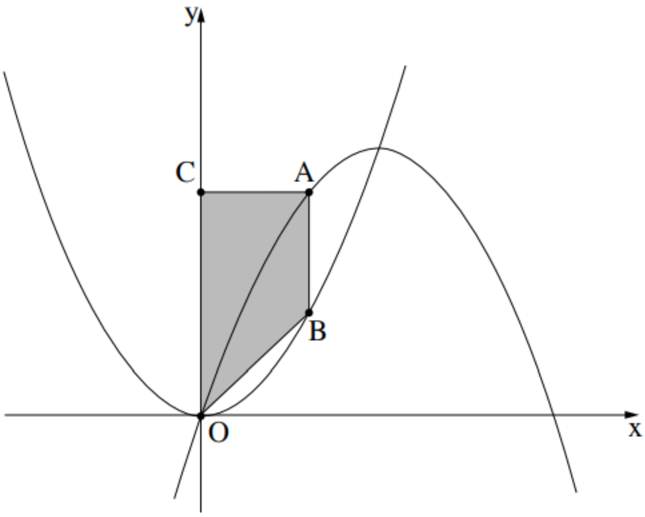
וישר המקביל לציר ה־ y וחותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B (ראו סרטוט).

הנקודה O היא ראשית הצירים.

נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה A .

א. הַביעו באמצעות t את אורכי הקטעים CO , AC ו־ AB .

ב. מִצאו את הערך של t שבעבורו שטח הטרפז ABOC הוא מקסימלי.



4. חורף נבצרים 2022

בסרטוט שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציות

$f(x) = -x^2 + 16$ ו־ $g(x) = (x-4)^2$.

נקודה A נמצאת ברביע הראשון על

גרף הפונקציה $f(x)$.

מן הנקודה A העבירו שני ישרים:

ישר אחד, המקביל לציר ה־ y

וחותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B ,

וישר אחר, המקביל לציר ה־ x

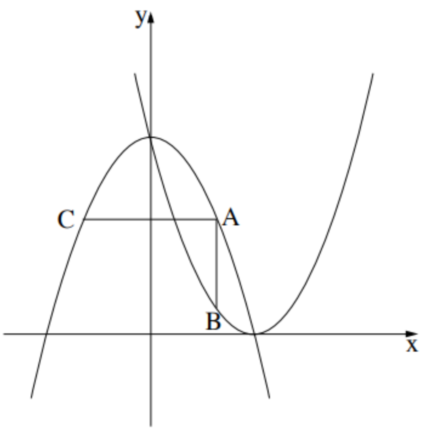
וחותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה C

(ראה סרטוט).

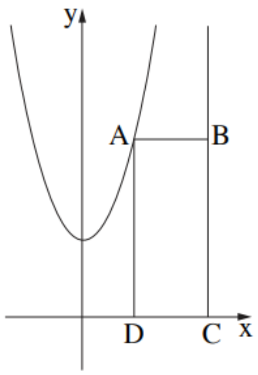
נסמן את שיעור ה־ x של הנקודה A ב־ t .

א. הבע באמצעות t את השיעורים של הנקודות A , B ו־ C .

ב. מצא את הערך של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.



5. חורף 2022



נתונה הפונקציה $f(x)=x^2+3$ ונתון הישר $x=5$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון משמאל לישר.

מן הנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה־ x וחותך את הישר הנתון בנקודה B .

הנקודות C ו־ D נמצאות על ציר ה־ x כך שהמרובע ABCD הוא מלבן (ראה סרטוט).

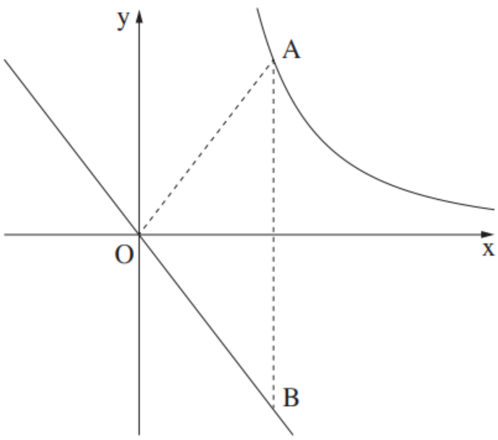
נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה A .

א. מצא את הערך של t שבעבורו שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.

ב. האם ייתכן מלבן ABCD שנבנה באופן המתואר ושטחו הוא 30 ? נמק.

6. קיץ ב' 2021

בסרטוט שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x)=\frac{9}{x^2}$ המוגדרת לכל $x>0$, והישר $y=-\frac{4}{3}x$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

מן הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה־ y ,

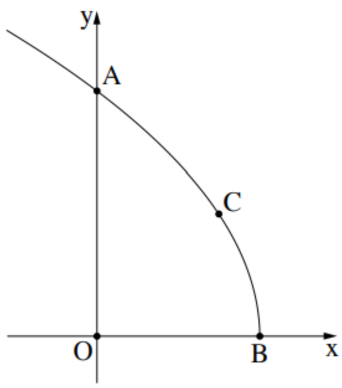
והוא חותך את הישר $y=-\frac{4}{3}x$ בנקודה B .

א. מצא את שיעורי הנקודה A שבעבורה
שטח המשולש AOB הוא מינימלי
(O – ראשית הצירים).

ב. האם קיימת נקודה A שבעבורה
שטח המשולש AOB הוא 4 ? נמק את תשובתך.

7. קיץ 2021

נתונה הפונקציה: $f(x)=2\cdot\sqrt{9-3x}$.



א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה־y בנקודה A ואת ציר ה־x בנקודה B .

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה ברביע הראשון (ראה ציור).

הנקודה O היא ראשית הצירים.

נסמן ב־t את שיעור ה־ x של הנקודה C .

ב. הבע באמצעות t את שטח המשולש AOC
ואת שטח המשולש BOC .

ג. **(1)** מצא בעבור איזה ערך של t סכום שטחי המשולשים הוא מקסימלי.
(2) מצא את הסכום המקסימלי של שטחי המשולשים.

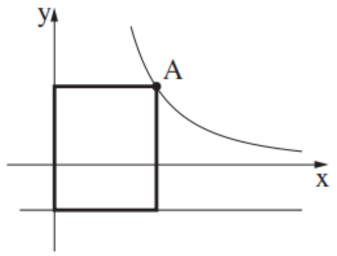
8. קיץ ב' 2020

לפניך גרף הפונקציה $f(x)=\frac{4}{x^2}$, המוגדרת לכל $x>0$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

מן הנקודה A הורידו אנכים לציר ה־ y ולישר $y=-1$ כך שנוצר מלבן

עם ציר ה־ y ועם הישר $y=-1$, כמתואר בציור.



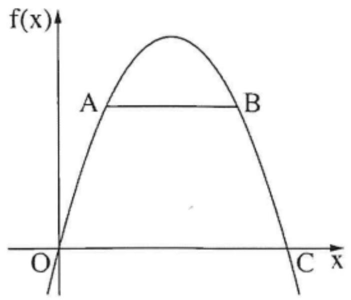
א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המלבן הוא מינימלי?

ב. האם קיימת נקודה A שבעבורה שטח המלבן הוא 3 ? נמק.

9. חורף 2020

גרף הפונקציה $f(x)=-x^2+4x$ עובר בראשית הצירים, O,

וחותך את ציר ה־ x בנקודה נוספת, C (ראה ציור).



א. מצא את שיעורי הנקודה C .

הנקודות A ו־ B נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון, כמתואר בציור.

נסמן את שיעור ה־ x של הנקודה A ב־ x .

נתון כי שיעור ה־ x של הנקודה B שווה ל־ $(4-x)$.

ב. הסבר מדוע הישר AB מקביל לציר ה־ x .

ג. מצא את שיעור ה־ x של הנקודה A שבעבורו שטח הטרפז $OABC$ הוא מקסימלי.

10. קיץ 2019

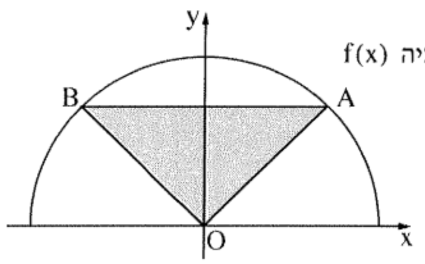
בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)=\sqrt{25-x^2}$ המוגדרת בתחום $-5\le x\le 5$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה־ x . הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה B שברביע השני. הנקודה O היא ראשית הצירים.

נסמן את שיעור ה־ x של הנקודה A ב־ t .



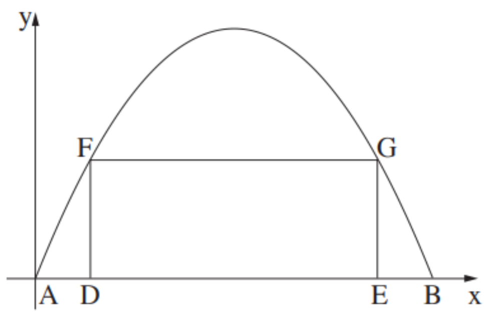
א. (1) הבע באמצעות t את שיעורי הנקודה B .

(2) הבע באמצעות t את שטח המשולש ABO .

ב. מצא את t שבעבורו שטח המשולש ABO הוא מקסימלי.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

11. חורף 2019



המלבן DFGE חסום בין גרף הפרבולה $y = -x^2 + 6x$

ובין ציר ה־ x, כמתואר בציור.

הנקודות A ו־ B הן נקודות החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה־ x,

כמתואר בציור.

k הוא פרמטר. נתון: $0 < k < 3$.

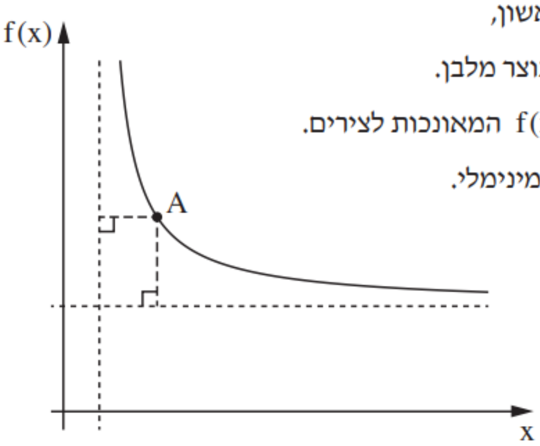
נתון: $AD = EB = k$.

א. הבע באמצעות k את אורכי הצלעות של המלבן DFGE .

ב. מצא את k שבעבורו שטח המלבן DFGE הוא מקסימלי.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

12. קיץ ב' 2018



לפניך ציור של גרף הפונקציה $f(x) = \frac{4}{x-1} + 3$ ברביע הראשון.

מנקודה A , הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון,

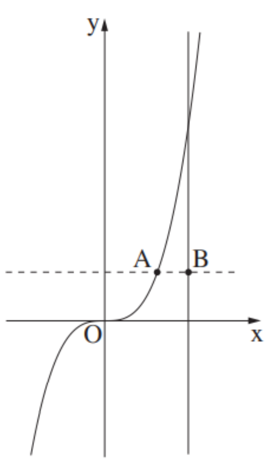
העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, כך שנוצר מלבן.

א. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.

ג. חשב את שטח המלבן שהיקפו מינימלי.

13. קיץ 2018



בציור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x) = x^3$ והישר $x = 2$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון: $0 < x_A < 2$ (x_A הוא שיעור ה־ x של הנקודה A).

מהנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה־ x (הישר המקווקו בציור).

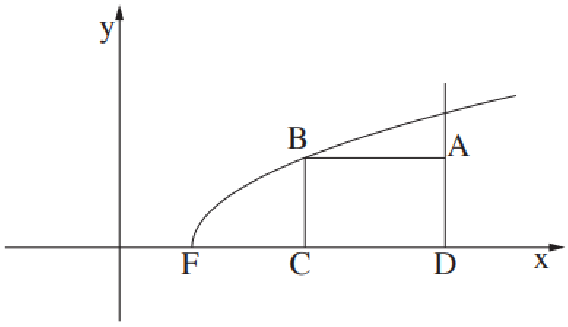
הישר שהעבירו חותך את הישר $x = 2$ בנקודה B (ראה ציור) .

הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש ABO הוא מקסימלי? נמק.

ב. חשב את שטח המשולש ABO בעבור הנקודה A שמצאת בסעיף א.

14. קיץ ב' 2015



הקדקוד B של המלבן ABCD נמצא על גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-4}$.

הצלע AD מונחת על הישר $x = 10$

והצלע DC מונחת על ציר ה־ x

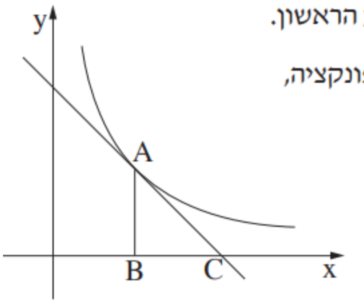
(ראה ציור).

א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה B כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי?

ב. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה־ x בנקודה F (ראה ציור).
מצא את שטח המשולש BFC כאשר שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.

<u>הערה</u>: תוכל להשאיר שורש בתשובותיך.

15. חורף 2015



בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה $f(x) = \frac{4}{x}$ ברביע הראשון.

דרך הנקודה A שעל גרף הפונקציה העבירו משיק לגרף הפונקציה,

והעבירו אנך לציר ה־ x .

המשיק חותך את ציר ה־ x בנקודה C,

והאנך חותך את ציר ה־ x בנקודה B (ראה ציור).

נסמן את שיעור ה־ x של הנקודה A ב־ t .

א. (1) הבע באמצעות t את שיפוע המשיק.

(2) הבע באמצעות t את משוואת המשיק.

(3) הבע באמצעות t את האורך של הקטע BC .

ב. מצא את הערך של t שעבורו סכום הקטעים $AB + BC$ הוא מינימלי.

16. חורף 2010

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$.

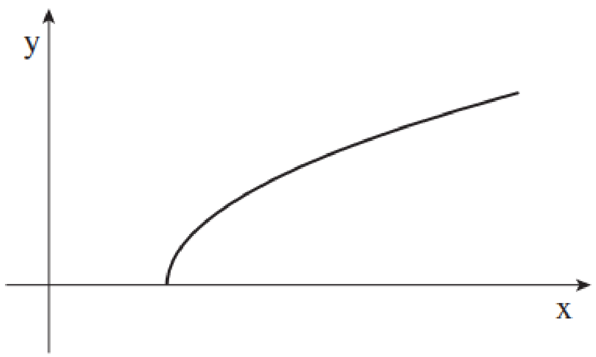
א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא על גרף הפונקציה $f(x)$ נקודה שהמכפלה של שיעור ה־ x שלה בשיעור ה־ y שלה היא מינימלית.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$.

היעזר בתשובותיך לסעיף א ולסעיף ב, וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

17. קיץ ב' 2009



נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-5}$

(ראה ציור).

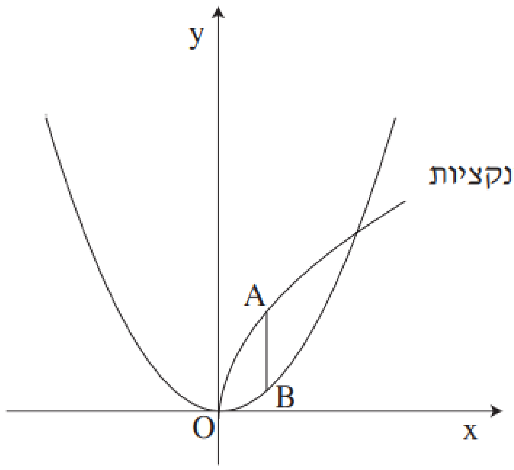
נקודה B היא הקדקוד של פרבולה

שמשוואתה $y = x^2 - 16x + 64$.

מצא נקודה על גרף הפונקציה $f(x)$,

שמרחקה מהנקודה B הוא מינימלי.

18. קיץ 2009



נתונות הפונקציות $f(x) = \frac{1}{8}x^2$

$g(x) = \sqrt{2x}$

הנקודות A ו- B נמצאות על הגרפים של הפונקציות

כך ש- AB מקביל לציר ה- y ,

והנקודות נמצאות בין שתי נקודות החיתוך

של הגרפים של הפונקציות (ראה ציור).

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B

שעבורן אורך הקטע AB הוא מקסימלי.

ב. עבור האורך המקסימלי של הקטע AB, חשב את שטח המשולש ABO

(O — ראשית הצירים).