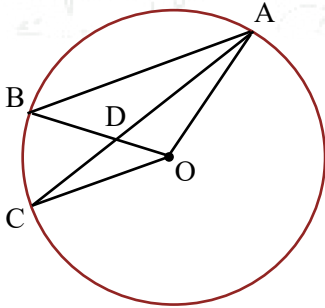


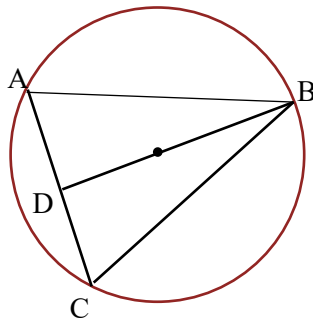
## מעגל - משפטי בסיס וזוויות



1. נתון A, B ו-C נמצאות על המעגל ושנקודה O היא מרכז המעגל.

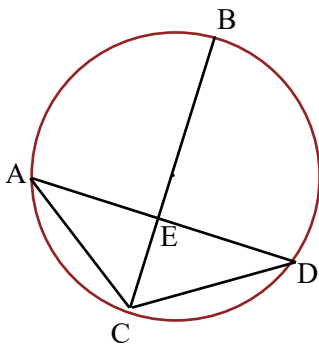
בנוסף נתון ש- $CO \parallel AB$

הוכיחו ש:  $2\angle ACO = \angle ABO$



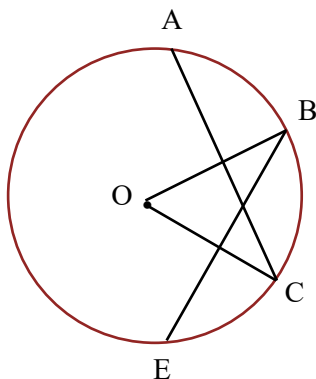
2. הנקודות A, B ו-C נמצאת על המעגל, נתון ש- BD מאונך ל- AC ועובר במרכז המעגל.

הוכיחו שמשולש ABC הוא שווה שוקיים



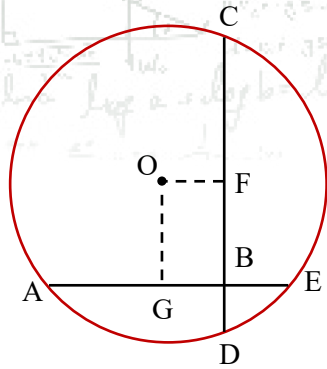
3. A, B, C ו-D נמצאות על המעגל. נתון ש-E היא אמצע הצלע AD במשולש שווה שוקיים ADC.

הוכיחו שקטע CB הוא קוטר

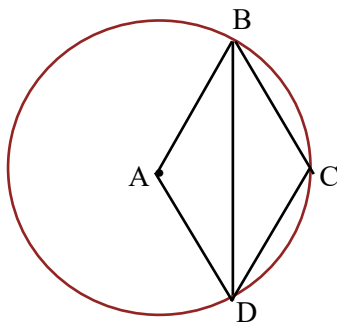


4. במעגל שמרכזו בנקודה O, ידוע ש-BO ו-CO הם רדיוסים במעגל. נתון: ש-AC ו-BE הם מיתרים בעלי אורך שווה במעגל הנתון.

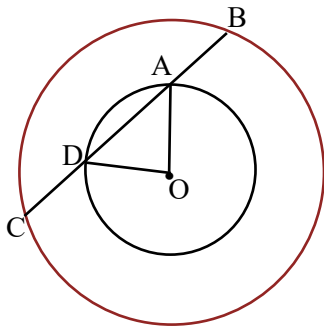
הוכיחו ש- $\angle COE = \angle AOB$



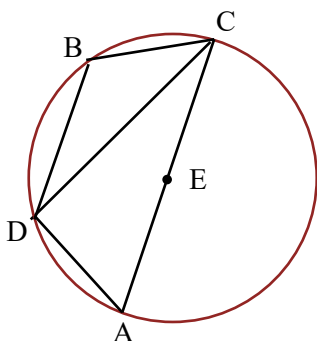
5. AE ו-DC הם מיתרים מאונכים זה לזה במעגל שמרכזו O ונחתכים בנקודה B  
 נתון:  $3 \text{ ס"מ} = BE$ ,  $9 \text{ ס"מ} = BA$ ,  $14 \text{ ס"מ} = CD$ .  
 העבירו ממרכז המעגל O שני קטעים המאונכים למיתרים DC ו-AE וחותכים אותם בנקודות G-F כמתואר כך שאורך הקטע FB הוא  $5 \text{ ס"מ}$   
 מצאו את אורך הקטעים OF ו-BD



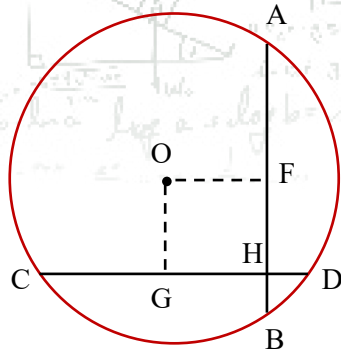
6. נתון במעגל שמרכזו בנקודה A, ידוע ש-BA ו-AD הם רדיוסים במעגל.  
 בנוסף ידוע ש-BC ו-DC הם שני קטעים הנפגשים בנקודה C הנמצאת על המעגל. ידוע ש-  $AB \parallel DC$  וש-  $AD = BC$ .  
 הוכיחו שהמורבע ABCD הוא מעוין.



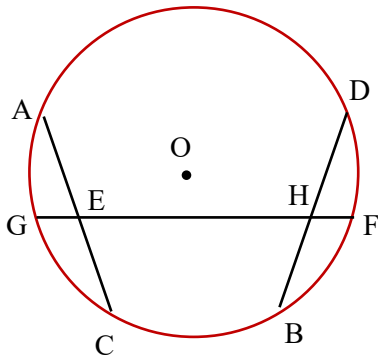
7. נתון שנקודה O היא מרכז שני מעגלים כמתואר באיור. מעבירים מיתר CB במעגל הגדול החותך את המעגל הפנימי בנקודות D ו-A  
 הוכיחו  $AB=CD$



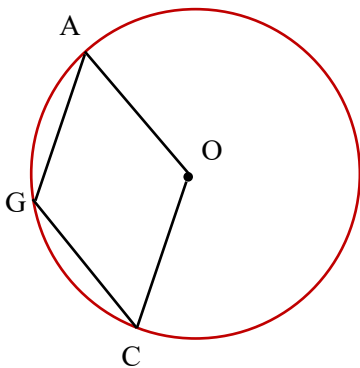
8. נתון ש-AC הוא קוטר ונקודות D ו-B נמצאות על המעגל  
 א. הוכיחו שמשולש DAC הוא ישר זווית  
 ב. נתון שזווית ACD שווה 30 מעלות וש-  $BC=DA$ , הוכיחו שמרובע ACBD הוא טרפז.  
 נתון שרדיוס המעגל שווה  $4 \text{ ס"מ}$ .  
 ג. (1) מצאו את היקף הטרפז  
 (2) מצאו את שיטחו של הטרפז (דייקו שתי ספרות אחרי הנקודה)



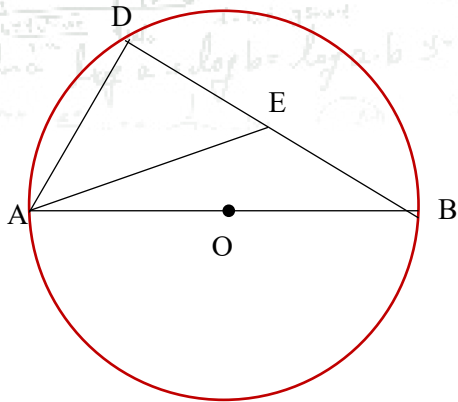
9. נתון ש-CD ו-AB הם מיתרים שאורכם שווה במעגל שמרכזו בנקודה O ונחתכים בנקודה H כך ש- $HD=BH$   
 הנקודה F היא אמצע המיתר AB ונקודה G נמצאת על המיתר CD כך ש-  
 $OG \perp CD$   
 הוכיחו שמרובע OFHG הוא ריבוע



10. נתון ש-AC ו-BD הם מיתרים שאורכם שווה במעגל שמרכזו בנקודה O.  
 העבירו את מיתר GF החותך את המיתרים AC ו-BD בנקודות E ו-H  
 בהתאמה  
 הוכיחו ש- $HF=GE$

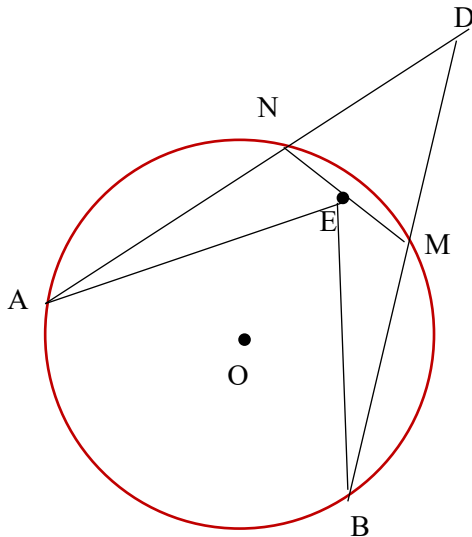


11. נתון ש-AB הוא מיתר במעגל שמרכזו בנקודה O, אורכו שווה לרדיוס  
 המעגל OC והוא גם מקביל ל-רדיוס OC  
 הוכיחו שמרובע ABCO הוא מקבילית



נתון מעגל שמרכזו בנקודה O.  
 נתון ש-AB הוא קוטר במעגל.  
 א. הוכיחו ש- $\angle D = 90^\circ$ .

נתון שנקודה E היא אמצע המיתר DB כך ש- $\angle DEA = -\angle DAB$   
 בנוסף נתון שאורך הצלע AD הוא  $\sqrt{8}$  ס"מ  
 ב. מצאו את אורך הקטע OE ואת אורך קוטר המעגל.



נתון מעגל שמרכזו בנקודה O.

נתון שנקודה E היא אמצע הצלע NM.

מנקודה D שמחוץ למעגל העבירו 2 ישרים החותכים את המעגל בנקודות N, M ו-A, B בהתאמה כך ש- $DN=DM$

- א. הסבירו מדוע הישר OD עובר בנקודה E
- ב. הוכיחו ש- $EB=AE$
- ג. שמרובע ADBO הוא דלתון

נתון ש-ND שווה בארכו לרדיוס המעגל

ד. הוכיחו שמרובע DNOM הוא מעויין

נתון מעגל שמרכזו בנקודה O.

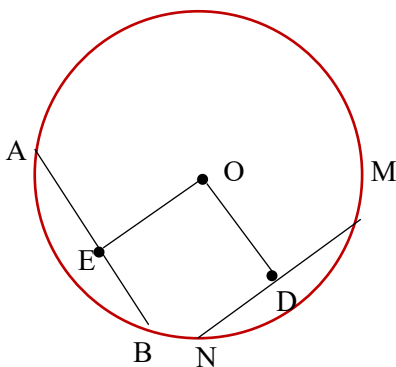
נתון AB ומיתרים שווים במעגל, הנקודות E ו-D הן אמצעי המיתרים

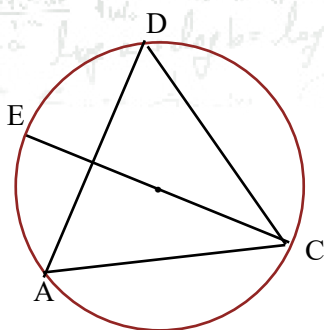
א. הוכיחו ש- $OD=OE$

המיתר AB מקביל לקטע OD והמשיכי המיתרים נפגשים בנקודה P.

נתון ש- $AB = 8$  ס"מ ו- $OE = 5$  ס"מ

- ב. חשבו את אורך הקטעים PB ו-NP
- ג. הוכיחו שמרובע ONPB הוא דלתון



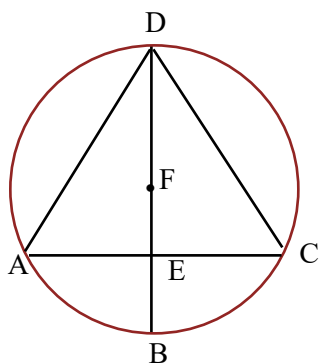


12. AC ו-AB הם מיתרים שווים במעגל שמרכזו בנקודה O

הוכיחו ש-  $\angle AOB = 2 \cdot \angle ACB$

13. נתון שקוטר EC מאונך למיתר AD, ונתון שאורך הקשת AD הוא 120 מעלות

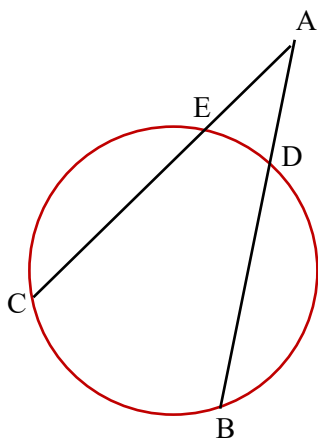
הוכיחו שמשולש ADC הוא שווה צלעות.



14. נתון שנקודות A, B, C ו-D נמצאות על המעגל ו-  $DC=AD$  ו-  $EC=AE$ .

א. הוכיחו ש-BD הוא קוטר.

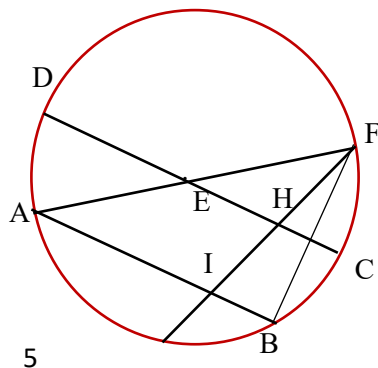
ב. נתון שאורך הקשת AB היא 60 מעלות ושנקודה F היא מרכז המעגל הוכיחו שמרובע AFCE הוא מעוין.



15. נתון EC ו-DB הם שני מיתרים שווים שהמשכיהם נפגשים בנקודה A

א. הוכיחו שמרובע EDBC הוא טרפז

ב. נתון שזווית A היא 50 מעלות ושארורך קשת CB הוא 130 מעלות, חשבו את אורכה של קשת ED.



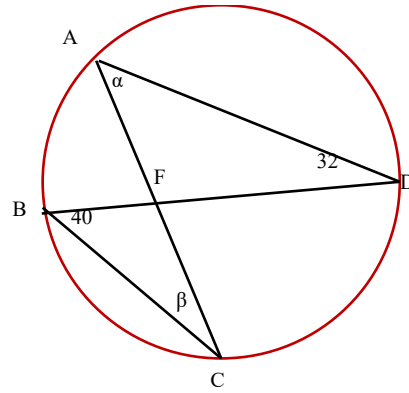
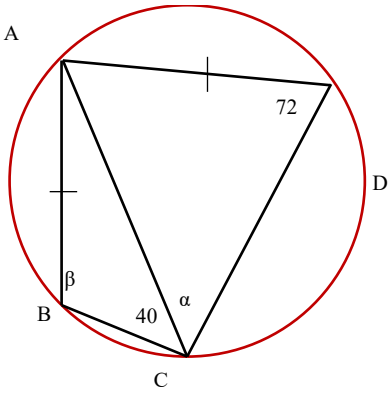
16. נתון שמיתר AB מקביל לקוטר DC. בנוסף נתון AF הוא קוטר.

א. הוכיחו שהמיתר FB מאונך לקוטר DC.

ב. נתון  $HI=EH$ , הוכיחו שמשולש AIF שווה שוקים

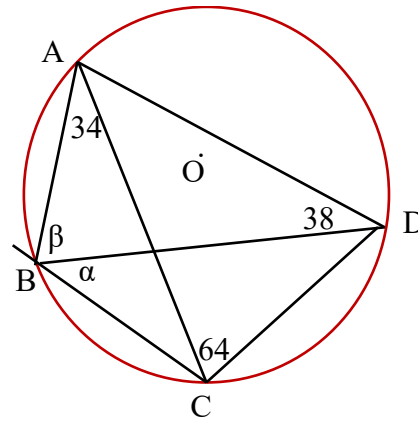
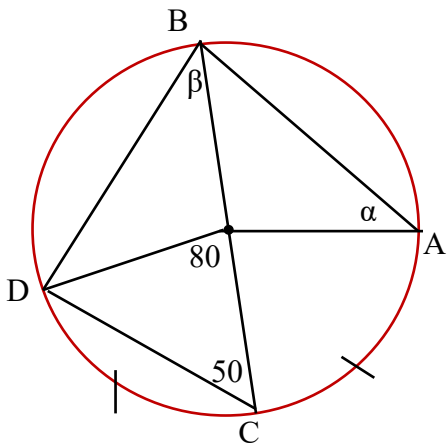
## כיתה י' - משפטי זוויות היקפיות במעגל

17. בעזרת הנתונים בכל סעיף מצאו את  $\alpha$  ו- $\beta$



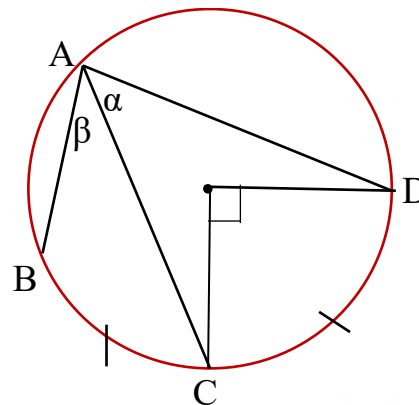
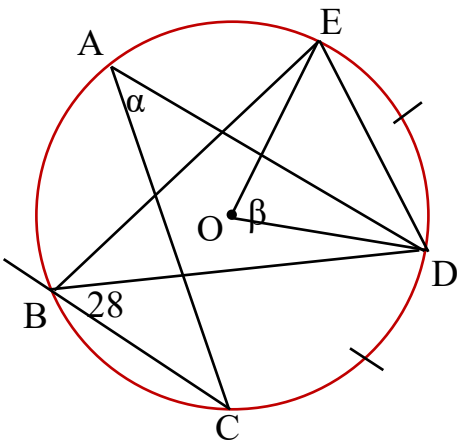
א.

ב.

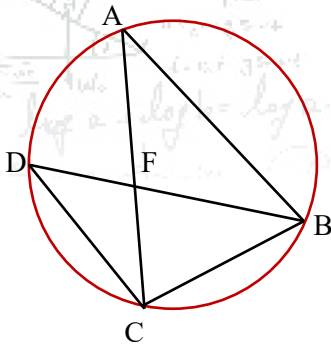


ג.

ד.



ה.



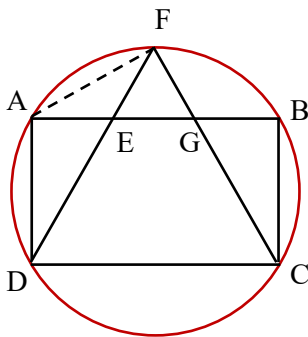
18. הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על מעגל.

המיתרים AC ו-DB נחתכים בנקודה F כך ש:

$$BC=FB \text{ ו- } CB=DC, FC=DF$$

א. הוכיחו ש-DB חוצה את זווית ABC

ב. חשבו את זווית A

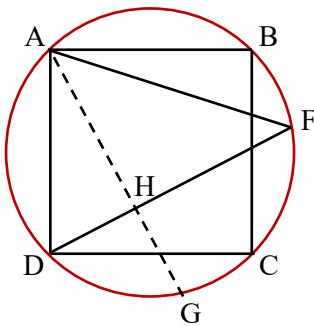


19. מלבן ABCD חסום במעגל.

הנקודה F נמצאת על הקשת AB כך ש-FC=DF

א. הוכיחו ש-AD=AF

ב. הוכיחו ש- $2 \cdot \angle AFD = \angle FDC$



20. ריבוע ABCD חסום במעגל.

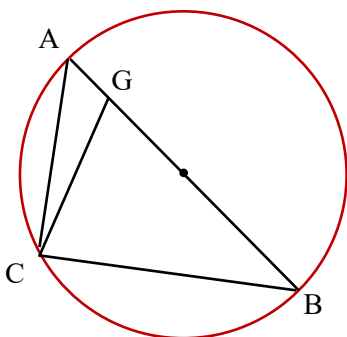
הנקודה F נמצאת על הקשת CB.

א. חשבו את גודל זווית AFD

נקודה G נמצאת על המעגל כך ש- $AG \perp DF$ .

AG חותך את DF בנקודה H

ב. הוכיחו ש- $GH=DH$



21. AB הוא קוטר במעגל הנקודה C נמצאת על המעגל והנקודה G

נמצאת על הקוטר AB כך- $GB=CB$

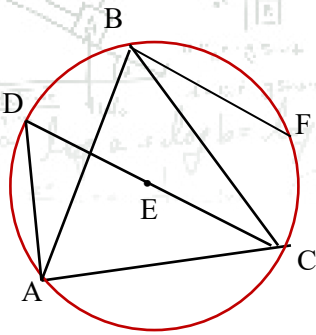
א. הוכיחו ש- $2 \cdot \angle ACG = \angle CBA$

דרך נקודה B העבירו מיתר החוצה את זווית CBA וחותר את

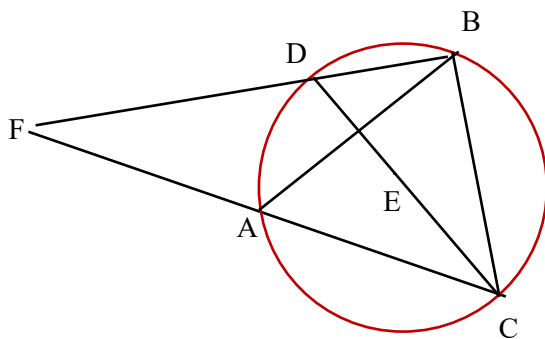
המעגל בנקודה H והמשיכו את הקטע CG עד לנקודת חיתוך F עם

המעגל

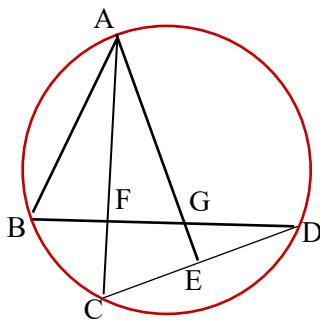
ב. הוכיחו ש- $\widehat{CH} = \widehat{HA} = \widehat{AF}$



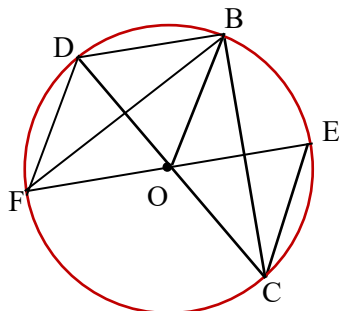
22. נתון במעגל ש-DC הוא קוטר ושמיתר DA שווה לרדיוס במעגל.  
 בנוסף ידוע שקשתות AC ו-BC שוות.  
 א. הוכיחו שהמשולש ABC הוא שווה צלעות.  
 ב. נתון BF מקביל לקוטר DC, הוכיחו ש-AF הוא קוטר.



23. הנקודות A, B ו-C נמצאות על המעגל כך שמשולש ABC הוא שווה שוקיים ( $AB=BC$ ), ידוע שהנקודה D נמצאת על המעגל כך ש-DC הוא קוטר המאונך למיתר AB.  
 א. הוכיחו ש-DC חוצה את זווית C  
 המשך המיתר DB חותך את המשך המיתר AC בנקודה F  
 ב. הוכיחו משולש FDC הוא שווה שוקיים

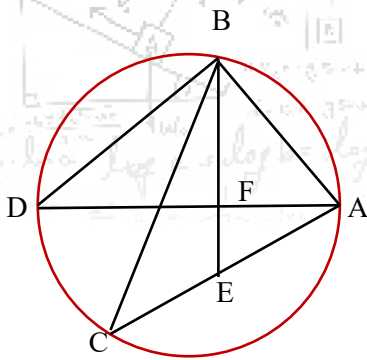


24. נתון במעגל AC ו-BD מיתרים במעגל הנפגשים בנקודה F, העבירו קטע מנקודה A החותך את DB בנקודה G ואת המיתר DC בנקודה E כך שמשולש AGB הוא שווה שוקיים ונתון ש- $\sphericalangle CAE = \sphericalangle BDC$   
 א. הוכיחו ש:  $AE \perp CD$   
 ב. נתון ש- $ED=CE$ , והמשך AE חותך את המעגל בנקודה H, מה ניתן לומר על המיתר AH

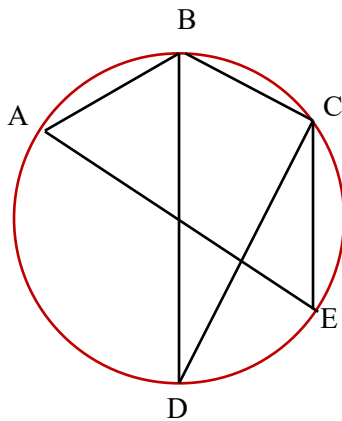


25. נתון מעגל שמרכזו בנקודה O, המיתרים DC ו-FE הם קטרים במעגל כשגודל זווית DOF היא 60, כמו כן נתון שמיתר BC חוצה את זווית C  
 הוכיחו שמרובע DFOB הוא מעויין

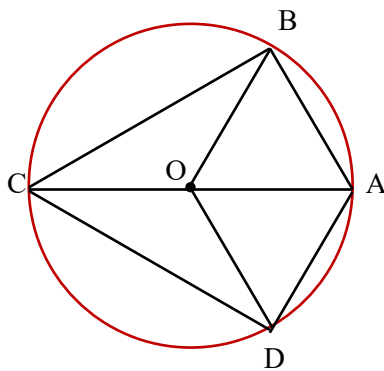




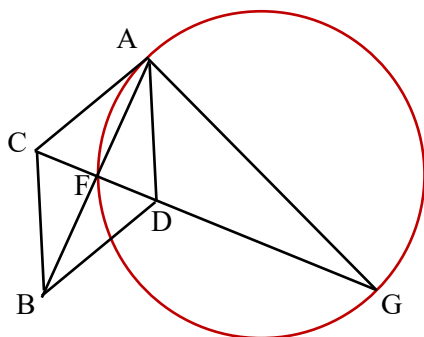
26. המשולש ABC חסום במעגל כמתואר באיור, AD הוא קוטר במעגל זה.  
 דרך הנקודה B העבירו קטע החותך את הקוטר AD בנקודה F ואת הצלע AC בנקודה E. נתון:  $\angle ADB = \angle ABE$   
 א. הוכיחו: EB מאונך AD  
 ב. הוכיחו:  $\angle ABE = \angle ACB$



27. מרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו O.  
 BD הוא קוטר במעגל (ראה ציור)  
 נתון:  $\angle AOB = \angle COB$   
 א. הוכיחו שמרובע BCED טרפז שווה שוקיים  
 ב. נתון שאורך AB שווה לאורכו של רדיוס המעגל. חשבו את גודל זוויות המרובע ABCD

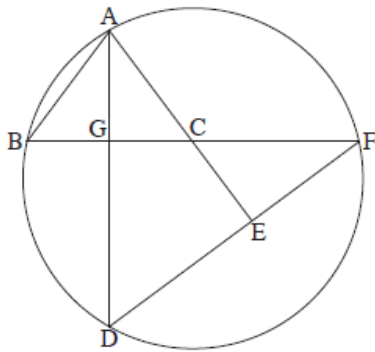


28. מרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו O.  
 BD הוא קוטר במעגל (ראה ציור)  
 נתון:  $\angle AOB = \angle AOD$   
 א. הוכיחו שמרובע ABCD הוא דלתון  
 נתון שזווית ACD היא 30 מעלות  
 ב. הוכח כי המרובע ABCO הוא מעויין.



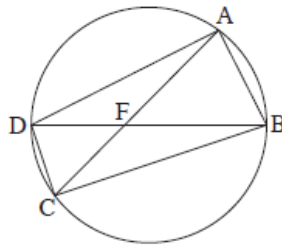
29. נקודות A, G, F ו-F נמצאות על מעגל.  
 נקודה D נמצאת על מיתר AF.  
 המשיכו את מיתר AF עד לנקודה B ואת מיתר GF עד לנקודה C  
 כך ש:  
 AB חוצה את זוויות CAD ו-B.  
 CD חוצה את זוויות C ו-ADB  
 הוכיחו ש-AG הוא קוטר

30. 481 – מועד מיוחד קיץ 2021 – תשפ"א



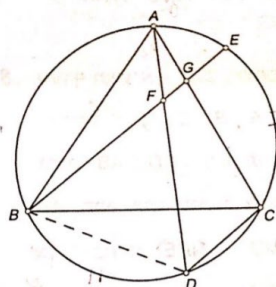
- בציור שלפניך מתואר מעגל. הנקודות A, B, D, F, נמצאות על המעגל.  
 הנקודה E נמצאת על המיתר DF.  
 הקטעים AE ו-BC נחתכים בנקודה C.  
 הקטעים AD ו-BC נחתכים בנקודה G.  
 נתון:  $AB = AC$ .  
 א. הוכח:  $\angle ABG = \angle ECF$ .  
 ב. הוכח:  $\triangle AGB \sim \triangle FEC$ .  
 נתון: AG הוא חוצה זווית  $\angle BAC$ .  
 ג. הוכח  $\angle CEF = 90^\circ$ .  
 נתון:  $EF = 8$ ,  $CE = 6$ ,  $BG = 5$ .  
 ד. מצא את אורך הקטע AC.

31. 481 – מועד ב' 2021 – תשפ"א



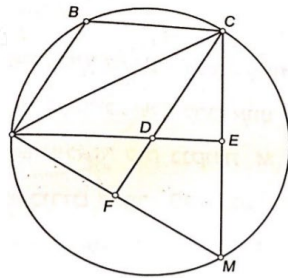
- נתון מעגל. המיתרים AC ו-BD נחתכים בנקודה F (ראה סרטוט).  
 א. הוכח:  $\triangle AFB \sim \triangle DFC$ .  
 נתון:  $\angle DAB = \angle DCB$ .  
 ב. הוכח: BD הוא קוטר במעגל.  
 נתון:  $DF < BF$ ,  $AF = \sqrt{32}$ ,  $FC = \sqrt{18}$ .  
 רדיוס המעגל שווה ל-5.  
 ג. מצא את אורך הקטע BF.  
 נתון: נקודה E היא אמצע הקטע AF, ונקודה G היא אמצע הקטע FB.  
 ד.  $DC = \sqrt{10}$ .  
 ז. מצא את אורך הקטע EG.

32. קיץ 2010



5. (קיץ תש"ע - 2010, לוחמים)  
 ABC הוא משולש שווה-צלעות החסום במעגל.  
 D היא נקודה על הקשת  $\widehat{BC}$  ו- E היא נקודה על הקשת  $\widehat{AC}$  כך ש- DC מקביל ל- BE.  
 BE חותך את AD בנקודה F ואת AC בנקודה G.  
 א. הוכח:  $\angle ADC = 60^\circ$ .  
 ב. הוכח: המשולש BFD הוא שווה-צלעות.  
 ג. הוכח שלא קיים מעגל העובר דרך קדקודי המרובע BGCD. (163)

33. שאלת בגרות



(166)

9. (סתיו תשע"ב - 2011, לוחמים)

המרובע ABCM חסום במעגל.

המרובע ABCD הוא מקבילית.

המשכי הצלעות AD ו-CD חותכים את הקטעים

CM ו-AM בנקודות E ו-F בהתאמה.

$$\angle EAM = \angle FCM$$

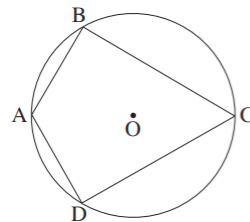
א. הוכח:  $AE \perp CM$ ,  $CF \perp AM$

ב. נתון:  $AF = FM$ ,  $CE = EF$

(1) הראה כי  $EF \parallel AC$

(2) הוכח:  $\triangle ACM$  הוא שווה-צלעות.

34. שאלת בגרות



4. נתון דלתון ABCD ( $BC = DC$ ,  $AB = AD$ )

החסום במעגל שמרכזו O, כמתואר בציור.

נתון:  $\angle BCD = 60^\circ$

א. (1) הוכח:  $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$

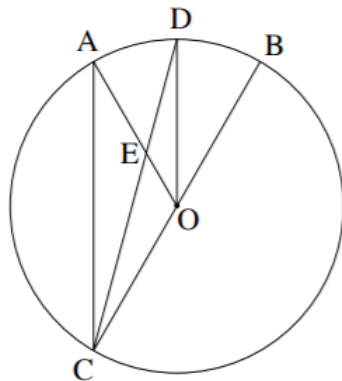
(2) הוכח:  $\triangle ABO$  הוא משולש שווה צלעות.

ב. הוכח: המרובע ABOD הוא מעוין.

ג. נתון: 5 ס"מ = AB. מצא את BC.

ד. הראה ש-  $\triangle ABO \sim \triangle BCD$ .

35. שאלת בגרות



4. BC הוא קוטר במעגל שמרכזו O.

המיתר CD חותך את הרדיוס AO בנקודה E.

הנקודה D היא אמצע הקשת AB (ראה ציור).

נסמן  $\angle ACD = \alpha$

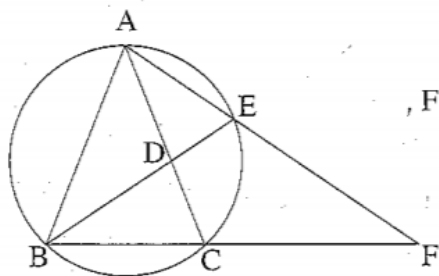
א. (1) הוכח כי  $\angle ACO = \angle AOD$

(2) הוכח כי  $AC \parallel DO$

ב. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  את גודל הזווית DAO.

(2) מצא מה צריך להיות הערך של  $\alpha$ ,

כדי שהמרובע ACOD יהיה מקבילית. נמק.



4. משולש ABC חסום במעגל.

המיתר BE חותך את הצלע AC בנקודה D.

המשכי המיתרים AE ו-BC נפגשים בנקודה F.

כמתואר בציור.

נתון:  $\angle ABE = \angle EBC = \angle AFB$

EF = 16 ס"מ

AF = 25 ס"מ

א. (1) הוכח כי  $\triangle BAE \sim \triangle FAB$

(2) מצא את האורך של AB

(3) מצא את האורך של BF

ב. הוכח כי  $\triangle AEC \sim \triangle BEF$

ג. מצא את האורך של CF

פתרונות:

1. הוכחה

2. הוכחה

3. הוכחה

4. הוכחה

5. לא ברור מה אורכי איזו צלע

6. הוכחה

7. הוכחה

8. א. הוכחה ב. הוכחה ג. (1). 20 ס"מ (2). 20.78 סמ"ר

9. הוכחה

10. הוכחה

11. הוכחה

12. הוכחה

13. הוכחה

14. א. הוכחה ב. הוכחה

15. לא ברור מהנתונים

16. א. הוכחה ב. הוכחה

17. א.  $\alpha = 40 \beta = 80$

ב.  $\alpha = 36 \beta = 108$

ג.  $\alpha = 44 \beta = 64$

ד.  $\alpha = 50 \beta = 40$

ה.  $\alpha = 45 \beta = 45$

ו.  $\alpha = 28 \beta = 56$

18. א. הוכחה

ב.  $36^\circ$

19. א. הוכחה ב. הוכחה

20. א.  $45^\circ$

ב. הוכחה

21. א. הוכחה ב. הוכחה

22. א. הוכחה ב. הוכחה

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל  
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר

23. א. הוכחה ב. הוכחה

24. א. הוכחה ב. קוטר, מפני שנסענת עליו זווית ישרה.

25. הוכחה

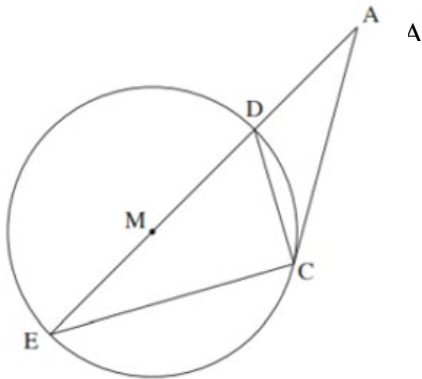
26. א. הוכחה ב. הוכחה

27. א. הוכחה ב. לא ברור על איזה זוויות מדובר פה  $\sphericalangle AOB = \sphericalangle COB$

28. א. הוכחה ב. הוכחה

29. הוכחה

## כיתה ' - מעגל - משפטי משיק



1. נתון מעגל שמרכזו בנקודה M .

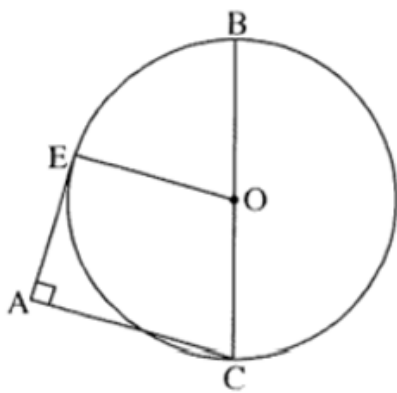
מהנקודה A שמחוץ למעגל העבירו משיק למעגל בנקודה C וישר החותך את המעגל בנקודות D ו-E ועובר במרכז המעגל.

א. הוכיחו ש-  $\angle ADC = \angle ACE$

ב. הוכיחו ש-  $\angle MCA = \angle ECD$

נתון ש-  $DA = MD$

ג. הוכיחו שמשולש MCD הוא שווה צלעות



2. נתון מעגל שמרכזו בנקודה O .

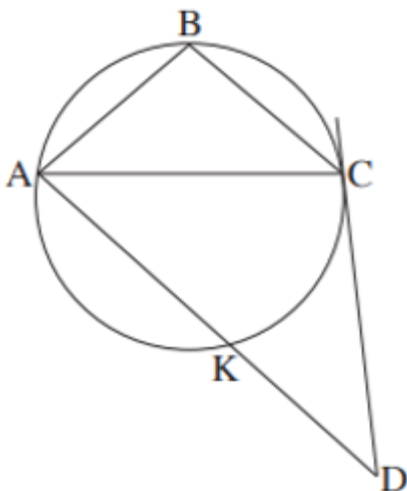
BC הוא קוטר במעגל מהנקודה A הנמצאת מחוץ למעגל העבירו שני ישרים, האחד משיק למעגל בנקודה E והישר השני חותך את המעגל בנקודה C.

נתון ש-  $\angle ADC = 90^\circ$

א. הוכיחו ש-  $EO \parallel AC$

ב. הוכיחו ש-  $\angle OCE = \angle ACE$

ג. הוכיחו ש-  $\angle EBC = \angle AEC$



3. משולש שווה שוקיים ABC ( $BC = AB$ ) חסום במעגל.

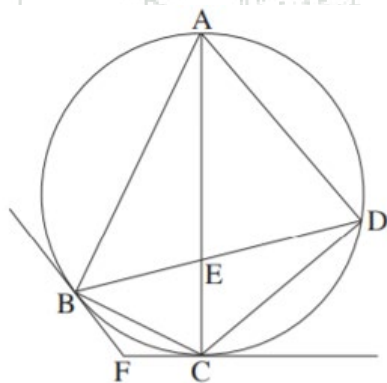
הישר CD משיק למעגל בנקודה C ונתון ש-  $AD \parallel BC$

א. הוכיחו שמשולש ACD הוא משולש שווה שוקים

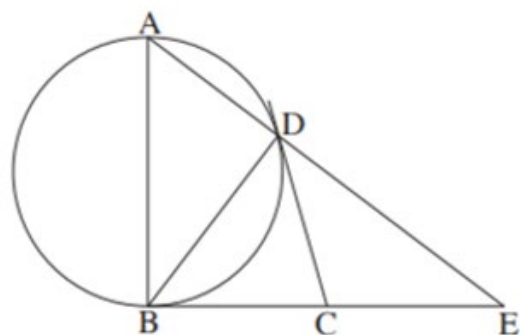
AD חותך את המעגל בנקודה K

ב. הוכיחו ש-  $\angle CKD = \angle ABC$

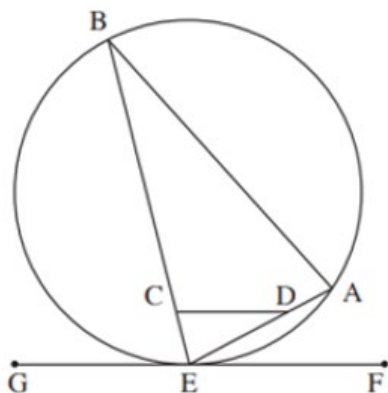
ג. הוכיחו ש-  $\triangle ABC \cong \triangle CKD$



4. מרובע ABCD חסום במעגל.  
 אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E.  
 העבירו משיקים למעגל בנקודה B ו-C, המשיקים נפגשים בנקודה F.  
 נתון ש- $\angle ABC = 90^\circ$   
 א. הוכיחו ש- $\angle ADB + \angle FBC = 90^\circ$   
 ב. הוכיחו ש- $\angle BFC = 2 \cdot \angle ADB$

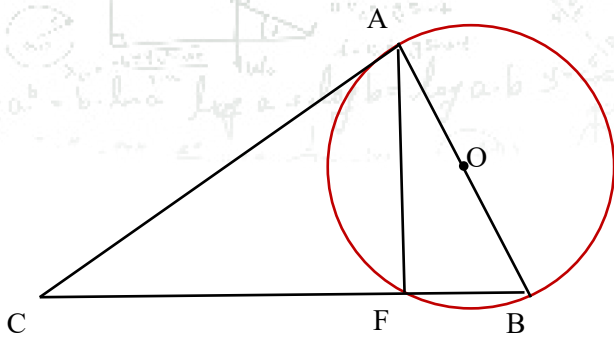


5. CD- CB הם שני משיקים למעגל.  
 AB הוא קוטר במעגל זה, המשך AD והמשך BC נפגשים בנקודה E.  
 א. הוכיחו ש- $\angle DCB = 2 \cdot \angle E$   
 ב. הוכיחו ש-DC הוא תיכון במשולש BDE



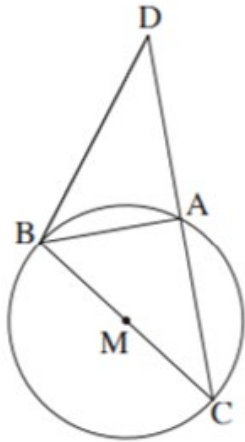
6. המשולש AEB חסום במעגל.  
 הקטע GF משיק למעגל בנקודה E.  
 הנקודות C ו-D נמצאות על הצלעות BE ו-AE בהתאמה, כך שהקטע CD מקביל למשיק.  
 א. הוכיחו ש- $\angle ABE = \angle CDE$   
 ב. הוכיחו ש- $\angle BCD + \angle A = 180^\circ$



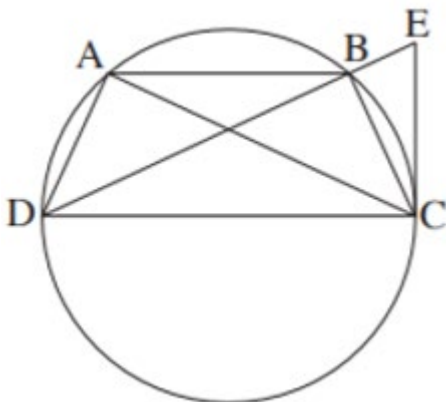


7. נתון מעגל שמרכזו בנקודה O.  
 הנקודה C נמצאת מחוץ למעגל כך שהישר AC משיק למעגל והישר CB חותך את המעגל בנקודות F ו-B.  
 נתון ש-AB הוא קוטר וגודל זווית C הוא 30 מעלות

חשבו את היחס  $\frac{CF}{FB}$

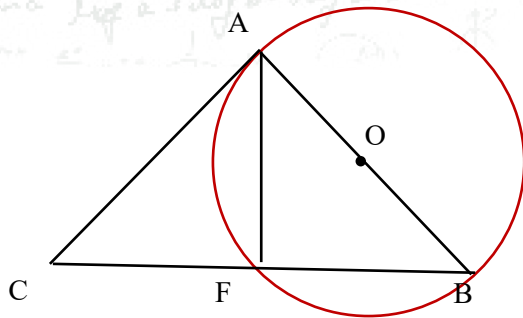


8. נתון מעגל שמרכזו ב-M.  
 הנקודה D נמצאת מחוץ למעגל כך ש-BD משיק למעגל בנקודה B ו-CD חותך את המעגל בנקודות A ו-C כמתואר.  
 נתון: BC הוא קוטר במעגל ו- $\angle ABD = \frac{1}{2} \angle AMC$   
 א. הוכיחו ש-AB חוצה את זווית DBC  
 ב. הוכיחו כי  $AC=DA$



9. טרפז שווה שווקים ABCD חסום במעגל.  
 DB עם המשך אלכסון E נפגש בנקודה C המשיק למעגל בנקודה CD.  
 הוא קוטר במעגל.

א. הוכיחו ש- $\angle ACB = \angle ECB$   
 ב. הוכיחו ש- $\angle E = \angle ADE$

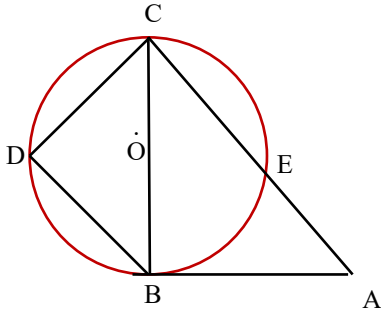


10. נתון מעגל שמרכזו בנקודה O.  
הנקודה C נמצאת מחוץ למעגל כך שהישר AC משיק  
למעגל והישר CB חותך את המעגל בנקודות F ו-B.  
נתון ש-AB הוא קוטר ו- $CF=AF$

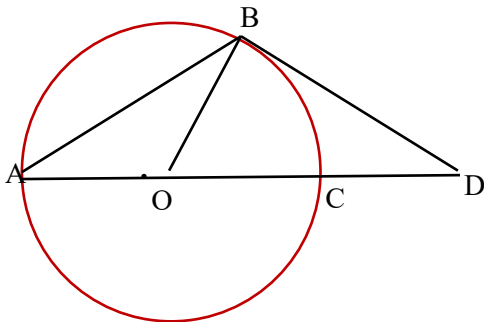
חשבו את גודל זווית FOA

11. נתון מעגל שמרכזו O- נתון ש-AB משיק למעגל בנקודה B ושיקודת A נמצאת על משך המיתר FC כך שנקודה C היא אמצע FA.

חשבו את זווית FCO

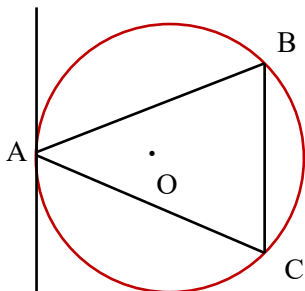


12. נתון מעגל, הצלע AB המשיקה למעגל בנקודה B. בנוסף יודע BC קוטר ו-  
 $\widehat{DC} = \widehat{DB} = \widehat{BE}$   
 חשבו את גודל זווית A



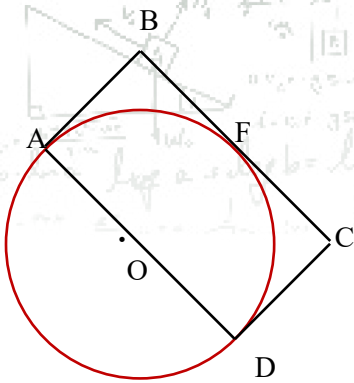
13. נתון מעגל המשיכו את הקוטר AC כך שהוא נפגש עם המשיק למעגל BD, בנקודה D, נתון ש- $BD=AB$ .

הוכח  $CD=AO$



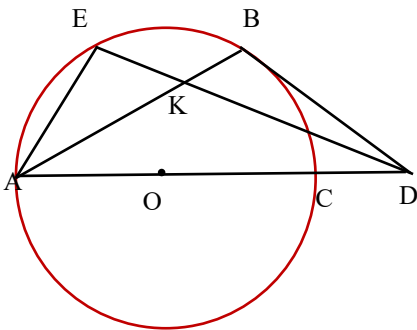
14. נתון שמשולש ABC הוא שווה שוקיים וחסום במעגל, העבירו משיק למעגל בנקודה A.

הוכח שהמשיק מקביל לבסיס המשולש.



15. נתון מרובע ABCD שהצלעות שלו AB, DC ו-BC משיקות למעגל בנקודה A, D ו-F בהתאמה.  
 בנוסף נתון שהקוטר AD שווה באורכו לצלע BC.

הוכיחו שהמרובע ABCD הוא מלבן

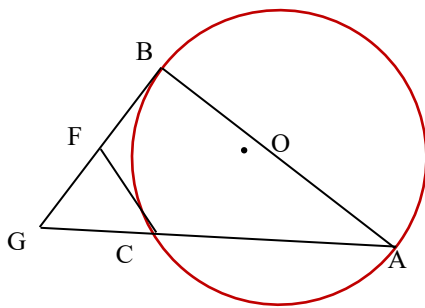


16. נתון מעגל שמרכזו O המשך הקוטר AC נפגש עם המשיק למעגל BD בנקודה, מנקודה D העבירו חוצה זווית החותך את המיתר AB בנקודה K ואת המעגל בנקודה E

א. הוכיחו שגודל זווית EKA היא 45 מעלות

נתון ש-  $\widehat{EB} = \widehat{BC}$

ב. הוכיחו ש-  $BO \parallel AE$

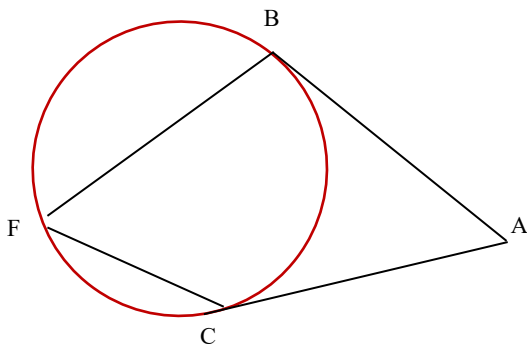


17. נתון מעגל שמרכזו O, מהנקודה F העבירו שני משיקים למעגל בנקודות B ו-C.

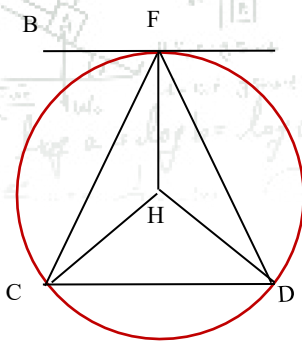
מהנקודה B העבירו קוטר AB.

המשך AC נפגש עם המשך המשיק BF בנקודה G.

הוכיחו ש-  $FG=FC$



18. נתון מעגל AB ו-AD משיקים למעגל, הנקודה C נמצאת על המעגל, הסבירו מדוע זווית BCA אינה יכולה להיות שווה ל-90 מעלות

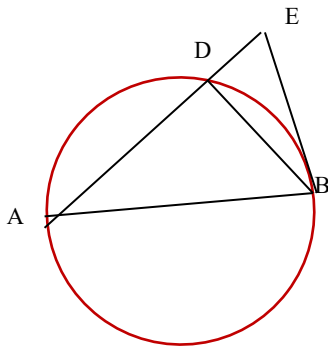


19. נתון מעגל שמרכזו O, העבירו משיק למעגל בנקודה F המקביל למיתר CD.

א. הוכיחו ש-FD=FC

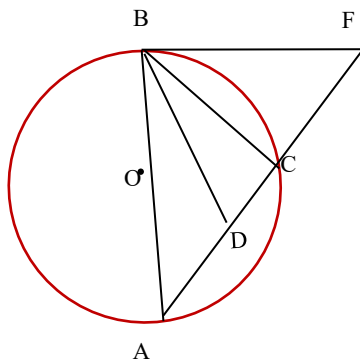
העבירו 3 קטעים מהנקודה H הנמאת בתוך המעגל כש-  
 $HD=HC=FH$

ב. הוכיחו שהקטע FH עובר במרכז המעגל



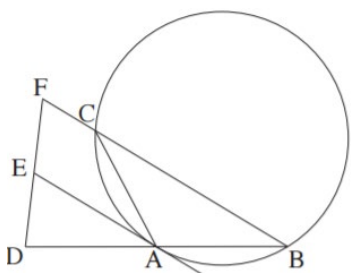
20. נתון שהנקודות D, A, B נמצאות על המעגל. נמשיך את המיתר AD עד לנקודה E כש- $\angle E = \angle ABE$ ,

הוכיחו:  $\angle B = \angle EDB$



21. נתון מעגל שמרכזו O, BF משיק למעגל בנקודה F, הנקודה A נמצאת על המעגל כך ש-AB הוא קוטר ו-AC. המשך המיתר AC נפגש עם המשיק בנקודה F. הנקודה D נמצאת על מיתר AC כש-  
 $FD=BF$

הוכיחו ש-BD הוא חוצה זווית.

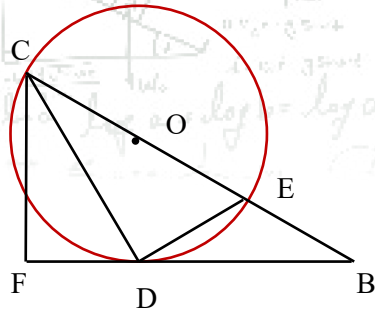


22. משולש שווה שוקיים ABC ( $AC=AB$ ) חסום במעגל. נקודה D נמצאת על המשך הצלע AB כך ש- $AB=DA$ . נקודה F נמצאת על המשך הצלע BC.

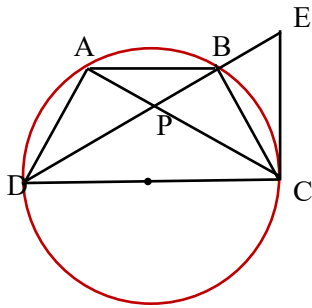
דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל החותך את FD בנקודה E.

א. הוכח כי AE הוא קטע אמצעים במשולש BDF

ב. הוכיחו כי  $BC=DC$

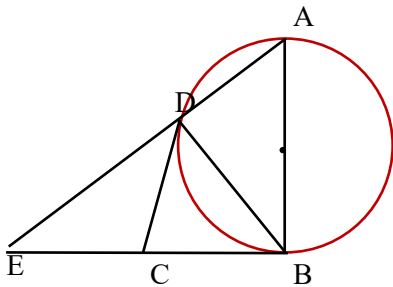


23. נתון משולש ישר זווית CBF, הניצב FB משיק למעגל שמרכזו בנקודה O, בנקודה D.  
 מרכז המעגל נמצא על היתר CE.  
 א. הוכיחו כי DC חוצה זווית C.  
 ב. נתון:  $FD = 6$  ס"מ ו- $CD = 10$  ס"מ, חשבו את אורך רדיוס המעגל.



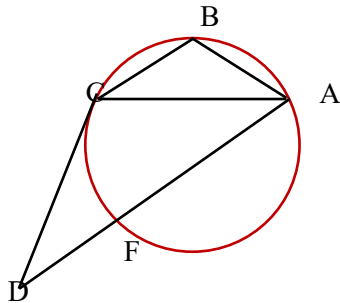
24. טרפז שווה שוקיים ABCD חסום במעגל.  
 המשיק למעגל בנקודה C נפגש בנקודה E עם המשך האלכסון DB.  
 CD הוא קוטר במעגל (ראה ציור)

הוכיחו ש-  $\angle DPC = 2\angle DEC$



25. CB ו-CD הם שני משיקים למעגל. AB הוא קוטר במעגל זה. המשך AD והמשך BC נפגשים בנקודה E (ראה ציור).

הוכח כי DC הוא תיכון במשולש BDE.

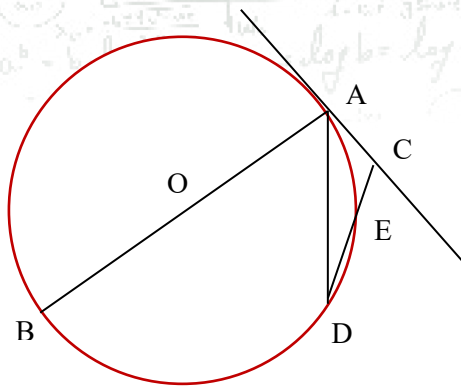


26. משולש שווה שוקיים (קהה זווית) ABC ( $AB = BC$ ) חסום במעגל.

נתון ש- הישר CD משיק למעגל בנקודה C ו-  $\widehat{FC} = \widehat{BC}$

- א. הוכח כי משולש ACD הוא משולש שווה שוקיים.  
 ב. הוכח:  $\angle CFD = \angle ABC$

27. AC משיק למעגל בנקודה A. הנקודה E היא אמצע הקשת AD.  
 AB קוטר במעגל, נתון ש- $\angle ADE = 15^\circ$ ,  $AC = 0.37AO$

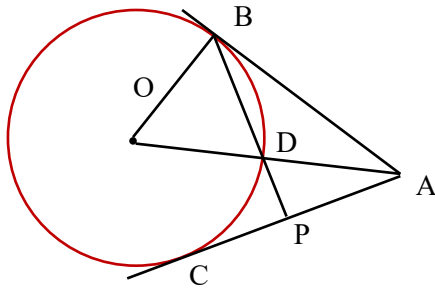


הוכח:

- א. ש-AD שווה לרדיוס המעגל
- ב. חשב את היחס CE:ED
- ג. נתון ששטח המשולש ADC הוא 9.25 סמ"ר, חשב את שטח משולש ABE

28. נתון מעגל שמרכזו בנקודה O.

מנקודה A יוצאים שני משיקים למעגל, המשקים למעגל בנקודות B ו-C



הקטע AO חותך את המעגל בנקודה D.

המשך מיתר DB חותך את הקטע AC בנקודה P.

נתון ש- $BP \perp AC$ .

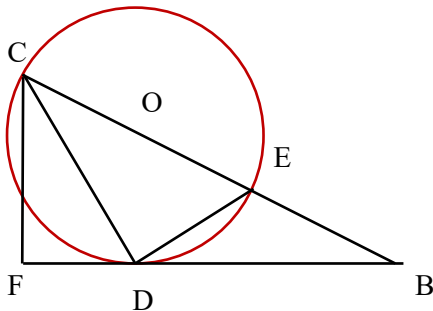
א. הוכיחו כי  $\angle BOD = 2\angle DAE$ .

ב. הוכיחו כי  $AD = OD$ .

29. נתון משולש ישר זווית CFB.

הצלע BC עוברת דרך מרכז המעגל וחותכת אותו בנקודה E

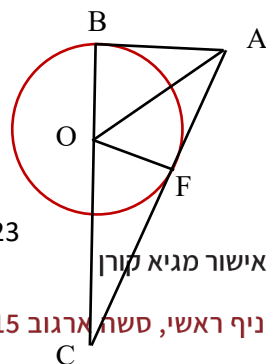
והצלע FB משיקה למעגל בנקודה D.

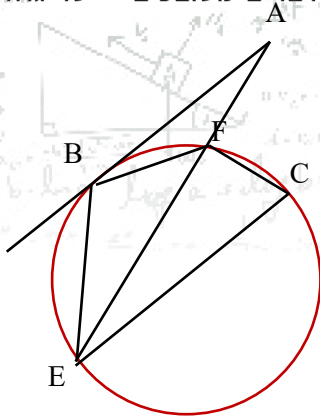


הוכיחו CD חוצה את זווית C

30. נתון שהצלעות AB ו-AC של משולש ABC ישר זווית ( $\angle B = 90^\circ$ ). משיקות

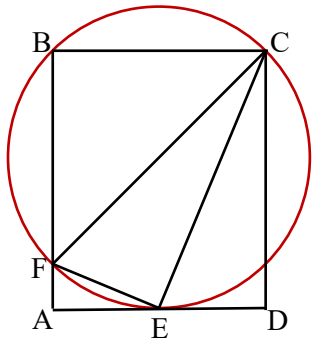
למעגל שמרכזו ב-O. נתון ש- $OC = AO$



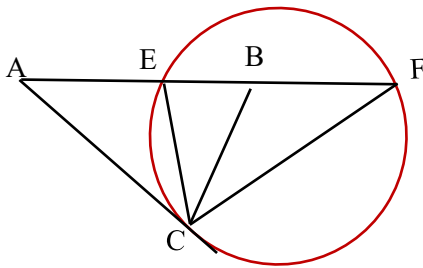


חשבו את גודל זווית FOC

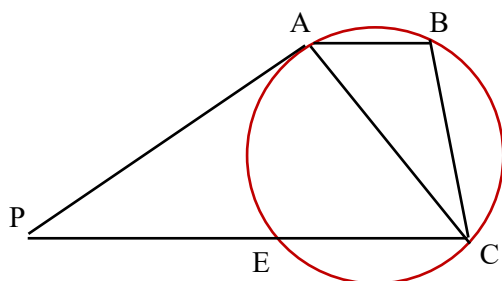
31. נתון משיק למעגל AB, המשיק למעגל בנקודה B. המשך המיתר EF חותך את המשך AB בנקודה A. נתון  $BF=FA$ .  
 הוכח  $\sphericalangle C = 3 \sphericalangle A$



32. המרובע ABCD הוא מלבן. הקודקודים C ו-B של המלבן נמצאים על מעגל. הצלע AD משיק למעגל בנקודה E והצלע AB חותכת את המעגל בנקודה F.  
 א. הוכיחו שמשולשים AEF ו-ECF דומים.  
 ב. נתון שאורך ED הוא 3 ס"מ ושל EC  $\sqrt{73}$  ס"מ, מצאו את אורך של AB.  
 ג. חשבו את היקף המשולש AEF

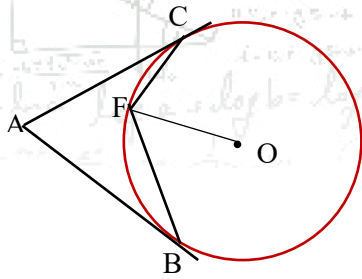


33. השוק AC של משולש שווה שוקיים ABC משיקה למעגל, בנקודה C. השוק AB חותכת את המעגל בנקודות E ו-F.  $EC$  חוצה זווית  $\sphericalangle ACB$ .  
 א. הוכיחו ש-  $BF=CB$   
 ב. נתון ש-  $FB=EC$ , חשבו את גודל זווית FBC



34. נתון משולש ABC חסום במעגל. נעביר משיק למעגל בנקודה A הנחתך עם הקטע היוצא מקודקוד C בנקודה P (ראו סרטוט).  
 נתון:  $\sphericalangle ACB = \sphericalangle P$ .

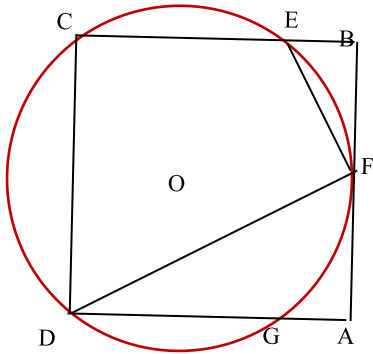




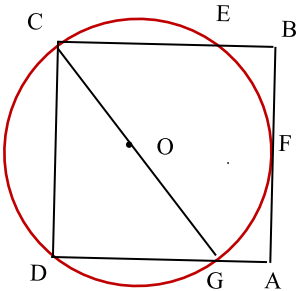
- א. הוכיחו ש-  $AB \parallel PC$   
 ב. הקטע PC חותך את המעגל בנקודה E.  
 הוכיחו ש-  $BC=AE$

35. נתון ש-AC ו-AB משיקים למעגל שמרכזו O. נתונה נקודה F (נמצאת על הקשת BC כמתואר בציור) כך ש-  
 $\angle ACF = 40^\circ$ ,  $\angle ABF = 20^\circ$ .

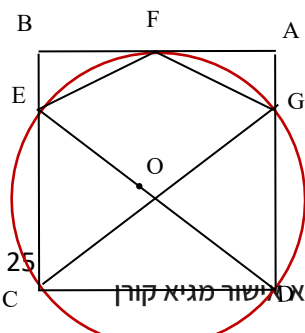
חשבו את זווית CFB

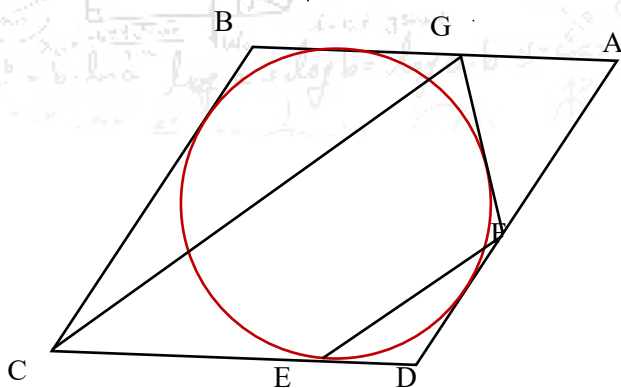


36. נתון מעגל שמרכזו O, נקודות C ו-D הן קודקודי הריבוע ABCD הנמצאות על המעגל הנתון, הצלעות BC ו-AD חותכות את המעגל בנקודות E ו-G בהתאמה והצלע AB משיקה למעגל בנקודה F.  
 א. הוכיחו שזווית EFD היא זווית ישרה  
 ב. הוכיחו ש-  $\angle BEF = \angle FGA$   
 ג. המשך הקטע DE נפגש עם המשך הצלע AB בנקודה H מצאו את היחס  $FH:AF$  אם נתון שגודל זווית FDA הוא 30 מעלות



37. נתון מעגל שמרכזו O, נקודות C ו-D הן קודקודי הריבוע ABCD הנמצאות על המעגל הנתון, הצלעות BC ו-AD חותכות את המעגל בנקודות E ו-G בהתאמה והצלע AB משיקה למעגל בנקודה F. ממרכז המעגל העבירו את הרדיוסים OC ו-OG.  
 א. הוכיחו שזווית COG היא 180 מעלות  
 ב. הוכיחו ש-  $GA = EB$   
 ג. הוכיחו ש-  $FA=BF$





38. נתון מעגל שמרכזו O, נקודות C ו-D הן קודקודי הריבוע ABCD הנמצאות על המעגל הנתון, הצלעות AD ו-BC חותכות את המעגל בנקודות E ו-G בהתאמה והצלע AB משיקה למעגל בנקודה F. הוכיחו שמרובע FEOG דלתון

39. מעגל שחסום במעוין ABCD. הנקודות E, F, G נמצאות על צלעות המעוין AB, AD ו-CD בהתאמה כך ש-GF משיק למעגל, והמעגל משיק למעוין בנקודה E. הוכיחו ש- $ED \parallel CG$



פתרונות:

1. הוכחה

2. הוכחה

3. הוכחה

4. הוכחה

5. הוכחה

6. הוכחה

7. שורש 2

8. הוכחה

9. הוכחה

10. 90

11. הוכחה

12. הוכחה

13. א. הוכחה ב. 5

14. הוכחה

15. הוכחה

16. הוכחה

17. א. הוכחה ב. 0.57 ג. 70.676

18. הוכחה

19. הוכחה

20. 60

21. הוכחה



22. א. הונחה ב.  $AB=8$  ג. 7.33

23. א. הונחה ב.  $FBC=108$

24. א. הונחה ב. הונחה

25.  $CFB=120$

26. א. הונחה ב. הונחה ג.  $\frac{FH}{AF} = 2$

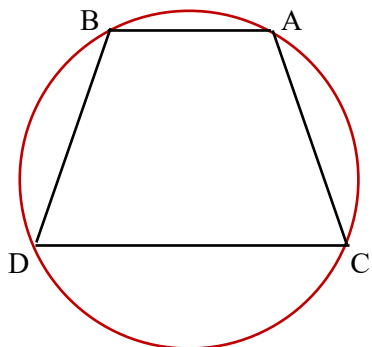
27. א. הונחה ב. הונחה ג. הונחה

28. הונחה

29. הונחה (לשנות את מה שצריך להוכיח ל  $CG \parallel EF$ )

## כיתה י - יחידה 27 - מעגל חוסם וחסום

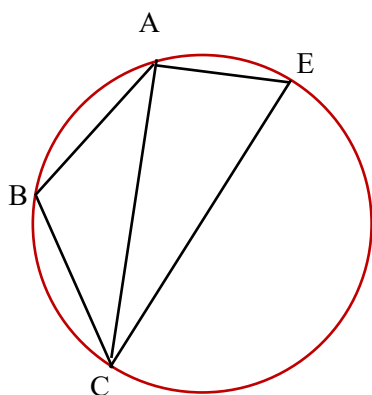
### מרובע חסום במעגל



1. הנקודות B, C, D ו-A נמצאות על מעגל.

נתון:  $AB \parallel CD$

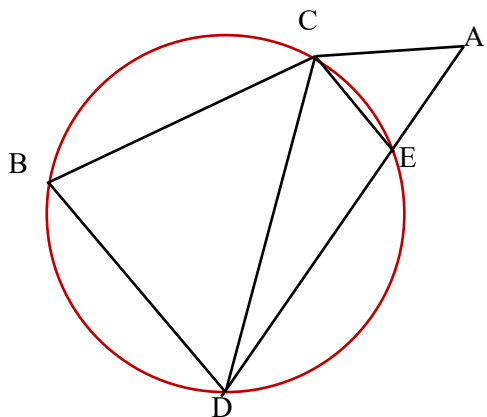
הוכיחו שמרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקים



2. הנקודות B, C, A ו-E נמצאות על מעגל.

נתון:  $BC = AB$  ו-CE קוטר

הוכיחו ש-  $\angle E = 2\angle BCA$



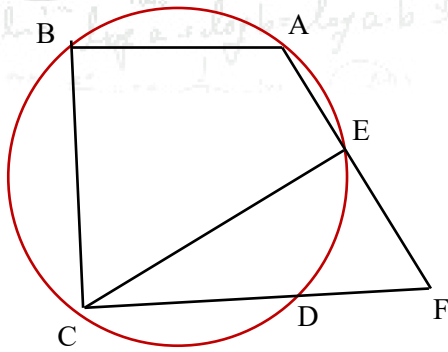
3. הנקודות B, C, D ו-E נמצאות על מעגל.

הקשתות  $\widehat{BC}$ ,  $\widehat{DE}$  ו-  $\widehat{BD}$  שוות.

המשך המיתר DE וקטע היוצא מנקודה C נפגשים בנקודה A

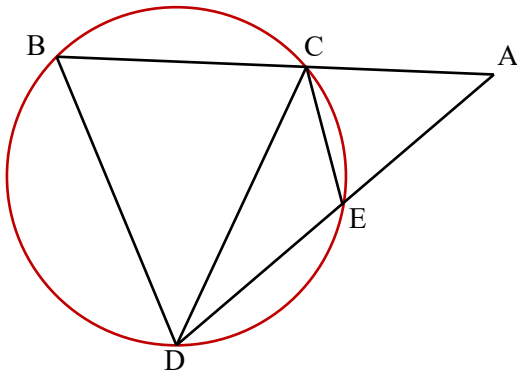
כך ש-CE חוצה את זווית DCA

הוכיחו ש-  $CE = AE$



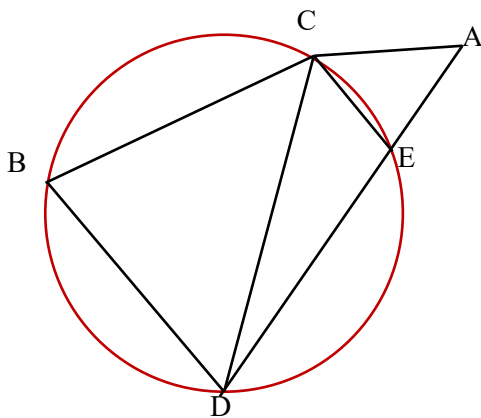
4. הנקודות B, C, D ו-A נמצאות על מעגל.  
 המשכי המיתרים DC ו-AE נפגשים בנקודה F הנמצאת מחוץ למעגל.  
 נתון:  $AB \parallel CD$

הוכיחו ש-  $\angle BCE = \angle F$



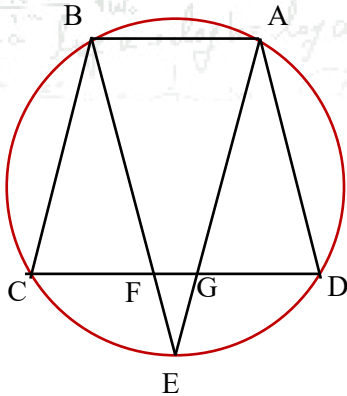
5. הנקודות B, C, D ו-E נמצאות על מעגל.  
 המשכי המיתרים BC ו-DE נפגשים בנקודה A הנמצאת מחוץ למעגל.  
 נתון:  $\angle BCD = \angle ECA$

הוכיחו ש-  $\angle BDC = \angle A$



6. הנקודות B, C, D ו-E נמצאות על מעגל.  
 הקשתות  $\widehat{BC}$ ,  $\widehat{DE}$  ו- $\widehat{BD}$  שוות.  
 המשך המיתר DE וקטע היוצא מנקודה C נפגשים בנקודה A  
 כך ש-CE חוצה את זווית DCA

הוכיחו ש-  $CE = AE$

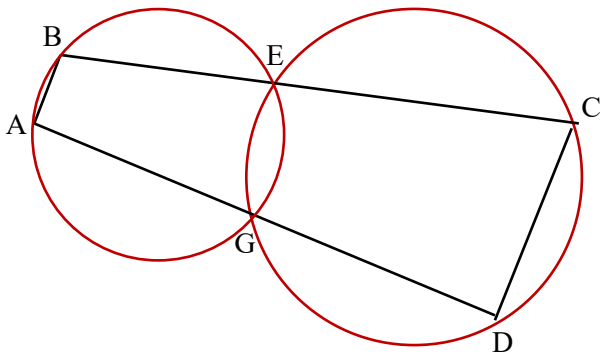


7. טרפז ABCD חסום במעגל

א. הוכיחו שטרפז ABCD שווה שוקיים

נתון  $GD=CF$

ב. הוכיחו שמרובע ABGF הוא טרפז שווה שוקיים



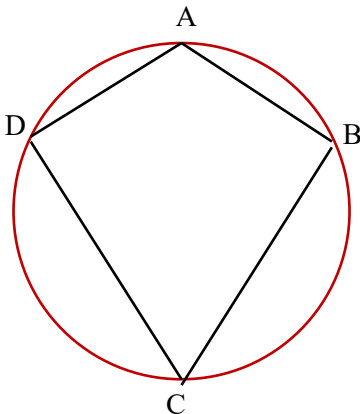
8. נתונים שני מעגלים שנחתכים בשתי נקודות E ו-G.

הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על המעגלים כך ש-AD

עובר דרך נקודת החיתוך G והקטע BC עובר דרך

הנקודה E

הוכיחו שהמרובע ABCD הוא טרפז



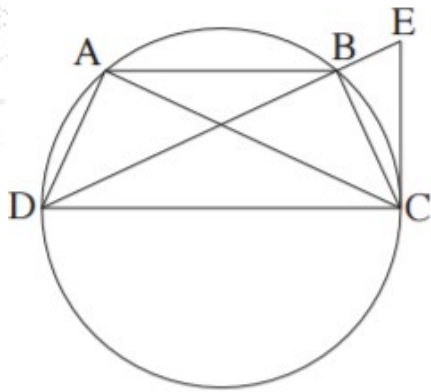
9. נתון דלתון (ABCD)  $(AB = AD, BC = DC)$  החסום במעגל

שבמרכזו O כמתואר בציור

נתון  $\angle BCD = 60^\circ$ .

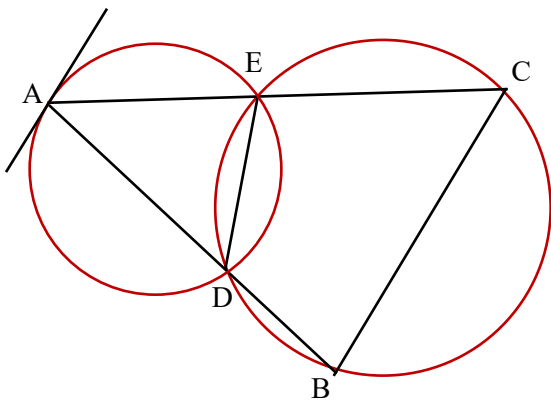
א. הוכיחו:  $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$

ב. הוכיחו: המרובע ABOD הוא מעוין



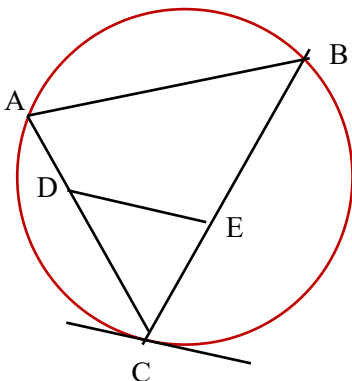
10. טרפז שווה-שוקיים ABCD חסום במעגל.  
 המשיק למעגל בנקודה C נפגש בנקודה E עם המשך האלכסון DB.  
 CD הוא קוטר במעגל (ראה ציור)

- א. הוכח:  $\triangle DAC \sim \triangle ECD$ .  
 ב. נתון: 25 ס"מ  $DE = 36$  ס"מ = חשב את רדיוס המעגל..  
 ג. חשב את שטח המשולש DAC.



11. נתונים 2 עגלים הנחתכים בנקודות E ו-D.  
 דרך הנקודה A הנמצאת על אחד המעגלים העבירו שני  
 קטעים העוברים בנקודות E ו-D וחותכות את המעגל השני  
 בהתאמה בנקודות C ו-B

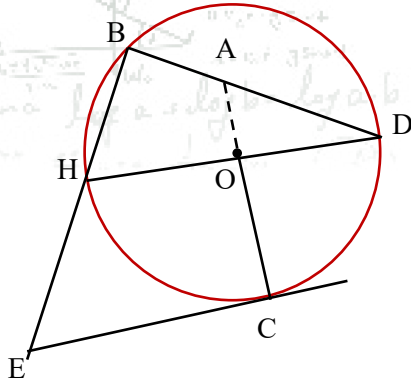
הוכיחו שהמיתר BC מקביל למישק למעגל בנקודה A



12. הנקודות A, B ו-C נמצאות על מעגל.  
 העבירו את הקטע DE החותך את המיתרים AC ו-CB בנקודות D ו-E  
 בהתאמה ומקביל למשיק בנקודה C

הוכיחו שהמרובע ADEB בר חסימה



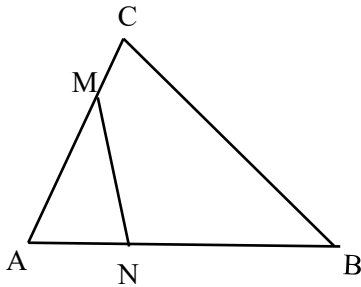


13. מהנקודה E שמחוץ למעגל שמרכזו בנקודה O העבירו שני קטעים, האחד חותך את המעגל בנקודות H ו-B והישר השני משיק למעגל בנקודה C. העבירו את הקוטר HD. המשך הרדיוס CO חותך את המיתר BD בנקודה A.

א. הוכיחו שהמרובע ABEC בר חסימה

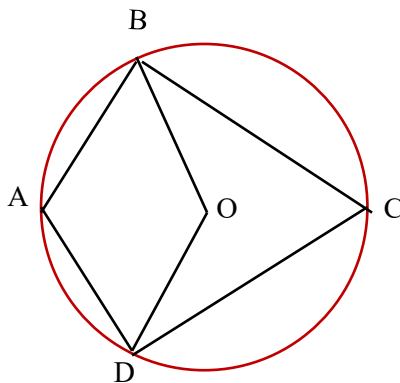
נתון שמרובע ABHO הוא גם בר חסימה

ב. הוכיחו ש-  $HD \perp AC$



14. נתון משולש ABC.

העבירו במשולש את הקטע MN כך ש-  $\sphericalangle AMN = \sphericalangle CBA$   
 הוכיחו שמרובע MCBN הוא בר חסימה



15. הדלתון ABCD חסום במעגל שמרכזו בנקודה O.  
 הוכיחו שמרובע ABOD אינו בר חסימה

16. בגרות

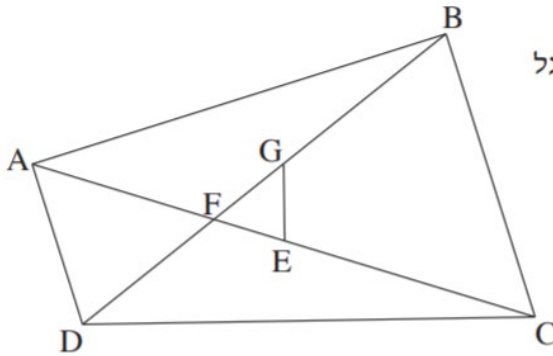
F היא נקודת החיתוך של האלכסונים במרובע ABCD.

הנקודה E נמצאת על FC,

והנקודה G נמצאת על FB,

באופן שהמרובע BCEG הוא בר-חסימה במעגל

(ראה ציור).



א. הוכח:  $\triangle FEG \sim \triangle FBC$ .

ב. נתון:  $\frac{AF}{FG} = \frac{DF}{FE}$ .

הוכח:  $\triangle FDA \sim \triangle FEG$ .

ג. הוכח:  $AD \parallel BC$ .

17. בגרות

5. שני מעגלים נחתכים בנקודות M ו-N.

ישר חותך את שני המעגלים

בנקודות A, B, C, D, כמתואר בציור.

נתון:  $\angle BNC = \alpha$

$\angle BNM = \beta$

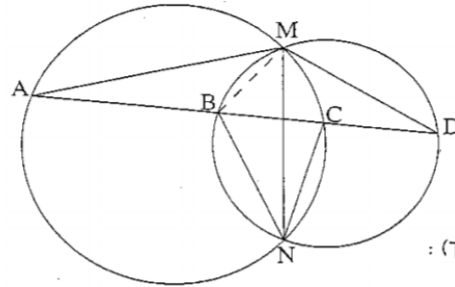
א. הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $\beta$  (במידת הצורך):

(1) את  $\angle MDB$ . נמק.

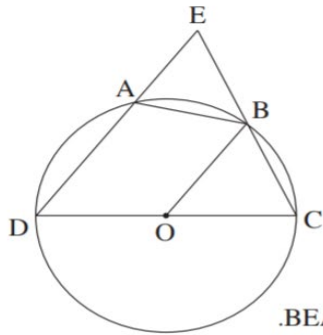
(2) את  $\angle MAC$ . נמק.

(3) את  $\angle AMD$ .

ב. האם המרובע AMDN הוא בר-חסימה במעגל? נמק.



18. שאלת בגרות



4. במעגל שמרכזו O חסום מרובע ABCD.

DC הוא קוטר.

המשכי הצלעות DA ו-CB נגשים בנקודה E (ראה ציור).

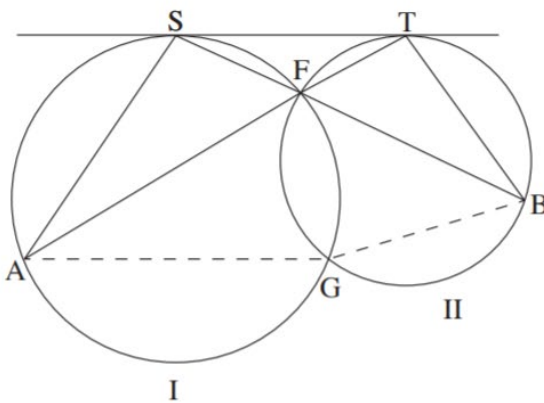
נתון:  $\angle BOC = \alpha$ ,  $OB \parallel DE$ .

א. הבע באמצעות  $\alpha$  את  $\angle ABO$ .

ב. נתון כי שטח המשולש OBC שווה לשטח המשולש BEA.

הוכח כי  $\triangle OBC \cong \triangle BEA$ .

19. בגרות



4. שני מעגלים I ו-II נחתכים

בנקודות F ו-G.

הישר ST משיק למעגל I בנקודה S,

ולמעגל II בנקודה T.

המשך SF חותך את מעגל II

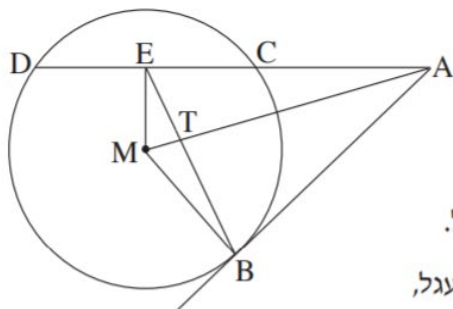
בנקודה B, והמשך TF חותך את

מעגל I בנקודה A (ראה ציור).

א. הוכח כי  $\frac{ST}{AS} = \frac{TB}{ST}$ .

ב. (1) הוכח כי  $\angle AGF = \angle SFA + \angle SAF$ .

(2) הוכח כי אם הנקודות A, G ו-B נמצאות על ישר אחד, אז  $\angle SFA = 60^\circ$ .



4. מנקודה A יוצא ישר המשיק למעגל בנקודה B,

ויוצא ישר אחר החותך את המעגל בנקודות C ו-D.

הנקודה E היא אמצע המיתר DC.

הנקודה M היא מרכז המעגל (ראה ציור).

א. הוכח כי המרובע AEMB הוא בר חסימה במעגל.

ב. אלכסוני המרובע AEMB, שהוא בר חסימה במעגל,

נפגשים בנקודה T.

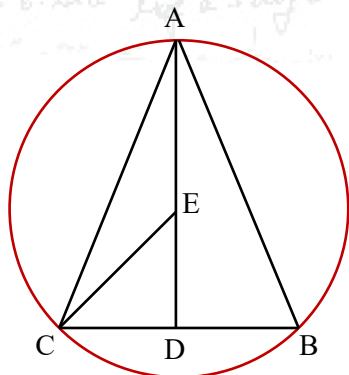
נתון כי הנקודה T היא מפגש התיכונים במשולש BDC.

הוכח כי  $TB^2 = 2MT \cdot TA$ .

ג. נתון:  $TE = \frac{\sqrt{10}}{2}$  ס"מ,  $MT = 1$  ס"מ.

מצא את רדיוס המעגל החוסם את המרובע AEMB.

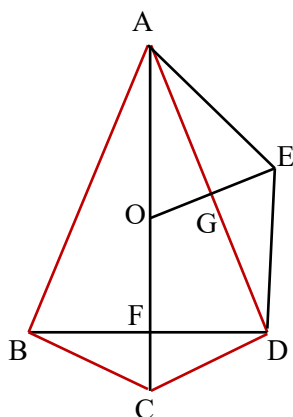
## מעגל חסום במשולש וחוסם משולש



21. הנקודות B, C, A נמצאות על מעגל.

נתון:  $AC=AB$ , והנקודה E נמצאת על חוצה הזווית AD כך ש-  $EC=AE$

הוכיחו שנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את משולש ABC



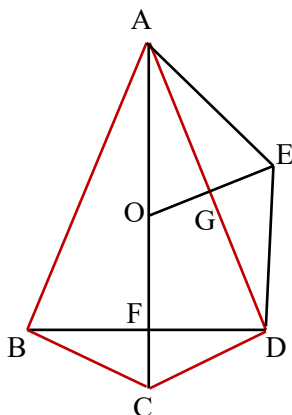
22. נתון ABCD דלתון.

G היא אמצע הצלע AD.

דרך נקודה O שהיא מרכז המעגל החוסם את משולש ABD העבירו את הקטע

OE החותך את AC בנקודה G.

הוכיחו AEDO מעוין



23. נתון ABCD דלתון.

G היא אמצע הצלע AD.

דרך נקודה O שהיא מרכז המעגל החוסם את משולש ABD העבירו את הקטע

OE החותך את AC בנקודה G.

הוכיחו AEDO מעוין

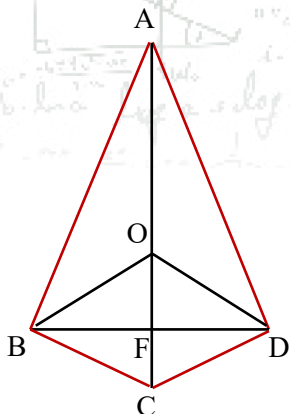


24. הנקודה O היא מרכז המעגל החסום במשולש ABD.

המשך הקטע AO חותך את DB בנקודה F.

ידוע ש- $\angle OBF = \angle ODF$

הוכיחו ABC הוא שווה שוקיים



25. משולש שווה שוקיים ABC ( $AC=AB$ ) חוסם את המשולש

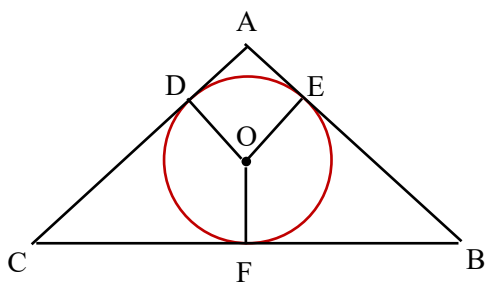
שמרכזו בנקודה O כך שהצלעות AC, AB ו-CB משיקות

למעגל בנקודות D, E ו-F בהתאמה.

G היא אמצע הצלע AD.

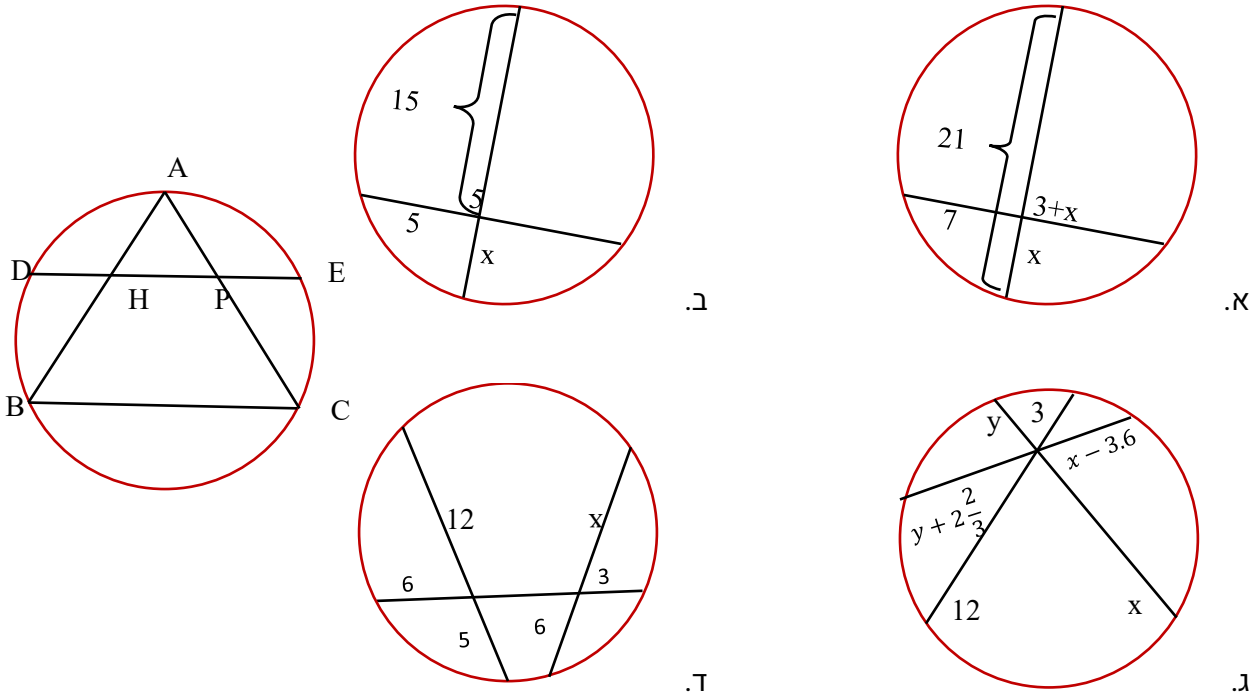
נתון:  $\angle DOF = 130$

חשבו את גודל זווית A



כיתה י - מעגל - חותכים במעגל

1. בעזרת הנתונים, מצאו את x ו-y בכל סעיף:



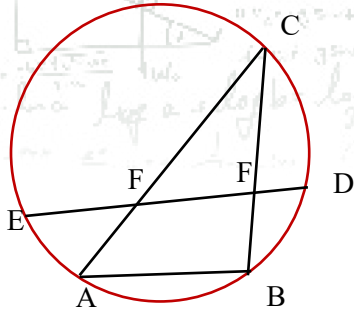
2. המשולש ABC הוא שווה שוקיים ( $AB=AC$ ).

המיתר DE חותך את הצלעות AB ו AC בנקודות H ו P בהתאמה.

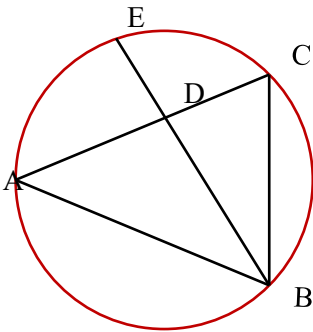
א. הוכיחו ש-  $DH=PE$

נתון בנוסף ש  $DE=12$  ס"מ ו-  $BC=9$  ס"מ

ב. חשבו את היקף הטרפז HPCB

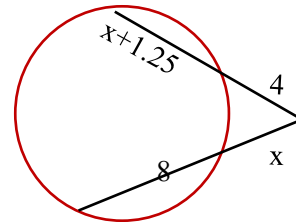
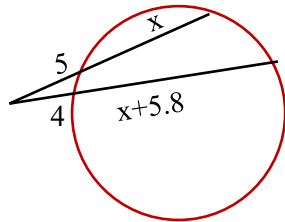


3. במעגל חסום משולש ABC.  
 הקטע ED חותך את צלעות AC ו-BC  
 בנקודות F ו-G בהתאמה.  
 בנוסף נתון:  
 EF=4.5 ס"מ, FC=6 ס"מ, AF=3 ס"מ ו-AB=4.5 ס"מ.  
 חשבו את אורך הקטע GD

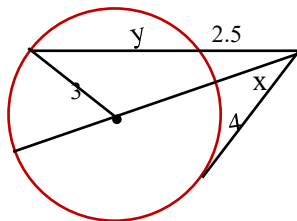


4. במשולש שווה שוקיים ABC ( $AB=AC$ ),  
 המיתר BE חוצה את זווית  $\angle ABC$  וחותך את השוק AC בנקודה D.  
 נתון בנוסף ש: BC=6 ס"מ ו-AB=12 ס"מ.  
 א. מצאו את אורך הקטע AD  
 ב. קבעו פי כמה גדול הקטע BD מ-DE

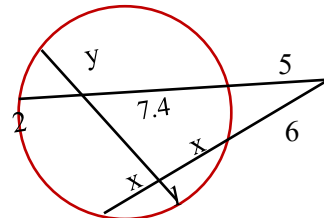
5. בעזרת הנתונים, מצאו את x ו-y בכל סעיף, דייקו עד 2 ספרות:



א.

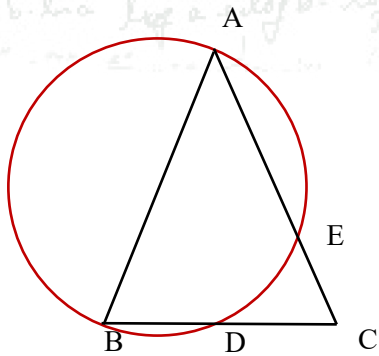


ג.

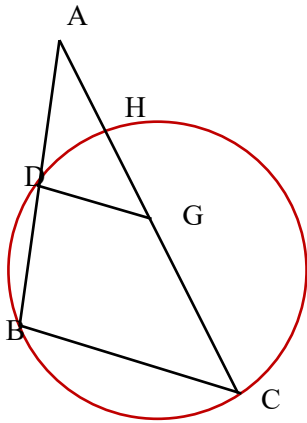


ד.

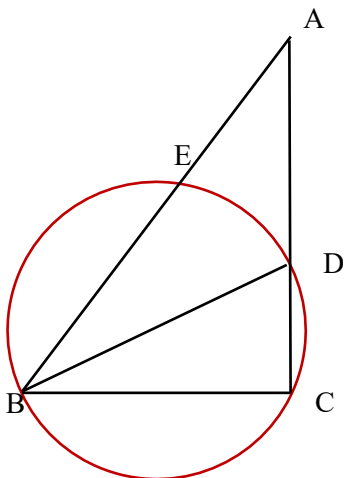




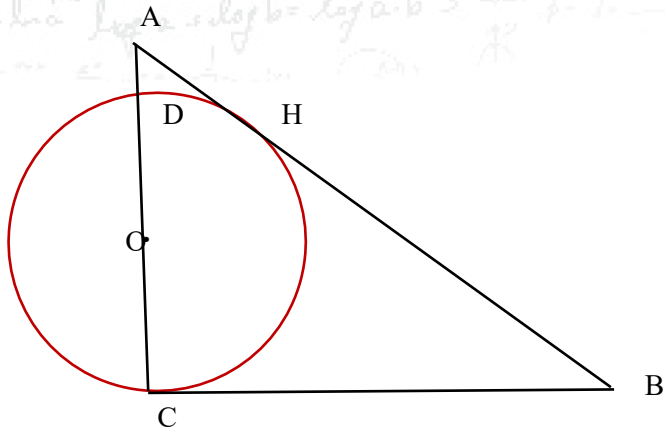
6. צלע AB במשולש ABC היא קוטר במעגל שרדיוסו 6 ס"מ.  
 הצלע BC חותכת את המעגל בנקודה D כך ש-  $BD=DC$ .  
 נתון  $BC=9.6$  ס"מ.  
 הצלע AC חותכת את המעגל בנקודה E.  
 חשבו את אורך המיתר AE



7. הקטע DG מקביל לצלע BC במשולש ABC.  
 נתון -  $DB=4$  ס"מ,  $DG:BC = 2:3$ .  
 חשבו את עורך HG



8. הצלעות AC ו-AB במשולש ABC חותכות מעגל בנקודות D ו-E בהתאמה.  
 BC הוא מיתר במעגל.  
 נתון -  $BC=6$  ס"מ,  $AE=4$  ס"מ,  $AC=8$  ס"מ ו-  $AD=5$  ס"מ.  
 הוכיחו שהקטע BD הוא חוצה זווית B



9. BC משיק בנקודה C למעגל שמרכזו O  
ורדיוסו 8 ס"מ.  
AB משיק למעגל בנקודה H.  
CD הוא קוטר המעגל.  
נתון -  $CB=24$  ס"מ.  
א. חשבו את AH ו-AD  
ב. חשבו את BO