

מתמטיקה 5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון מעגל שמשוואתו היא: $x^2 + y^2 = a^2$. הוא פרמטר חיובי.

הזיזו את המעגל ימינה (הזזה אופקית) כך ששיק לציר ה- y .

א. הבע באמצעות a את משוואת המעגל שהתקבל.

ב. בונים מעגל המשיק מבחוץ למעגל שהתקבל בסעיף א ומשיק גם לציר ה- y . שיעור ה- x של מרכז המעגל

שבונים הוא חיובי.

מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאים מרכזי המעגלים הנבנים כך (אם יש צורך, השתמש ב- a).

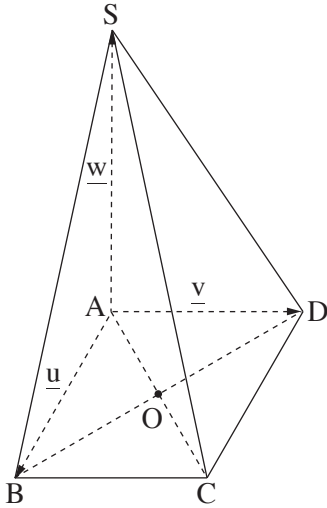
הישר $y = x + 3$ משיק בנקודה M למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.

ג. מצא את a .

ד. רשום את שיעורי נקודת ההשקה של שני המעגלים האלה:

I. המעגל שהתקבל בסעיף א.

II. המעגל שנבנה כמתואר בסעיף ב ומרכזו הוא בנקודה M .



2. נתונה פירמידה $SABCD$, שבסיסה $ABCD$, הוא ריבוע (ראה ציור).

הנקודה O היא נקודת חיתוך אלכסוני הבסיס.

הנקודה P היא נקודה על הקטע SD , והיא מקיימת $\vec{SP} = t \cdot \vec{SD}$, $t > 0$.

נסמן: $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. הבע את הווקטור \vec{OP} באמצעות \underline{w} , \underline{v} , \underline{u} .

ב. מצא בעבור איזה ערך של t , OP מקביל למישור הפאה SAB .

נתון: אורך צלע הריבוע $ABCD$ הוא 4,

$AS = 4\sqrt{2}$ מאונך לבסיס הפירמידה,

הנקודה A היא ראשית הצירים. הנקודות B , D ו- S נמצאות

על החלק החיובי של הצירים x , y ו- z בהתאמה.

ג. מצא בעבור אילו ערכים של t , הישר OP יוצר זווית של 45° עם מישור הפאה SAD .

הנקודה T נמצאת על הקטע SC כך ש- $TABCD$ היא פירמידה ישרה.

ד. מצא את נפח הפירמידה $TABCD$.

3. נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא 1 והאיבר השני שלה הוא iz (z הוא מספר מרוכב).

נתון כי הסדרה איננה קבועה.

א. (1) רשום את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה (אם יש צורך, הבע באמצעות z).

(2) הוכח כי סכום חמשת האיברים הראשונים בסדרה שווה ל- $\frac{z^5 + i}{z + i}$.

ב. (1) מצא את כל הפתרונות של המשוואה $z^5 = -i$ (z הוא מספר מרוכב).

(2) מצא את כל הפתרונות של המשוואה $1 + iz - z^2 - iz^3 + z^4 = 0$ (z הוא מספר מרוכב).

הנקודה A נמצאת ברביע השלישי במישור גאוס, והיא מתאימה לאחד מפתרונות המשוואה שפתרת בתת-סעיף ב (2).

ABO הוא משולש שווה צלעות במישור גאוס (O – ראשית הצירים).

ג. מצא את המספר המרוכב המתאים לנקודה B (מצא את שתי האפשרויות).

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(x^2 + ax + 1)$.

a הוא פרמטר, $-2 < a < 2$.

א. הראה שהפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x (אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה (אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ד. בסוף השאלה מוצגים שלושה גרפים (I-III) המתארים את גרף הפונקציה $f(x)$ כתלות בפרמטר a .

כל אחד מן הגרפים מתאים לאחד מן התחומים (1)-(3) של a :

$$(1) \quad 0 < a < 2$$

$$(2) \quad -2 < a < 0$$

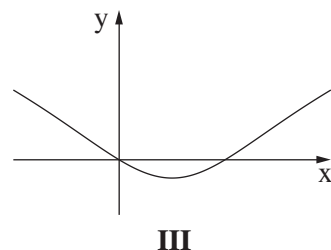
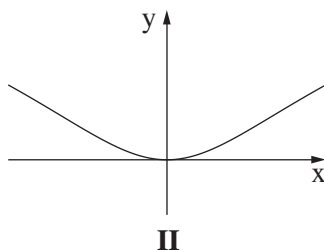
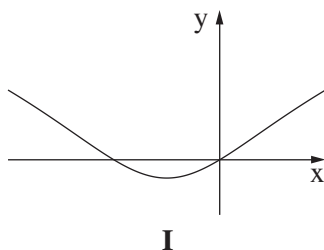
$$(3) \quad a = 0$$

כתוב איזה מתחומי הערכים (1)-(3) מתאים לכל אחד מן הגרפים.

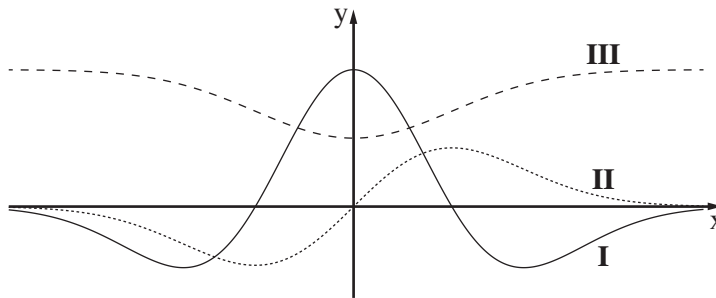
ענה על סעיף ה בעבור a המקיים $-2 < a < 0$.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

ה. הבע באמצעות a ו- S את האינטגרל: $\int_0^{-a} \ln(4x^2 + 4ax + 4) dx$.



5. לפניך סרטוט המתאר את הגרפים של הפונקציות f , f' , f'' , המוגדרות לכל x .
הגרף III נמצא כולו מעל הגרף II.



- א. התאם כל אחד מן הגרפים I, II, III לפונקציות f , f' , f'' .
נמק את קביעתך.
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f'(x)$, כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y .
נתון כי $f'(x) = x \cdot e^{-x^2}$.
ב. מצא בעבור איזה ערך של x אורך הקטע AB יהיה מינימלי, ובעבור איזה ערך של x אורך הקטע AB יהיה מקסימלי.
נתון כי האורך המקסימלי של הקטע AB שווה ל- $1 + \frac{1}{2e}$.
ג. מצא את הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג אוילר

807 - קיץ מועד ב

1. א. $(x - a)^2 + y^2 = a^2$
 ב. $y^2 = 4ax$
 ג. $a = 3$, ד. $(3,3)$.

2. א. $\vec{OP} = -\frac{1}{2}\vec{u} + (t - \frac{1}{2})\vec{v} + (1 - t)\vec{w}$
 ב. $t = 0.5$
 ג. $t = 1, t = 2/3$, ד. $|v| = \frac{32\sqrt{2}}{3}$

3. א. $1, -z^2, -iz^3, z^4$ (2) הוכחה
 ב. $(1) cis342, cis270, cis198, cis126, cis54, (2) cis270, cis198, cis126, cis54, cis138, cis258$ ג.

4. א. הוכחה
 ב. $(0,0), (a, 0)$
 ג. $\min\left(-\frac{a}{2}, \ln\left(1 - \frac{a^2}{4}\right)\right)$
 ד. 1.1 | 2.ד | 3.ד ||
 ה. $-a \ln 4 - s$

5. א. III : f
 ב. II : f'
 ג. I : f''
 ב. $X_{min} = 0.5, X_{max} = -1$ ג. $f(x) = -0.5e^{-x^2} + 1$

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ט, 2019
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $2 \times 33\frac{1}{3}$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $1 \times 33\frac{1}{3}$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף

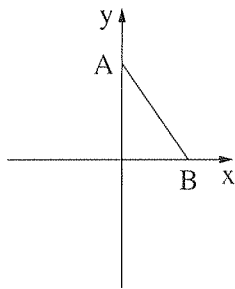
השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. אורך הקטע AB הוא 4.

נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה- y , והנקודה B נמצאת על ציר ה- x (ראה ציור).

הנקודה M היא אמצע הקטע AB.

א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי

של כל הנקודות M שנבנו כך, וזוהה את המקום הגאומטרי הזה.

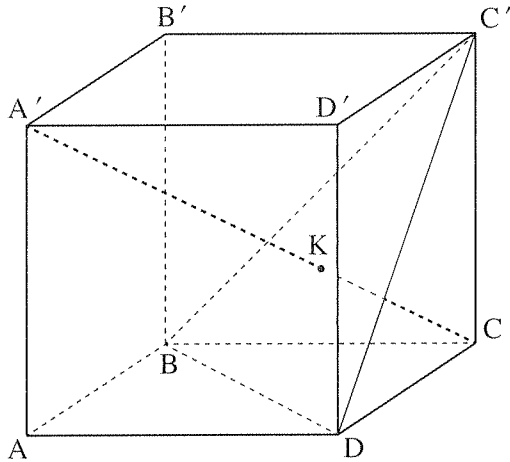
נתון: הנקודה L נמצאת על הקטע AB כך ש- $\frac{AL}{LB} = t$. $t > 0$ הוא פרמטר.

ב. הבע באמצעות t את המשוואה של המקום הגאומטרי של כל הנקודות L שנבנו כך, וזוהה את המקום הגאומטרי הזה.

ג. בעבור איזה ערך של t המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב מתלכד עם המקום הגאומטרי

שמצאת בסעיף א? נמק.

ד. האם קיים $t > 0$ שבעבורו המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב חותך את ציר ה- x בנקודה $(5, 0)$? נמק.



2. $ABCD A'B'C'D'$ היא קובייה שאורך צלעה הוא 6 (ראה ציור).

הנקודה B נמצאת על ראשית הצירים.

א. חשב את גודל הזווית שבין הקטע $A'C$ ובין הקטע BC' .

ב. הוכח שהישר $A'C$ מאונך למישור $BC'D$.

הנקודה K היא נקודת החיתוך של הישר $A'C$

עם המישור $BC'D$.

ג. מצא את היחס $\frac{A'K}{A'C}$.

הנקודה O היא נקודת החיתוך של

אלכסון הבסיס AC עם אלכסון הבסיס BD.

ד. הוכח שהנקודה K נמצאת על הקטע $C'O$.

3. א. (1) הוכח כי לכל מספר מרוכב z מתקיים $z \cdot \bar{z} = |z|^2$.

(2) הוכח כי אם המספר המרוכב z נמצא על מעגל היחידה,

אז גם המספר $\frac{1}{z}$ נמצא על מעגל היחידה.

ב. (1) הראה כי בעבור כל מספר מרוכב z הנמצא על מעגל היחידה, הסכום $z + \frac{1}{z}$ הוא מספר ממשי.

(2) z_1 ו- z_2 הם מספרים מרוכבים הנמצאים על מעגל היחידה.

נתון כי הרכיבים המדומים של z_1 ו- z_2 הם חיוביים.

הוכח כי אם: $z_1 + \frac{1}{z_1} + z_2 + \frac{1}{z_2} > 2$ אז z_1 ו- z_2 נמצאים ברביע הראשון.

$w = 1 \cdot \text{cis}(\alpha)$ הוא מספר מרוכב. נתון: $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא $\frac{1}{w}$ והאיבר השני הוא w .

נתון כי סכום 5 האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית שווה ל-0.

ג. (1) הבע באמצעות α את מנת הסדרה, והסבר מדוע כל איברי הסדרה נמצאים על מעגל היחידה.

(2) מצא את α (מצא את שתי האפשרויות).

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln\left(\frac{e^x}{e^x + 1}\right)$, המוגדרת לכל x .

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המקבילה לציר ה- x .

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) הוכח כי $f(x) = x - \ln(e^x + 1)$.

(2) הסבר מדוע גרף הפונקציה $f(x)$ נמצא כולו מתחת לישר $y = x$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$, המוגדרת לכל x .

(1) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה)?

(2) $a > 1$ הוא פרמטר.

היעזר בנגזרת הפונקציה $f(x)$ והראה כי נפח גוף הסיבוב של השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$,

על ידי הצירים ועל ידי הישר $x = \ln a$ שווה ל- $\pi \ln\left(\frac{2a}{a+1}\right)$. פרט את חישוביך.

5. נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = \frac{e^{-mx}}{1+x^2}$. m הוא פרמטר.

ענה על הסעיפים א-ב בעבור $m \geq 0$.

- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציות $f(x)$?
 (2) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציות $f(x)$ (אם יש כאלה). נמק.
 (3) נתון כי כל הפונקציות $f(x)$ מן המשפחה חותכות זו את זו בנקודה אחת. מצא את שיעוריה.

ב. (1) בעבור $m \geq 0$, מצא את הערכים של m שבעבורם הנגזרת $f'(x)$:

(i) אינה מתאפסת בשום נקודה.

(ii) מתאפסת בנקודה אחת בדיוק.

(iii) מתאפסת בשתי נקודות בדיוק.

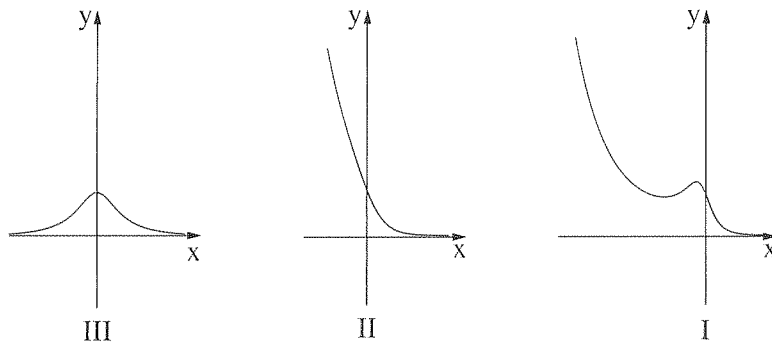
(2) בסוף השאלה נתונים שלושה גרפים (III-I) של פונקציות מן המשפחה $f(x)$ בעבור $m \geq 0$.

ידוע כי $m \neq 1$ וכי כל אחד מן הגרפים מתאים לערך או לטווח ערכים אחר של m .

התאם לכל גרף מבין השלושה את הערך או את טווח הערכים של m המתאים לו. נמק.

ענה על סעיף ג. תוכל להיעזר בגרף המתאים מבין הגרפים III-I.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(-x)$ בעבור $0 < m < 1$.



בהצלחה!

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"חל" - תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד

807 - פתרון - קיץ מועד א

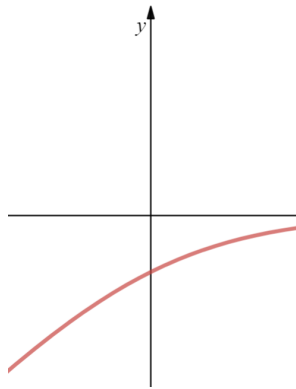
1. א. $x^2 + y^2 = 4$, מעגל קנוני ורדיוסו 2. ב. $\frac{x^2}{\left(\frac{4t}{t+1}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{4}{t+1}\right)^2} = 1$. ג. $t=1$ ד. לא

2. א. 90. ב. הוכחה. ג. $\frac{A'K}{A'C} = \frac{2}{3}$. ד. הוכחה

3. א. (1) הוכחה (2) הוכחה. ב. עבור $z = r \operatorname{cis} \theta$ (1) $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$ (2) הוכחה

ג. (1) $q = \operatorname{cis} 2\alpha$ (2) $\alpha = \frac{\pi}{5}$ או $\alpha = \frac{2\pi}{5}$

4. א. (1) אין חיתוך עם ציר x, חיתוך ציר y: $(0, -\ln 2)$ (2) $f(x)$ שלילית לכל x, חיובית לאף x

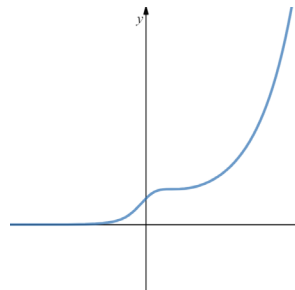


(3) $y=0$ (4) $f(x)$ עולה לכל x, יורדת לאף x. ב.

ג. (1) הוכחה (2) הוכחה. ד. (1) $g(x)$ חיובית לכל x, שלילית לאף x (2) הוכחה

5. א. (1) כל x (2) $f(x)$ חיובית לכל x, שלילית לאף x (3) $(0, 1)$

ב. (1) (i) $m > 1$ (ii) $m = 1$ (iii) $0 < m < 1$ (2) גרף I: $0 < m < 1$, גרף II: $m > 1$



גרף III: $m = 0$

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

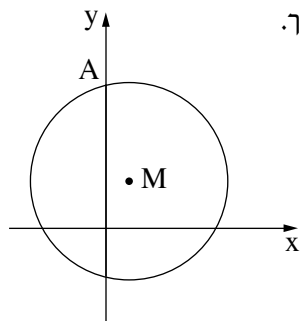
השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. מעגל שמרכזו M חותך את החלק החיובי של ציר ה- y בנקודה A, כמתואר בציור שלפניך.

ממרכז המעגל העבירו אנך לציר ה- y , החותך את הציר בנקודה E.

נתון כי $AE = 6$.

נתון גם כי מרחק הנקודה M מראשית הצירים הוא מחצית מן האורך

של רדיוס המעגל.

א. הוכח כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M המקיימות את נתוני השאלה

נמצא על אליפסה, ומצא את משוואתה.

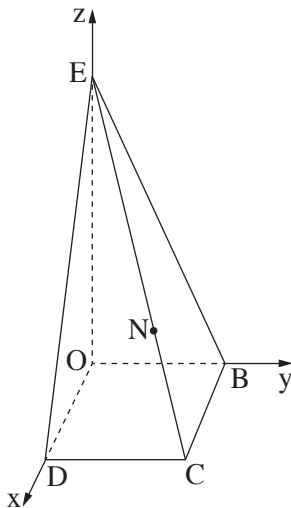
נסמן ב- F_1 וב- F_2 את מוקדי האליפסה שאת משוואתה מצאת בסעיף א.

הנקודות D_1 ו- D_2 הן נקודות על האליפסה.

שיעור ה- y של D_1 חיובי ושיעור ה- y של D_2 שלילי.

ב. (1) מצא את השטח הגדול ביותר האפשרי עבור המרובע $F_1D_1F_2D_2$. נמק.

(2) האם קיים מרובע $F_1D_1F_2D_2$ בעל היקף גדול ביותר? נמק.



2. נתונה פירמידה OBCDE שבסיסה OBCD הוא ריבוע.

המקצוע OE מאונך למישור הבסיס.

נתון: $OE = 12$, $OD = 4$.

מיקמו את הפירמידה במערכת צירים כך שהנקודה O היא ראשית הצירים והנקודות E, B, D נמצאות על הצירים x, y, z בהתאמה (כמתואר בציור).

א. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר EC.

הנקודה N נמצאת על המקצוע EC. מן הנקודה N מורידים אנך

לבסיס הפירמידה החותך אותו בנקודה F. מרחק הנקודה F מציר ה-y הוא 3.

ב. מצא את שיעורי הנקודה N.

ג. מצא את גודל הזווית שבין המישור BCN ובין בסיס הפירמידה OBCD.

K היא נקודה על המקצוע EC כך ש-KOBCD היא פירמידה ישרה (OBCD בסיס הפירמידה).

ד. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר שעליו מונח הגובה לבסיס מן הנקודה K.

3. א. מצא את כל הפתרונות של המשוואה $z^3 = \bar{z}$, $z \neq 0$. הוא מספר מרוכב.

ב. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור גאוס המקיימות $z^2 \cdot (\bar{z})^2 = 1$.

(2) הראה כי כל הפתרונות של המשוואה בסעיף א נמצאים על המקום הגאומטרי שמצאת

בתת-סעיף ב(1).

ג. (1) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א מסובבים בזווית 45°

(נגד כיוון השעון). נתון שכל אחת מן הנקודות המתקבלות לאחר הסיבוב מתאימה למספר המקיים

את המשוואה $z^4 = a$.

מצא את a.

(2) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א מסובבים בזווית α (נגד

כיוון השעון).

הוכח שסכום המספרים המתאימים לנקודות המתקבלות לאחר הסיבוב שווה ל-0.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{ax} - e^x}{e^{ax} - 3e^x + 2}$, a הוא פרמטר.

לפונקציה יש אסימפטוטה אנכית $x = \ln 2$.

א. מצא את a .

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ה.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ והראה כי עבור כל $x \neq 0$ בתחום מתקיים: $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 2}$.

ג. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

הגדירים פונקציה $h(x) = \left| \frac{e^x}{e^x - 2} - \frac{1}{2} \right|$.

ד. (1) רשום את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $h(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.

(3) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $h(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = \ln 8$

והישר $x = \ln 16$.

נתון: הפונקציה $h(x)$ סימטרית ביחס לישר $x = \ln 2$.

הנקודות A ו- B נמצאות על גרף הפונקציה $h(x)$, והן סימטריות ביחס לישר $x = \ln 2$.

שיעור ה- x של הנקודה A הוא $\ln 8$.

ה. מצא את שיעורי הנקודה B .

5. $f(x)$ היא פונקציה גזירה לכל x בתחום ההגדרה שלה.
- א. הראה שלפונקציה $f(x)$ ולפונקציה $e^{f(x)}$ יש נקודות קיצון באותם שיעורי x , ונקודות הקיצון האלה הן מאותו סוג (מינימום או מקסימום).
- נתון כי $f(x) = x \ln(x^n)$. n הוא פרמטר טבעי.
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. התייחס לערכים שונים של n .
- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x . התייחס לערכים שונים של n .
- נתון: גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.
- ד. (1) הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא אי-זוגית.
- (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם צריך – הבע באמצעות n).
- (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור $n = 2$.
- ה. היעזר בתשובתך על סעיף א, מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $e^{x \ln(x^n)}$ (n טבעי), וקבע את סוגן (אם צריך – הבע באמצעות n).

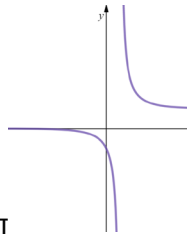
בהצלחה!

1. א. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1$ ב. $S_{F_1D_1F_2D_2} = 6\sqrt{3}$ (1) השטח המקסימאלי מתקבל עבור המשולשים בעגלי הגובה המקסימאלי. (2) לא, למרובע יש היקף קבוע של $8\sqrt{3}$

2. א. $EC: x = (0,0,12) + t(1,1,-3)$ ב. $N(3,3,3)$ ג. 71.565 ד. $x = (2,2,0) + s(0,0,1)$

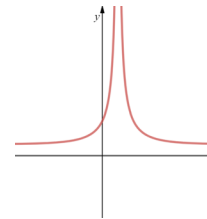
3. א. $1, -1, -i$ ב. (1) $x^2 + y^2 = 1$ (2) הוכחה ג. (1) $a = -1$ (2) הוכחה

4. א. $a = 2$ ב. $x \neq 0, x \neq \ln 2$ ג. (1) $x = \ln 2, y = 1, y = 0$ (2) ירידה: $0 < x < \ln 2, x < 0$



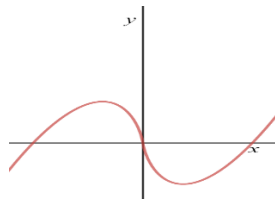
ד. (1) $x = \ln 2, y = \frac{1}{2}$ (2)

(3) $\ln 2 < x, \ln 2$, עלייה: אין



(3) 0.500724 ה. $B(-\ln 2, \frac{5}{6})$

5. א. הוכחה ב. עבור אי זוגי: $x > 0$ עבור זוגי: $x \neq 0$ ג. עבור אי זוגי (1,0) עבור זוגי (-1,0), (1,0)



ד. (1) הוכחה (2) $\min(\frac{1}{e}, -\frac{n}{e})$, $\max(-\frac{1}{e}, \frac{n}{e})$ (3)

ה. $\min(\frac{1}{e}, e^{-\frac{n}{e}})$, $\max(-\frac{1}{e}, e^{\frac{n}{e}})$

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה הפרבולה הקנונית $y^2 = 2px$. $p > 0$ הוא פרמטר.

הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ נמצאות על הפרבולה.

נתון: שיפוע הישר AB הוא $\frac{4}{3}$,

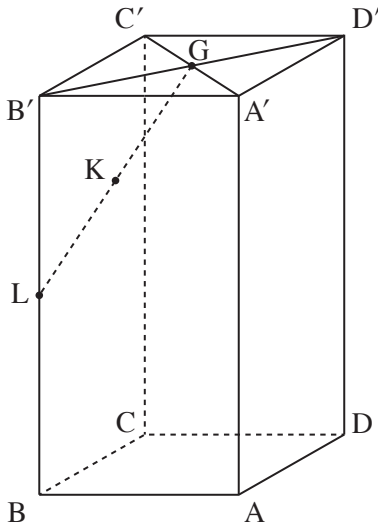
שיעור ה- y של אמצע הקטע AB הוא 9 .

א. מצא את משוואת הפרבולה.

נתון: המשיקים לפרבולה דרך הנקודות A ו- B מאונכים זה לזה.

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B (הנקודה A נמצאת ברביע הראשון).

ג. מצא עוד זוג נקודות על הפרבולה שהמשיקים דרכן לפרבולה מאונכים זה לזה.



2. בתיבה $ABCD A' B' C' D'$ הנקודה L היא אמצע המקצוע BB' ,

והנקודה G היא מפגש האלכסונים של הפאה $A' B' C' D'$.

הנקודה K היא אמצע הקטע LG (ראה ציור).

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AB} = \underline{v}$, $\vec{AD} = \underline{u}$.

א. הבע באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את \vec{DK} .

ב. הוכח שהנקודה K נמצאת על האלכסון DB' ,

$$\text{ומצא את היחס } \frac{DK}{DB'}$$

ההמשך של הקטע AK חותך את המישור $BCC' B'$ בנקודה F .

נתון: $\vec{AF} = s \cdot \underline{u} + \underline{v} + t \cdot \underline{w}$.

ג. (1) מצא את s ואת t , והראה כי הנקודה F נמצאת

על המקצוע $B' C'$.

$$(2) \text{ מצא את היחס } \frac{B'F}{B'C'}$$

3. z_A , z_B ו- z_C הם שלושה מספרים מרוכבים שונים זה מזה המייצגים

את הנקודות A , B ו- C במישור גאוס, בהתאמה.

נתון: $|z_A| = |z_B| = |z_C| = \sqrt{65}$,

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון,

ו- z_C ו- z_A מקיימים את המשוואה: $(8 - i)z = (8 + i)\bar{z}$.

א. (1) מצא את z_A ואת z_C .

(2) הסבר מדוע $\angle ABC = 90^\circ$.

נתון: $AB = BC$.

ב. מצא את z_B (מצא את שתי האפשרויות).

נתון: הנקודה B נמצאת ברביע השני.

ג. a_n היא סדרה הנדסית שבה $a_1 = z_A$ ו- $a_2 = z_B$.

נתון: m הוא מספר טבעי כך שסכום m האיברים הראשונים של הסדרה a_n הוא 0 .

הסבר מדוע m מתחלק ב-4 ללא שארית.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$.

נסמן: $g(x) = e^x - x$.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, והסבר מדוע לכל x מתקיים: $e^x - x \geq 1$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$? נמק.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) הראה כי $f'(x) = \frac{2e^x - xe^x - 1}{(e^x - x)^2}$.

ידוע כי הביטוי $2e^x - xe^x - 1$ מוגדר לכל x וחיובי בתחום $-1 \leq x \leq 1$.

ג. (1) חשב את $f(-1)$ ואת $f(1)$, וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-1 \leq x \leq 1$.

(2) הסתמך על הסעיפים הקודמים והסבר מדוע לפונקציה $f(x)$ יש לפחות שתי נקודות קיצון בתחום ההגדרה שלה כולו.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי ציר ה- x , על ידי הישר $x = -1$ ועל ידי גרף הפונקציה $f(x)$

בתחום $-1 \leq x \leq 0$.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln(e^{2x} + b)$. $b > 0$ הוא פרמטר.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

נתונה הפונקציה: $g(x) = \ln(e^x + be^{-x})$.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

ג. (1) הוכח: $f(x) - g(x) = x$.

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ (אם צריך, הבע באמצעות b).

נתון כי נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את ערך הפרמטר b .

ה. הצב $b = 4$ וסרטט במערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

בהצלחה!

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

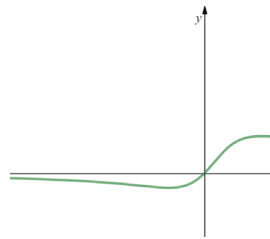
2018 - 035582 - מועד ב'

1. א. $y^2 = 24x$ ב. $A(24,24), B(1.5, -6)$ ג. כל זוג נקודות שמכפלת שיעורי הע שלהם שווה ל
-144 לדוגמה: $C(24, -24), D(1.5, 6)$

2. א. $DK = \frac{3}{4}W - \frac{3}{4}U + \frac{3}{4}V$ ב. $\frac{3}{4}$ ג. $t=1, s=1/3$ (1)

3. א. (1) $Z_A = 8 + i, Z_C = -8 - i$ (2) הסבר ב. $Z_B = -1 + 8i, Z_D = 1 - 8i$ ג. הסבר

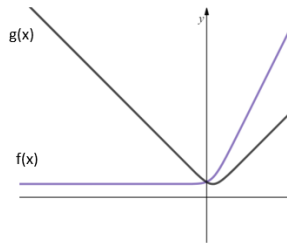
4. א. (1) כל x (2) כל x ב. (1) כל x (2) $y = 0, y = 1$ (3) $(0,0)$ (4) הוכחה



$\ln(1 + \frac{1}{e})$

$f(1) = 1, f(-1) = -0.46$ (1) ג.

5. א. (1) כל x (2) עלייה: כל x ירידה: אין ב. כל x ג. (1) הוכחה (2) $(0, \ln(1 + b))$



$b=4$ ד.

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשע"ח, 2018

מספר השאלון: 035582

נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ 66 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ 33 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות $A(-3a, 0)$ ו- $B(3, 0)$. $a > 0$ הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המקיימות $\frac{PA}{PB} = 1$.

ב. הראה שהמקום הגאומטרי של כל הנקודות Q המקיימות $\frac{QA}{QB} = 2$ הוא מעגל, והבע באמצעות a את שיעורי מרכז המעגל הזה ואת הרדיוס שלו.

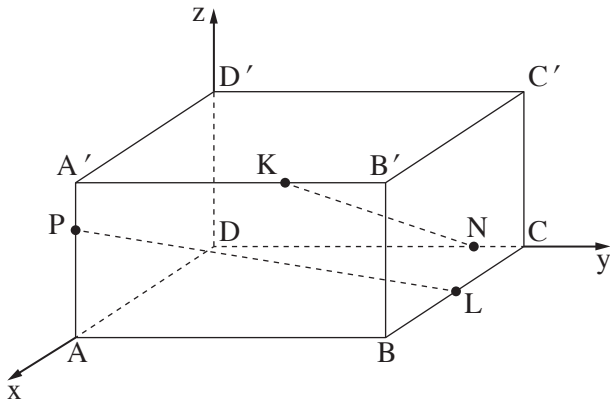
ג. נתבונן באוסף כל המעגלים אשר משיקים למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א ועוברים דרך מרכז המעגל שמצאת בסעיף ב.

נתון כי מרכזי המעגלים האלה מהווים מקום גאומטרי העובר דרך ראשית הצירים.

(1) זהה את המקום הגאומטרי הזה.

(2) מצא את a , וכתוב את משוואתו של המקום הגאומטרי הזה.

2. בציר שלפניך נתונה התיבה $ABCD A' B' C' D'$. המקצועות DA , DC ו- DD' מונחים על הצירים x , y ו- z בהתאמה, כמתואר בציר.



נתון: $AA' = 3$, $DA = 4$.

נסמן: $AB = a$, $a > 0$ הוא פרמטר.

הנקודות K ו- L, N, P נמצאות על

מקצועות התיבה AA' , BC , DC ו- $A'B'$ בהתאמה,

כך שמתקיים: $AP = 2PA'$,

$N(0, 5, 0)$,

L היא אמצע המקצוע BC ,

$$\vec{A'K} = \frac{4}{5} \vec{DN}$$

א. מצא את משוואת המישור PNK .

ב. (1) מצא הצגה פרמטרית של הישר NK ושל הישר PL . אם צריך, הבע באמצעות a .

(2) הסבר מדוע הישרים NK ו- PL הם ישרים מצטלבים.

ג. (1) עבור איזה ערך של a $\sphericalangle PC'C = 82.1^\circ$? בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) האם קיים a שעבורו $\sphericalangle PC'C = 90^\circ$? נמק.

3. z_1 ו- z_2 הם שני מספרים מרוכבים המקיימים: $|z_1| = |z_2| = r$, $\arg z_1 + \arg z_2 = 90^\circ$.

א. הוכח כי תוצאת המכפלה $z_1 \cdot z_2$ היא מספר מדומה טהור, והבע אותו באמצעות r .

הנקודות A , B ו- C במישור גאוס מייצגות בהתאמה את המספרים המרוכבים z_1 , z_2 ו- z_3 .

נתון: הנקודות A , B ו- C אינן נמצאות על ישר אחד, והנקודה C נמצאת על הישר $y = x$.

ב. הסבר מדוע המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.

הנקודה D במישור גאוס מתאימה למספר המרוכב $z_3 \cdot (z_1 \cdot z_2)^2$.

$$\text{נתון: } z_1 + z_2 = 7 + 7i$$

$$z_1 - z_2 = 1 - i$$

$$(z_3)^2 = 2i$$

ג. (1) מצא את שיעורי הנקודות C ו- D (מצא את שתי האפשרויות).

(2) חשב את שטח המרובע $BDAC$ עבור הנקודה C הנמצאת ברביע הראשון.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = e^{2mx} - e^{mx}$. $m > 0$ הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. אם צריך, הבע באמצעות m .

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט במערכת צירים אחת גרפים של הפונקציות $f(x)$ עבור $m = 1$ ועבור $m = 2$ (ידוע ששני הגרפים

חותכים זה את זה בשתי נקודות בדיוק). התאם בין הגרפים שסרטטת ובין ערכי m הנתונים.

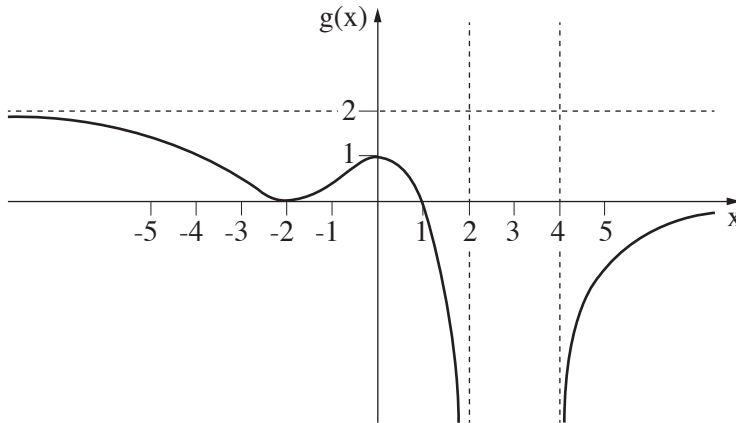
הישר $y = k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) הבע באמצעות m את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $y = k$.

עבור כל m , נסמן את השטח המתואר בתת-סעיף ג(1) ב- S_m (S_1 הוא השטח עבור $m = 1$).

(2) הראה שלכל m מתקיים: $S_m = \frac{S_1}{m}$.

5. נתון: $f(x)$ היא פונקציה רציפה וגזירה לכל x . נסמן $g(x) = \ln(f(x))$.
 הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל $x > 4$ ולכל $x < 2$, ורק שם.
 בתחום $2 \leq x \leq 4$, $f'(x) = 0$ רק עבור $x = 3$.
 בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $g(x)$.
 הפונקציה $g(x)$ מתאפסת רק בנקודות שבהן $x = 1$ ו- $x = -2$.



- א. מצא את $f(-2)$, $f(0)$ ו- $f(1)$.
 ב. מה הם תחומי החיוביות ותחומי השליליות של הפונקציה $f(x)$? נמק.
 ג. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם כל אחד מן הצירים? נמק.
 ד. לפונקציה $f(x)$ יש שתי אסימפטוטות אופקיות. כתוב את משוואותיהן.
 ה. מה הם תחומי העלייה ותחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$? נמק.
 ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ז. הסבר מדוע: $\int_{-2}^1 f(x) dx > 3$.

בהצלחה!

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

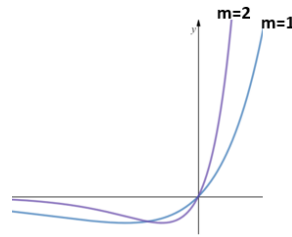
035582 - 2018 - קיץ

1. א. $x = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}a$ ב. $(4 + a, 0)$ ג. $R = 2a + a$ (1) פרבולה קנונית $y^2 = 60x$, $a = 11$ (2)

2. א. $13x + 4y - 16z - 20 = 0$ ב. $x = (4, 0, 2) + (1)$ ג. $s(-2, a, -2)$ הסבר (1) $a = 5.99$ (2) לא

3. א. הוכחה $r^2 \cdot i$ ב. הסבר ג. (1) $C(1, 1), D(-625, -625)$ או $C(-1, -1), D(625, 625)$

4. א. (1) כל x (2) $(0, 0)$ (3) $\gamma = 0$ עבור אינסוף

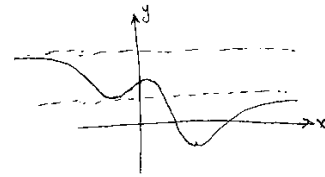


הוכחה (2) $S = \frac{2 \ln 2 - 1}{8m}$

(4) $(\frac{\ln 0.5}{m}, -\frac{1}{4})$ ב.

5. א. $f(-2) = 1, f(0) = e, f(1) = 1$ ב. חיובית: $x > 4, x < 2$ שלילית: $2 < x < 4$

ג. $(4, 0), (2, 0), (0, e)$ ד. $y = 1, y = e^2$ ה. עלייה: $-2 < x < 0, x > 3$ ירידה: $x < -2, 0 < x < 3$



סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: חורף תשע"ח, 2018

מספר השאלון: 317,035807,035582

נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.
בהצלחה!

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ 66 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות: $A(0, 0)$, $B(19, 0)$ ו- $D(9, 0)$.

א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות C , שעבורן CD הוא חוצה זווית

במשולש ABC .

ב. מהו השטח הגדול ביותר של משולש ABC שנבנה באופן המתואר בסעיף א?

ג. מצא את שיעורי שתי הנקודות C שעבורן הצלע BC במשולש ABC משיקה למקום הגאומטרי שאת

משוואתו מצאת בסעיף א.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

2. $ABCA'B'C'$ היא מנסרה משולשת ישרה שכל מקצועותיה שווים זה לזה.

נסמן את אורך המקצוע a .

$ABCK$ היא פירמידה ישרה. DK הוא גובה בפירמידה $ABCK$, כמתואר בציור.

נתון: $DK = t \cdot AA'$,

נפח המנסרה $ABCA'B'C'$ גדול פי 4.5 מנפח הפירמידה $ABCK$.

א. חשב את t .

ב. מצא את הזווית בין המישור ABK למישור ABC .

נתון: נפח הפירמידה $ABCK$ הוא $12\sqrt{3}$.

ג. מצא את a .

נתון: הקודקוד A נמצא בראשית הצירים, הקודקוד A' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z ,

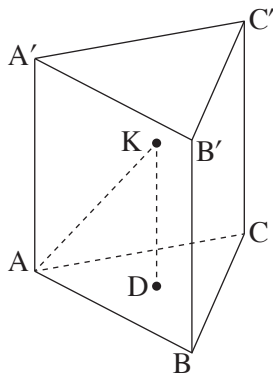
והקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y .

שיעורי הקודקוד B הם חיוביים.

ד. (1) מצא את שיעורי הקודקוד B' .

(2) מצא את משוואת המישור $AB'K$.

תוכל להשאיר שורש בתשובותיך.



3. א. פתור את המשוואה $z^2 + (-5 + 2i)z + 7 + i = 0$.

נסמן ב- w את פתרון המשוואה מסעיף א, המייצג את הנקודה שקרובה יותר לראשית הצירים.

a_n היא סדרה חשבונית. w הוא איבר בסדרה וגם 1 הוא איבר בסדרה.

ב. (1) הסבר מדוע כל איברי הסדרה הם מן הצורה: $a_n = 1 + b \cdot i$. b הוא מספר ממשי.

(2) הסבר מדוע כל הנקודות במישור גאוס המייצגות את איברי הסדרה a_n , חוץ מן הנקודה $(1, 0)$,

נמצאות מחוץ למעגל היחידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$.

- א.** (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (3) מצא את שיעורי נקודות הפיתול של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב.** הסבר מדוע עבור כל מספר ממשי a מתקיים: $\int_a^{a+1} f(x) dx < 1$. תוכל להיעזר בסרטוט.
- ג.** (1) $g(x)$ היא פונקציה המקיימת: $f(x) = g(x) + \frac{1}{2}$. הוכח שהפונקציה $g(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

- (2) הסבר מדוע לכל שני מספרים b ו- c המקיימים $0 < b < c$ מתקיים:

$$\int_{-c}^{-b} f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = c - b$$

בתשובתך תוכל להיעזר בסרטוט מתאים ובשיקולי סימטריה.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(\ln x)^n}{\sqrt{x}}$. n הוא מספר טבעי.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

סובבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = e^2$.

סביב ציר ה- x . נפח גוף הסיבוב שהתקבל שווה ל- $\frac{32\pi}{2n+1}$.

ב. מצא את n .

הצב בפונקציה $f(x)$ את n שמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

(2) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה שמשוואתה היא $y = 0$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = f(x) + m$, $m \neq 0$, הוא פרמטר.

נתון כי קיימת נקודה שבה גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x .

(1) מצא את m .

(2) עבור אילו ערכים של k יש למשוואה $g(x) = k$ פתרון יחיד?

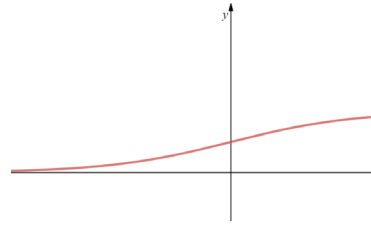
בהצלחה!

1. א. $(x + 81)^2 + y^2 = 8,100$. ב. $S_{\Delta ABC} = 855$. ג. $C(0, -\sqrt{1539})$ או $C(0, \sqrt{1539})$.

2. א. $t = \frac{2}{3}$. ב. 66.59 . ג. $a=6$. ד. $B'(3\sqrt{3}, 3, 6)$ (1). $x + \sqrt{3}y - \sqrt{3}z = 0$ (2)

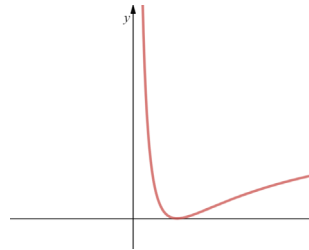
3. א. $z_1 = 1 + i, z_2 = 4 - 3i$. ב. (1) הוכחה (2) הוכחה

4. א. (1) כל x , (2) עלייה - כל x , ירידה - אין. (3) $(0, 0.5)$ (4) $y=1, y=0$



הסבר ג. (1) הוכחה (2) הסבר

5. א. (1) $x > 0$, (2) $(1, 0)$, ב. $n=2$, ג. $\min(1, 0)$ (1), $\max(e^4, \frac{16}{e^2})$ (2) $x=0$.



ד. $m = -\frac{16}{e^2}$ (2) $k = -\frac{16}{e^2}$ או $k > 0$.

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית
שאלון שני מ- 5 יחידות לימוד
הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה הנקודה $A(20, 0)$.

B היא נקודה שנמצאת על ציר ה- y ואינה ראשית הצירים.

דרך הנקודה B מעבירים ישר, l_1 , המקביל לציר ה- x .

דרך ראשית הצירים, O, מעבירים ישר, l_2 , שמאונך לישר AB.

הישרים l_1 ו- l_2 נחתכים בנקודה C.

א. הוכח שהמקום הגאומטרי של הנקודות C הנבנות כמתואר נמצא על פרבולה, ומצא את משוואתה.

ב. D היא נקודה כלשהי הנמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת בסעיף א.
הנקודה F היא מוקד הפרבולה.

נתון הישר $x = k$. $k < 0$ הוא פרמטר.

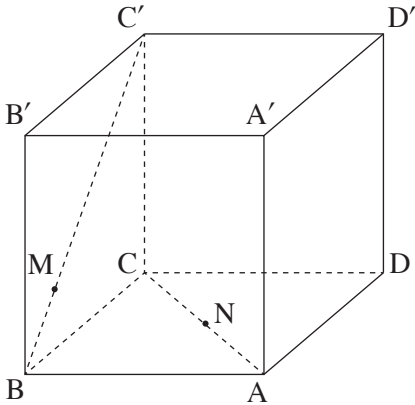
דרך הנקודה D העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותך את הישר $x = k$ בנקודה N.

קיים ערך של k שעבורו כל משולש NDF שנבנה כמתואר הוא שווה שוקיים.

(1) מצא את הערך של k. נמק.

(2) נתון: הנקודה D נמצאת ברביע הראשון.

מצא את שיעורי הנקודה D שעבורה המשולש NDF הוא שווה צלעות.



2. נתונה קובייה $ABCD A' B' C' D'$.

נסמן: $\vec{CB} = \underline{u}$, $\vec{CD} = \underline{v}$, $\vec{CC'} = \underline{w}$.

נתון: $\vec{BM} = t \vec{BC'}$, $\vec{AN} = s \vec{AC}$.

א. מצא את היחס $\frac{s}{t}$ שעבורו MN מקביל

למישור $AA'B'B$. ($t \neq 0$).

נתון: $t = \frac{1}{4}$, $s = \frac{1}{2}$.

ב. חשב את הזווית שבין MN ובין המישור $ABCD$.

ג. מהו המצב ההדדי של הישרים AB ו- MN ? נמק.

3. במעגל שמרכזו בראשית הצירים במישור גאוס חסום משולש שווה צלעות ABC .

הקדקוד A מתאים למספר המרוכב $z_1 = a - \sqrt{3} \cdot a \cdot i$ ($a > 0$ הוא פרמטר ממשי).

נתון: הקדקוד B נמצא ברביע הראשון.

א. הבע באמצעות a את המספרים המרוכבים z_2 ו- z_3 המתאימים לקדקודים B ו- C

בהתאמה.

נתון: $z_3 = \frac{z_1^3}{4}$.

ב. מצא את a .

ג. המספר z_1^{6n+5} מתאים לנקודה P במישור גאוס. n הוא מספר שלם.

הנקודה O היא ראשית הצירים. הראה שהנקודה B נמצאת על הקרן OP .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $g(x) = 2x^2 + c$. c הוא פרמטר. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת כך: $f(x) = e^{g(x)}$. הגרפים של פונקציות הנגזרת, $f'(x)$ ו- $g'(x)$, נחתכים בנקודה ששיעור ה- x שלה הוא 2.
- א. מצא את c .
- ב. (1) הוכח ש- $f'(x)$ היא פונקציה אי-זוגית. (2) מצא את שיעורי כל הנקודות שבהן הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו- $g'(x)$ חותכים זה את זה. (3) עבור אילו ערכי x $f'(x) > g'(x)$? (4) סרטט סקיצה של הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו- $g'(x)$ באותה מערכת צירים.
- ג. נתון: $N(-2, -8)$, $M(2, 8)$. MN הוא אלכסון של מלבן שצלעותיו מקבילות לצירים. הראה שגרף הפונקציה $f'(x)$ מחלק את המלבן לשני חלקים שווים בשטחם.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = x + m \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right)$. הוא פרמטר. m

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון.

ב. (1) מצא את תחום הערכים של m .

(2) הבע את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ באמצעות m , וקבע את סוגה.

ג. הנקודה P נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ושיעוריה אינם תלויים ב- m .

(1) מצא את שיעורי הנקודה P .

(2) מצא את הערך של m שעבורו הנקודה P היא נקודת מינימום של הפונקציה $f(x)$.

הצב את m שמצאת בתת-סעיף ג(2) וענה על הסעיפים ד-ה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{f(x) - x}{x}$. חשב את $\int_1^e g(x) dx$.

בהצלחה!

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג אוילר

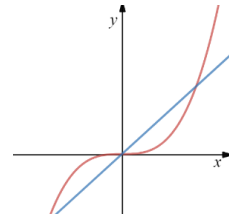
035582 - 2017 - מועד ב'

1. א. $y^2 = 20x$. ב. $k = -5$ (1) $D(15, \sqrt{300})$ (2)

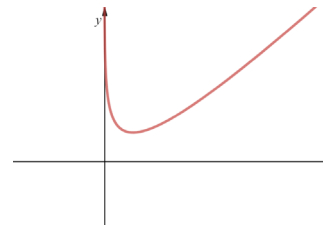
2. א. $\frac{s}{t} = 1$. ב. 24.09, ג. מצטלבים.

3. א. $z_2 = a + \sqrt{3} \cdot ai, z_2 = a - \sqrt{3} \cdot ai$. ב. $z_2 = -2a$, ג. הוכחה.

4. א. $c = -8$. ב. (1) הוכחה (2) $(-2, 8), (0, 0), (2, 8)$ (3) $x > 2$ או $-2 < x < 0$



5. א. $x > 0$. ב. (1) $m > 0$ (2) $\min(m, m(1 - \ln m))$. ג. (1) $P(1, 1)$ (2) $m = 1$



ה. -0.5

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון שני מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

— $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

— $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מן המשגיחים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

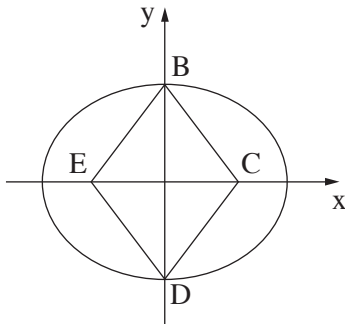
השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתון מעוין BCDE.

הקדקודים B ו-D נמצאים על ציר ה-y,

והקדקודים C ו-E נמצאים על ציר ה-x.

נתון: אורך צלע המעוין הוא 5,

אורך גובהו הוא 4.8,

ואורך האלכסון BD גדול מאורך האלכסון CE.

דרך הקדקודים B ו-D עוברת אליפסה קנונית (ראה ציור), שמוקדה הם הנקודות C ו-E.

א. (1) מצא את השיעורים של קדקודי המעוין.

(2) מצא את משוואת האליפסה.

פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$ חותכת את האליפסה ברביע הראשון בנקודה M.

נתון: שיעור ה-y של M הוא $\sqrt{15}$.

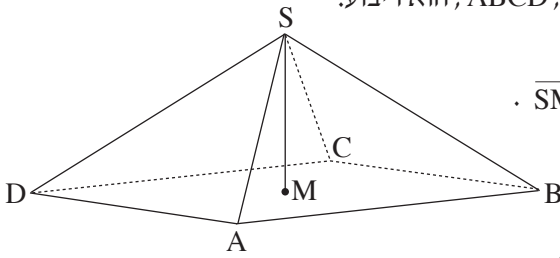
ב. הוכח שמוקד הפרבולה נמצא בנקודה C.

ג. דרך הנקודה E מעבירים ישר המקביל לציר ה-y.

P היא נקודה על הפרבולה שמרחקה מהישר הזה הוא k.

מצא את היחס $\frac{PC}{k}$. הסבר.

2. נתונה פירמידה ישרה $SABCD$, שבסיסה, $ABCD$, הוא ריבוע.



$$\vec{SM} = \frac{1}{2}\vec{SA} + \frac{1}{2}\vec{SC} \quad \text{כך ש- } M \text{ היא נקודה כזו}$$

$$\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC} \quad \text{א. הוכח: (1)}$$

$$\vec{SM} \perp \vec{AC} \quad \text{הוכח ש- (2)}$$

(3) נמק מדוע SM הוא גובה בפירמידה.

נתון: $A(\sqrt{3}, 1, 0)$, $C(-\sqrt{3}, -1, 0)$, הנקודות B ו- D נמצאות במישור $z = 0$ ונפח הפירמידה $SABCD$ הוא 16.

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה M .

(2) מצא את שיעורי הקדקוד S (מצא את שתי האפשרויות).

נסמן את הנקודות שמצאת בתת-סעיף ב(2) ב- S_1 ו- S_2 .

ג. (1) מצא את משוואת המישור AS_1S_2 .

(2) האם נקודה C נמצאת על המישור AS_1S_2 ? נמק.

3. א. מצא את המספרים המרוכבים z המקיימים $z^3 = -1$.
 נסמן את פתרונות המשוואה מסעיף א ב־ z_1, z_2, z_3 .
 נתון כי z_2 הוא ממשי.
- ב. (1) הראה ש־ z_1, z_2, z_3 הם שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית.
 (2) z_1, z_2, z_3 הם שלושת האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית z_n .
 מצא את z_5 , האיבר החמישי בסדרה.
- ג. (1) z_{13}, z_{14}, z_{15} (האיברים ה־ 13, ה־ 14 וה־ 15 בסדרה z_n שמצאת בסעיף ב)
 מיוצגים על ידי הנקודות A, B, C במישור גאוס, בהתאמה.
 חשב את שטח המשולש ABC .
- (2) L, K, M הן שלוש נקודות במישור גאוס המייצגות שלושה איברים עוקבים
 בסדרה z_n .
- הסבר מדוע המשולש KLM חופף למשולש שאת שטחו מצאת בתת־סעיף ג(1).

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

$$4. \quad \text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{e^{x^2} - 2x}{e^{x^2}}.$$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 (4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$$\text{נתונה הפונקציה } g(x) = \frac{1}{f(x)}.$$

היעזר בתשובתיך על סעיף א וענה על סעיף ב.

- ב. (1) הסבר מדוע הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל x .
 (2) מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומה סוגן? נמק את תשובתך.
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
 (4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
 נמק את תשובתך.
 (5) הוסף לסרטוט של גרף הפונקציה $f(x)$ סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

5. נתונה הפונקציה $h(x) = \frac{x+3}{x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של $h(x)$.

ב. מצא את התחום שבו $h(x) > 0$.

בתחום שבו $h(x) > 0$ נתונה הפונקציה $f(x)$ המקיימת: $f'(x) = \frac{h'(x)}{h(x)}$.

נתון שגרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך הנקודה $(2, 3)$,

וידוע שלפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית אחת.

ג. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!

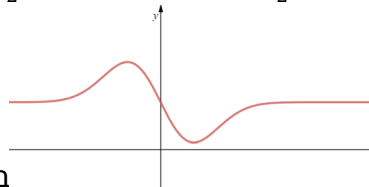
1. א. (1) B(0,4), D(0,4), C(3,0), E(-3,0), (2) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ב. המוקד C(3,0), ג. $\frac{PC}{k} = 1$

2. א. (1) הוכחה (2) הוכחה (3) ... ב. (1) M(0,0,0) (2) S(0,0,6) או S(0,0,-6), ג. (1) $x - \sqrt{3}y = 0$

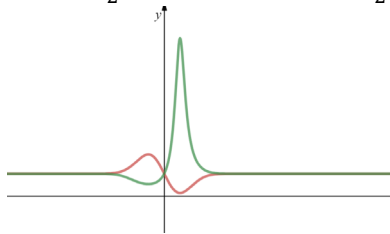
(2) C על המישור

3. א. $z_1 = cis60, z_2 = cis180, z_3 = cis300, z_5 = cis180$ (1) הוכחה (2) ג. (1) 1.299 (2) הוכחה.

4. א. (1) כל x (2) $\min(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0.142)$, $\max(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1.858)$ (3) עלייה - $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ או $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$

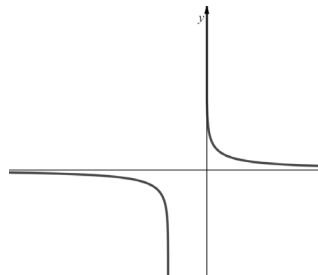


ירידה - $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ (4) $y=1$ (5) ב. (1) אינה f(x) מקבלת ערך של אפס (2) $\min(\frac{\sqrt{2}}{2}, 7.031)$, $\max(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0.538)$ (3) ירידה - $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$



או $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$, עלייה - $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ (4) $y=1$ (5)

5. א. $x \neq 0$, ב. $x < -3, x > 0$, ג. $f(x) = \ln(\frac{x+3}{x})$, ד. $x=0, x=-3, y=0$



ה. עלייה - אין, ירידה $x < -3, x > 0$

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון שני מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

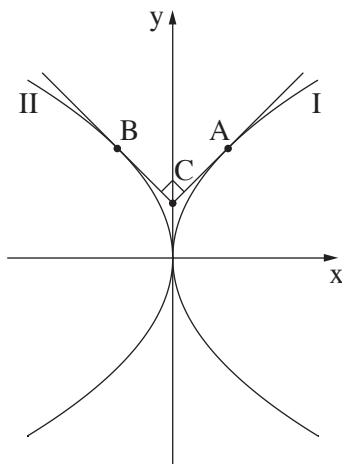
השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים** ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונות שתי פרבולות:

$$I. \quad y^2 = 4x$$

$$II. \quad y^2 = -4x$$

A היא נקודה על פרבולה I.

B היא נקודה על פרבולה II.

הנקודות A ו-B נמצאות מעל ציר ה-x.

העבירו לפרבולות I ו-II משיקים

דרך הנקודות A ו-B, בהתאמה, כמתואר בציר.

נתון ששני המשיקים מאונכים זה לזה ונחתכים בנקודה C,

הנמצאת על ציר ה-y.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

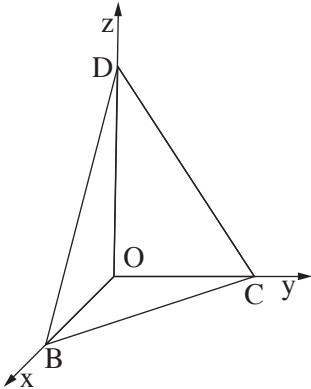
ב. נתון: A, B, C הם שלושה מקדקודיו של ריבוע ACBM.

(1) מצא את שיעורי הקדקוד M.

(2) נתון מעגל שמרכזו M. המעגל משיק לישרים AC ו-BC.

מצא את משוואת המעגל, והסבר מדוע A ו-B הן נקודות ההשקה.

המשך בעמוד 3



2.

נתונה פירמידה משולשת OBCD,

שבה $OD \perp OC$, $OC \perp OB$, $OB \perp OD$,

כמתואר בציור.

נתון: $OD = 6$, $OC = 4$, $OB = 3$.

הנקודות K ו-P נמצאות על המקצועות OB ו-OD בהתאמה,

כך שמתקיים: $OP : PD = 1 : 1$, $OK : KB = 2 : 1$.

דרך הנקודות K ו-P עובר מישור המקביל למקצוע CD

וחותך את OC בנקודה Q.

א. מצא את היחס בין OQ ל-QC. נמק את תשובתך.

ב. מצא את היחס בין נפח הפירמידה OKPQ לנפח הפירמידה OBCD.

ג. מצא את הזווית בין הישר CB למישור KPQ.

3.

z הוא מספר מרוכב. נתונים שני מקומות גאומטריים:

$$I. \quad z\bar{z} + i(z - \bar{z}) + z + \bar{z} = 0$$

$$II. \quad |z|^2 + i(\bar{z} - z) = 0$$

א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של שני המקומות הגאומטריים.

המקומות הגאומטריים הנתונים נחתכים בשתי נקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$

$$(x_1 < x_2)$$

ב. מצא את השיעורים של הנקודות A ו-B.

ג. נתונה הנקודה $P(x_0, y_0)$. הנקודה P נמצאת במרחק שווה מכל הנקודות שעל המקום

הגאומטרי I.

$$\text{נתון: } z_0 = x_0 + y_0 \cdot i$$

הוכח שהמספר הצמוד ל- z_0 נמצא על המקום הגאומטרי II.

ד. נתון: $z_1 = x_1 + y_1 \cdot i$ הם שיעורי הנקודה A שמצאת בסעיף ב).

נתונה סדרה חשבונית שבה האיבר הראשון הוא $5z_1$ וההפרש הוא z_0 .

מצא את כל ערכי n שעבורם S_n (סכום n האיברים הראשונים בסדרה) הוא מספר ממשי

(אם יש כאלה).

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{ax^2 + bx + 2}$. a ו- b הם פרמטרים.

נתון כי הפונקציה זוגית.

א. מצא את b .

לפונקציה יש בדיוק שתי נקודות פיתול.

ב. הוכח כי $a < 0$.

הפונקציה הנתונה קעורה כלפי מטה \cap בתחום $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ וקעורה כלפי מעלה \cup

בתחומים $x > \frac{1}{2}$ ו- $x < -\frac{1}{2}$.

ג. מצא את a .

ד. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.

ו. נתונה הפונקציה $h(x) = f'(x) \cdot f''(x)$. מהו התחום שבו הפונקציה $h(x)$ חיובית?

◀ המשך בעמוד 5

5. נתונות שתי פונקציות:

$$f(x) = \ln(ae^x - be^{2x}), \quad g(x) = \ln(2 - e^x)$$

הם פרמטרים. נתון: $b > 0, a > 0$.

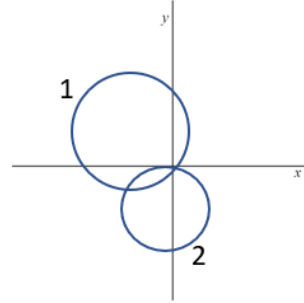
- א. ידוע שלשתי הפונקציות יש אותו תחום הגדרה. הוכח: $a = 2b$.
- ב. ידוע שלשתי הפונקציות יש נקודה משותפת אחת בלבד. נקודה זו היא נקודת הקיצון היחידה של הפונקציה $f(x)$. חשב את a , את b ואת שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$.
- ג. הוכח כי $g(x)$ יורדת וקעורה כלפי מטה \cap בכל תחום הגדרתה.
- ד. הוכח שההפרש בין הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ הוא פונקציה קווית.
- ה. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ (אם יש כאלה).
- (2) סרטט על מערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של שתי הפונקציות. בסרטוט הדגש את גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!

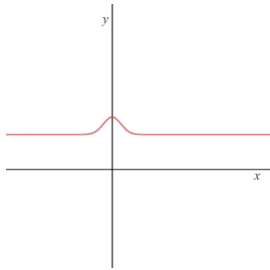
לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

חורף - 2017 - 035582

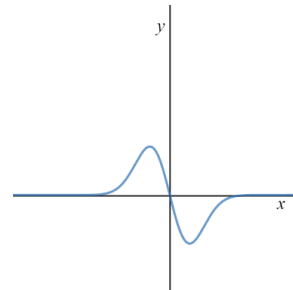
1. פתרון: א. $A(1,2) B(-1,2) M(0,3)$ ב. $x^2 + (y-3)^2 = 2$ ג. 7.35°
 2. פתרון: א. $OQ:QC = 1:1 = 1$ ב. $\frac{1}{6}$ ג. $\frac{1}{6}$



3. פתרון: א. $A(-0.8, -0.4) B(0,0)$ ב. הוכחה ג. $n = 5$ ד. $n = 5$

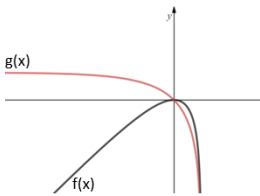


4. פתרון: א. $b = 0$ ב. הוכחה ג. $a = -2$ ד. $y = 0$



- ה. $x < -\frac{1}{2}$ או $0 < x < \frac{1}{2}$

5. פתרון: א. הוכחה ב. $[a = 2, b = 1] MAX (0,0)$ ג. הוכחה $[f(x) - g(x) = x]$



- ד. הוכחה ה. $f(x): x = \ln 2, g(x): x = \ln 2, y = \ln 2$ ה. $f(x): x = \ln 2, g(x): x = \ln 2, y = \ln 2$

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים

מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, מועד ב

מספר השאלון: 035582

נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון שני מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$.

שני ישרים המשיקים לפרבולה בנקודות K ו- L נפגשים בנקודה A,

שהיא נקודת החיתוך של מדריך הפרבולה עם ציר ה- x.

א. (1) הראה כי שיעור ה- x של K שווה לשיעור ה- x של L.

(2) הראה כי המשיקים מאונכים זה לזה.

נתון מעגל, שמרכזו M נמצא על ציר ה- x.

המשיקים לפרבולה הנתונה בנקודות K ו- L משיקים גם למעגל זה בנקודות אלה.

הצב $p = 2$, וענה על הסעיפים ב, ג.

ב. מצא את משוואת המעגל שמרכזו M.

ג. מצא את משוואת המעגל החסום במרובע AKML.

המשך בעמוד 3 ◀

2. נתון מעגל הנמצא במישור π , ומרכזו בראשית הצירים $O(0, 0, 0)$.
 הישר $\ell_1: \underline{x} = (2, 2, 0) + t(1, 2, 1)$ נמצא במישור π , ומשיק למעגל זה בנקודה B.
 א. מצא את השיעורים של הנקודה B.
 ב. הישר $\ell_2: \underline{x} = (0, 1, 1) + s(2, -1, 1)$ חותך את המישור π בנקודה A.
 (1) הראה כי הנקודה A נמצאת על המעגל הנתון.
 (2) מצא את שטח המשולש AOB.

3. א. נתון המספר המרוכב
$$z = \frac{\left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}\right)^3}{\left(\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}\right)^2}$$

- (1) מצא את $|z|$, ואת הארגומנט (הזווית) של z .
 (2) מצא את הערכים של n (n מספר טבעי) שעבורם z^n הוא מספר מדומה טהור.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

- ב. נתון המקום הגאומטרי $|z + \bar{z}| - m(z - \bar{z})| = 40$, m הוא מספר ממשי גדול מ-1.
 (1) זהה את המקום הגאומטרי. נמק.
 (2) הנקודה שמיוצגת על ידי המספר $12 + 8i$ נמצאת על המקום הגאומטרי.
 מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של המקום הגאומטרי עם הצירים.

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

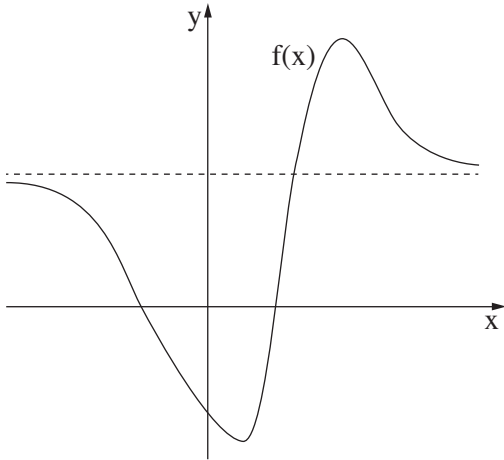
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 9^x - 2 \cdot 3^x - 3$ המוגדרת לכל x .

- א. (1) מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - (2) מצא את האסימפטוטה האופקית לגרף הפונקציה.
 - (3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
 - (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. מצא את השטח מימין לציר ה־ y , המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה־ y ועל ידי האסימפטוטה האופקית. תוכל להשאיר n בתשובתך.
- ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + 4$.
- השטח שמצאת בסעיף ב שווה לשטח מימין לציר ה־ y , המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה־ y ועל ידי הישר $y = k$. מהו הערך של k ? נמק.

המשך בעמוד 5 ◀



5. בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הפונקציות $f''(x)$, $f'(x)$, $f(x)$ מוגדרות לכל x .

לגרף הפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה

אופקית אחת שמשוואתה $y = 1.5e$

כמתואר בציור.

נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הן:

$B(1, -1.5e)$, $A(4, 3e)$

הנקודות $E(5, 2e)$, $D(2, 0)$, $C(-2, 0)$

נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$.

הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מטה \cap בתחום $x < -2$ ובתחום $2 < x < 5$,

וקעורה כלפי מעלה \cup בתחום $x > 5$ ובתחום $-2 < x < 2$.

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, וקבע את סוגן. נמק.

ב. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = \ln[f(x)]$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של $g(x)$ המאונכות לציר ה- x .

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

(4) לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטה אופקית אחת שמשוואתה $y = \ln(1.5e)$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

בהצלחה!

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

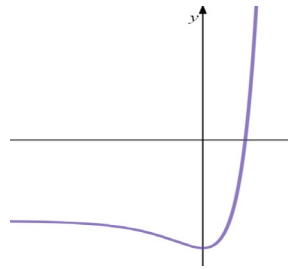
035582 - 2016 - מועד ב'

1. פתרון: א.1. הוכחה א.2. הוכחה ב. $(x-3)^2 + y^2 = 8$ ג. $(x-1)^2 + y^2 = 2$

2. פתרון: א. $(1,0,-1)$ ב.1. הוכחה ב.2. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

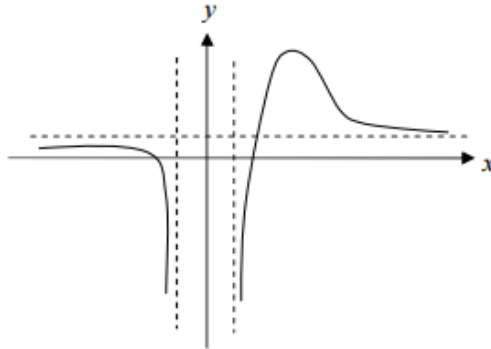
3. פתרון: א.1. $arg = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$, $|z| = 1$ א.2. $2k + 1$ (אי זוגי), $k > 0$
ב.1. אליפסה קנונית ב.2. ציר x $(20,0)$, $(-20,0)$, ציר y $(0, -10)$, $(0, 10)$

4. פתרון: א.1. ציר X $(1,0)$, ציר Y $(0, -4)$ א.2. $y = 3$ (עבור $x \rightarrow -\infty$) א.3. $(0, -4)$



ג.1. $\frac{1}{2 \ln 3} = 0.455$

5. פתרון: א. $MAX: x = 2$, $MIN: x = -2$, $MIN: x = 5$ ב.1. $x < -2$ או $x > 2$
ב.2. $x = 2$, $x = -2$ ב.3. $(4, \ln(3e))$



© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
 מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, 2016
 מספר השאלון: 035582
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית שאלון שני מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
 פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
 $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
 $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
 סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון טרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$).

המשכי השוקיים BC ו- AD נפגשים בראשית הצירים.

השוק BC מונחת על החלק החיובי של ציר ה- x .

הקדקודים A ו- D נמצאים ברביע השלישי.

הבסיס AB מונח על הישר $3x - 4y - 15 = 0$.

גובה הטרפז הוא 6.

היעזר בסרטוט סקיצה של הטרפז במערכת צירים, וענה על סעיפים א ו- ב.

א. מצא את משוואת הבסיס DC .

נתון כי הקדקודים A ו- C נמצאים על מעגל שמרכזו בקדקוד B .

ב. (1) מצא את רדיוס המעגל.

(2) מצא את השיעורים של הקדקוד D .

2. בפירמידה ABCDE שבסיסה ריבוע

$$\text{נתון: } \vec{AD} \perp \vec{DE},$$

הווקטור \vec{AE} יוצר זוויות שוות

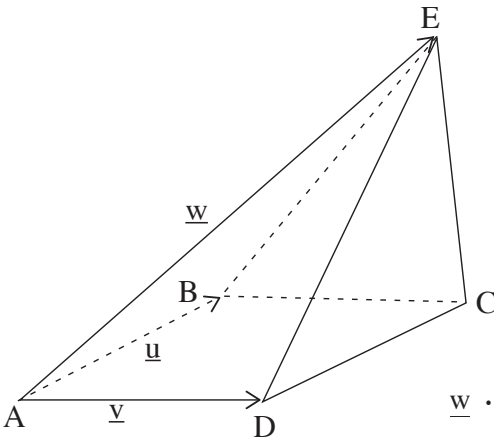
עם הווקטורים \vec{AD} ו- \vec{AB} ,

אורך צלע הבסיס הוא 5.

$$\text{נסמן: } \vec{AD} = \underline{v}, \vec{AB} = \underline{u},$$

$$\vec{AE} = \underline{w}$$

(ראה ציור).



א. מצא את הערך של המכפלה הסקלרית $\underline{w} \cdot \underline{v}$

ושל המכפלה הסקלרית $\underline{w} \cdot \underline{u}$.

הנקודה H נמצאת על המקצוע EC כך ש- $\vec{EH} = \frac{2}{5}\vec{EC}$.

$$\text{נתון: } |\vec{AH}| = 2\sqrt{17}$$

ב. מצא את אורך המקצוע AE.

ג. (1) הראה כי המשולש EDC הוא ישר-זווית, ומצא את שטחו.

(2) מצא את נפח הפירמידה המשולשת AEDC.

◀ המשך בעמוד 4

3. נתון: $z^2 - 2R \operatorname{cis}\theta \cdot z - 3R^2 \operatorname{cis}(2\theta) = 0$, z הוא מספר מרוכב, $0 < \theta < 90^\circ$, R הוא מספר ממשי חיובי.
- פתרונות המשוואה הנתונה הם z_1 ו- z_2 .
- z_1 נמצא ברביע הראשון.
- א. הבע באמצעות θ ו- R את z_1 ואת z_2 .
- ב. מצא את θ .
- נתון כי משוואת הישר העובר דרך z_1 ו- z_2 היא $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$.
- המספר המרוכב z_3 מקיים: $z_3 = \bar{z}_1$.
- ג. (1) סרטט במישור גאוס את המספרים z_1 , z_2 , z_3 .
- (2) נתון כי שטח המשולש z_1Oz_3 הוא $225\sqrt{3}$ (O – ראשית הצירים) מצא את הערך המוחלט של z_2 .

המשך בעמוד 5 ◀

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = -3x^2 \cdot e^{x^3}$.

א. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(4) נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = |f(x)|$.

הוסף סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ לסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. חשב את השטח הסגור בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ובין הישר $x = -1$.

ג. הפונקציות $h(a)$ ו- $t(a)$ מקיימות:

$$a \geq -1, \quad h(a) = \int_{-1}^a f(x) dx, \quad t(a) = \int_{-1}^a g(x) dx$$

מצא את השיעורים של נקודת הפגישה בין הגרפים של הפונקציות $h(a)$ ו- $t(a)$.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{2} - \ln x \right)$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

(2) מצא את השיעורים של נקודת הפיתול של הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה $f(x)$,

וסקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) ברביע הראשון הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ נפגשים בנקודה אחת.

באיזה תחום ערכים נמצא שיעור ה- x של נקודה זו?

ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.

נתון: $g(1) = a$, $g(\sqrt{e}) = b$, $g(e) = c$.

הבע באמצעות a , b , ו- c את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = e$.

בהצלחה!

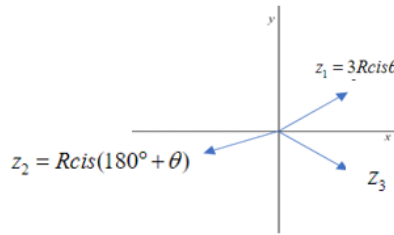
לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

035582 - 2016 - קיץ

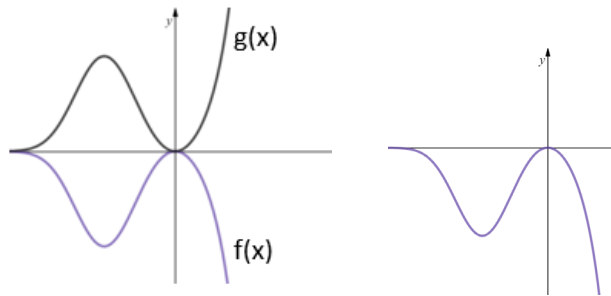
1. פתרון: א. $DC: -3x + 4y + 45 = 0$ ב. $R = 10$ ג. $D(-9, -18)$

2. א. $\underline{w} \cdot \underline{u} = 25$, $\underline{w} \cdot \underline{v} = 25$ ב. $AE = 10$ ג. 17.68 יח"ר ג. 29.46 יחידות נפח

3. פתרון: א. $z_1 = 3Rcis\theta$, $z_2 = Rcis(180^\circ + \theta) = -Rcis\theta$ ב. 30°

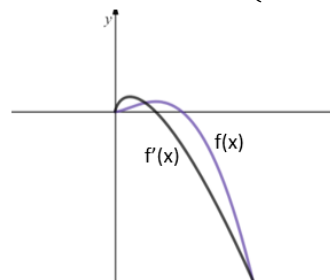


4. א. $(-0.873, -1.175)$ min, $(0,0)$ max ב. $(0,0)$



$(-1,0)$

5. א. $x > 0$ ב. $(1.649, 0)$ ג. $(1, 0.25)$ max ב. $(0.368, 0.368)$ ג. $(0.368, 0.101)$ פיתול



1. ג. $2b - a - c$ ד. $0.368 < x < 1$

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
 מועד הבחינה: חורף תשע"ו, 2016
 מספר השאלון: 35582
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון שני מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
 פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטיטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטיטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

המשך מעבר לדף

ב ה צ ל ח ה !

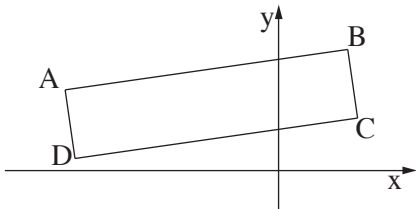
ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. מעגל שמרכזו על ציר ה- x

עובר דרך הנקודות $(1, 4)$ ו- $(-6, 3)$

(שאינן קדקודי המלבן שבציר).

הצלע AB של המלבן $ABCD$ מונחת על ישר

העובר דרך הנקודות האלה.

קדקודי המלבן $ABCD$ נמצאים ברביע הראשון וברביע השני, כמתואר בציר.

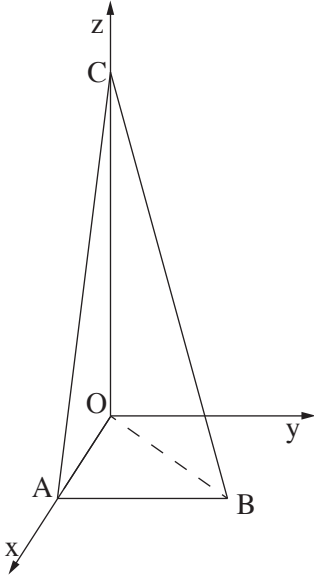
א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- x .

ב. המשכי הצלעות BC ו- AD עוברים דרך נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- x .

נתון כי המרחק של הצלע DC מראשית הצירים הוא $\sqrt{2}$.

מצא את שטח המלבן $ABCD$.

המשך בעמוד 3 ◀



2. נתונה פירמידה AOBK .

המקצוע AO מונח על החלק החיובי של ציר ה- x ,
 המקצוע CO מונח על החלק החיובי של ציר ה- z ,
 והמקצוע AB נמצא במישור $[xy]$, כך ששיעור ה- x
 ושיעור ה- y של הקדקוד B חיוביים
 (ראה ציור).

נתון: $\vec{AC} \cdot \vec{AB} = 0$, $BO = 5$, $CO = 12$, $AO = 3$.

- מהו המצב ההדדי בין הישר AB ובין ציר ה- y ? נמק.
- מצא את הזווית בין המישור CAB ובין המישור $[zy]$.
- נקודה D נמצאת במישור CAB ובמישור $[xy]$
 כך ש- $CB = CD$.
 מצא את הזווית בין הישר CD למישור $[zy]$.

3. המספר המרוכב z_1 נמצא במישור גאוס ברביע הראשון על מעגל שרדיוסו 2 ומרכזו ראשית הצירים O .

המספר המרוכב z_2 נמצא במישור גאוס ברביע השני על מעגל שרדיוסו 4 ומרכזו ראשית הצירים O .

נתון כי הזווית בין הקטע Oz_2 ובין הקטע Oz_1 היא 60° .

המספרים z_1 ו- z_2 הם האיבר הראשון והאיבר השני בסדרה הנדסית בהתאמה.
 z_4 הוא האיבר הרביעי בסדרה זו.

א. הראה כי z_1 ו- z_4 נמצאים על קו ישר אחד העובר דרך ראשית הצירים.

ב. נתון גם: $z_1 \cdot z_4 = -32i$.

מצא את הארגומנט (הזווית) של z_4 .

ג. מצא את שטח המשולש $z_1 z_2 z_4$.

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(ax - 2)}{ax - 2}$, a הוא פרמטר שונה מ-0.

ענה על הסעיפים א ו-ב עבור $a > 0$.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את האסימפטוטה של הפונקציה המאונכת לציר ה- x .

(3) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ענה על הסעיפים ג ו-ד עבור $a < 0$.

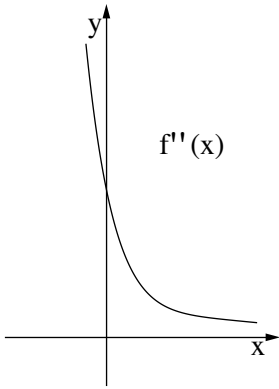
ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. נתון כי האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים נפגשות בנקודה $(-2, 0)$.

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר $x = \frac{e+2}{a}$ (ערוך מספרי).

◀ המשך בעמוד 5



5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{e^x}$, a הוא פרמטר גדול מ-4.

בציור שלפניך נתון הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$.

הגרף של $f''(x)$ אינו חותך את ציר ה- x .

הפונקציה $f''(x)$ מוגדרת לכל x , ויורדת בכל תחום הגדרתה.

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם הצירים (אם יש כאלה).

הבע באמצעות a במידת הצורך.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$

(אם יש כאלה).

(3) האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות פיתול? נמק.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. האם לפונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$ יש נקודות פיתול? נמק.

ג. השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$, על ידי הצירים

ועל ידי הישר $x = 1$, שווה ל- $5 - \frac{8}{e}$.

מצא את הערך של a .

בהצלחה!

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

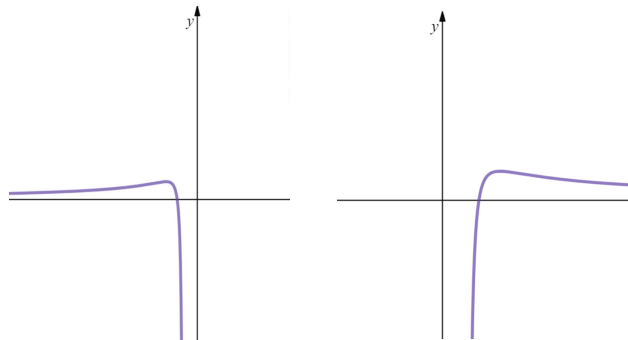
035582 - 2016 - חורף

1. פתרון: א. $(-7,0)$, ב. $(3,0)$ ג. 23.8

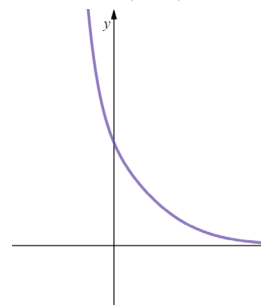
2. פתרון: א. מקבילים ב. 14.04° ג. 13.34°

3. פתרון: א. הוכחה ב. 225° ג. 31.17

4. פתרון: א. $x > \frac{2}{a}$. ב. $x = \frac{2}{a}$. ג. $(\frac{3}{a}, 0)$. ד. $\max(\frac{1}{e}, \frac{e+2}{a})$



5. פתרון: א. $(a,0)$. ב. עלייה: אין, ירידה: כל X א. 3. לא



© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
 מועד הבחינה: קיץ תשע"ה, מועד ב
 מספר השאלון: 317, 035807
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות
 פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
 סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
 שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

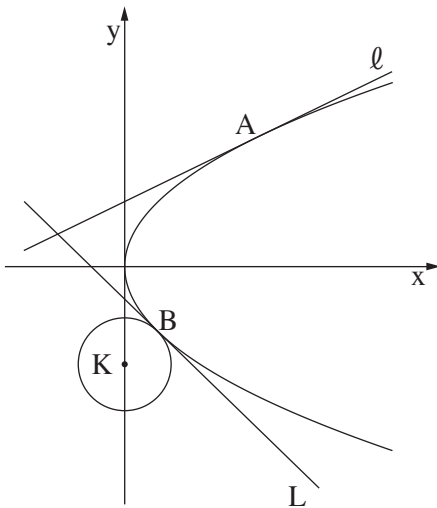
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונה הפרבולה $y^2 = 4x$.

הישרים l ו- L משיקים לפרבולה

בנקודות A ו- B בהתאמה.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון

והנקודה B נמצאת ברביע הרביעי,

כמתואר בציור.

המשיקים נפגשים בנקודה $(-2, 1)$.

א. מצא את השיעורים של הנקודה A ,

ואת השיעורים של הנקודה B .

ב. הפרבולה משיקה בנקודה B למעגל

שמרכזו K נמצא על ציר ה- y (ראה ציור).

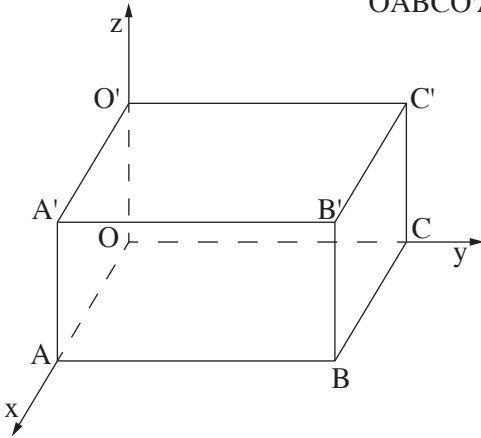
מעגל שמרכזו M משיק לציר ה- y בראשית הצירים ומשיק מבחוץ למעגל שמרכזו K .

המרכז M נמצא משמאל לציר ה- y .

(1) מצא את השיעורים של המרכז K .

(2) מצא את משוואת המעגל שמרכזו M .

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.



2. המקצועות OC , OA ו- OO' של התיבה $OABCO'A'B'C'$

מונחים על הצירים, כמתואר בציור.

נתון כי המישור $2x + y + 2z - 2m = 0$

עובר דרך הקדקודים A , C ו- O' .

m הוא פרמטר גדול מ-0.

א. האם הישר BC' מקביל למישור הנתון

או חותך אותו? נמק.

ב. הישר $O'M$ נמצא במישור הנתון,

ואינו מתלכד עם הישר $O'A$.

(1) האם הישרים BC' ו- $O'M$ מקבילים? נמק.

(2) הבע באמצעות m את המרחק בין הישרים BC' ו- $O'M$.

ג. דרך הקדקודים C' ו- B העבירו אנכים למישור ACO' .

האנכים חותכים את המישור בנקודות E ו- F .

אורך הקטע EF הוא $2\sqrt{2}$.

מצא את הערך של m .

3. א. סרטט במערכת צירים את המקום הגאומטרי המקיים $|z^2 - 3i| = |z^2 - i|$.

z הוא מספר מרוכב.

ב. שני מספרים מרוכבים שונים, z_1 ו- z_2 , נמצאים על המקום הגאומטרי שסרטטת.

המרחק של z_1 מראשית הצירים שווה למרחק של z_2 מהראשית.

נתון: $z_1 = 1 + iy_1$ (y_1 הוא מספר ממשי).

מצא את הארגומנט של z_2 .

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln \frac{a+x}{a-x}$. a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) את שתי האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .

(3) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) את השיעורים של נקודות הפיתול של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. הישר $y = x$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הפיתול שלה.

לפונקציה $f(x)$ ולפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. ציין בגרף את הערכים המספריים של

האסימפטוטות ושל נקודות החיתוך עם הצירים (אם יש כאלה).

5. נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{4e^x}{e^x - 2} + e^x + 4$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = -1$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

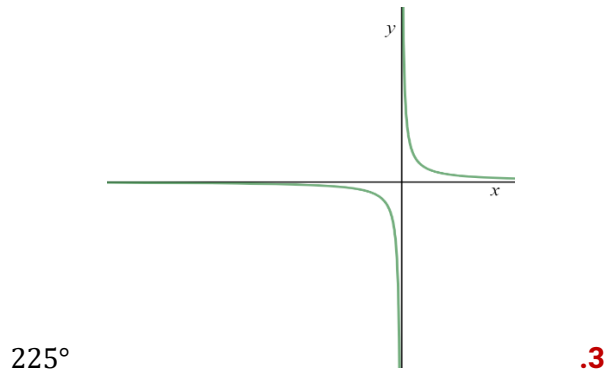
ג. נתונה פונקציה המקיימת $F(x) = \int f(x) dx$ בתחום $x > \ln 2$.

מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $F(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

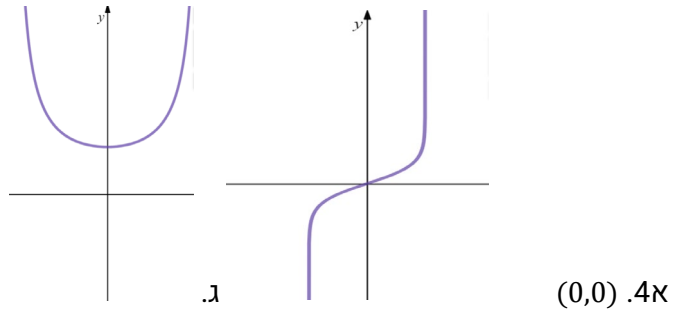
בהצלחה!

1. פתרון: א. $A(4,4)$, $B(1,-2)$ ב. $K(0,-3)$ ב. $(x + 2.47)^2 + y^2 = 6.125$

2. פתרון: א. מקביל. ב. מצטלבים ב. $\frac{2m}{3}$ ג. 2



4. פתרון: א. $-a < x < a$ ב. $x = a, x = -a$ ב. $-a < x < a$ ג. עלייה: $-a < x < a$ ירידה: אין



5. פתרון: א. $x \neq 0.693$ ב. $y = 4$ (עבור $x \rightarrow -\infty$) ב. $x = 0.693$ ג. עלייה $x > 0.693$ או $x < 0.693$ ירידה: אין ד. $(0,9)$, $(1.386,0)$



סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ה, 2015
מספר השאלון: 317,035807
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה פרבולה המקיימת: $y^2 = 2px$, $p > 0$.

נקודה D נמצאת על הפרבולה ברביע הראשון במרחק 8 מציר ה־x.

א. הבע באמצעות p את המרחק של הנקודה D מן המדריך של הפרבולה.

מעבירים שני מעגלים: מעגל ראשון שמרכזו בנקודה D ורדיוסו $p + 4$,

מעגל שני שמרכזו במוקד F של הפרבולה.

המעגל השני משיק מבחוץ למעגל הראשון ומשיק גם לציר ה־y.

ב. היעזר בסעיף א, ומצא את משוואת הפרבולה.

ג. נקודה K נמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת.

דרך הנקודה K העבירו משיק לפרבולה ואנך למשיק.

המשיק והאנך חותכים את ציר ה־x בנקודות T ו־S בהתאמה.

המרחק בין הנקודה T לנקודה S הוא 16.

מצא את השיעורים של הנקודה K. (מצא את שתי האפשרויות.)

בתשובתך תוכל להשאיר שורש במידת הצורך.

2. נתון ישר ℓ שמשוואתו $\underline{x} = (1, 2, -4) + t(1, -2, 2)$.

מישור π מאונך לישר ℓ , וחותר את ציר ה- x בנקודה A .

נקודה A נמצאת על הקרן החיובית של ציר ה- x במרחק 8 מראשית הצירים O .

נקודות B ו- C הן נקודות החיתוך של המישור π עם ציר ה- y ועם ציר ה- z בהתאמה.

א. (1) מצא את האורך של כל אחד מששת המקצועות של הפירמידה $OABC$.

(2) האם הפירמידה $OABC$ היא ישרה? נמק.

ב. נקודה D נמצאת על הקטע AC כך ש- OD חוצה-זווית AOC .

מהו המצב ההדדי בין הישר OD לישר BC ? נמק.

3. נתונה המשוואה $z^n = 8$, z הוא מספר מרוכב, $n > 2$.

א. הוכח כי n הפתרונות של המשוואה הם קדקודים של מצולע משוכלל.

המספרים z_0, z_1, z_2, z_3 הם ארבעה קדקודים עוקבים מבין n הקדקודים של המצולע

שבסעיף א (לפי סדר המספרים הרשום).

z_0 הוא מספר ממשי וחיובי. נמצא במישור גאוס ברביע הראשון.

נתון: $z_0 \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = -\sqrt{8}i$.

ב. מצא את הערך של n .

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = a \cdot x \cdot e^{-\frac{x^2}{8}}$ המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

ב. (1) הבע באמצעות a (במידת הצורך) את השיעורים של נקודות הקיצון

של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x

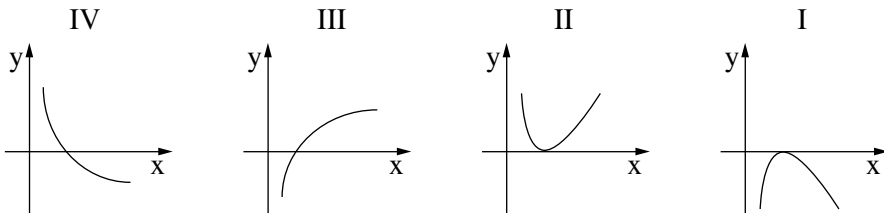
ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = -1$, אם נתון כי $a = 2$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = [f(x)]^2$.

מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

◀ המשך בעמוד 5

5. נתונה הפונקציה $f(x) = a \cdot x \cdot \ln x - x^2$, a הוא פרמטר גדול מ-0.
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. הראה כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד, והבע את שיעור ה- x שלה באמצעות a .
- ג. איזה מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך מתאים לגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$? נמק.



- ד. (1) אם שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של $f(x)$ שווה ל-0, מצא את הערך של a .
- (2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור הערך של a שמצאת.
- (3) האם עבור הערך של a שמצאת, יש לפונקציה $f(x)$ נקודות קיצון? נמק.
- ה. מצא עבור אילו ערכים של a שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של $f(x)$ גדול מ-0.

בהצלחה!

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג אוגוסט קל

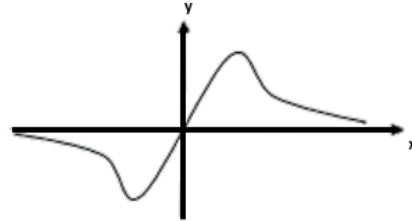
035582 - 2015 - קיץ

1. א. $\frac{32}{p} + \frac{p}{2}$ ב. $y^2 = 8x$ ג. $(6, -\sqrt{48}), (6, \sqrt{48})$

2. א. $AO = 8, BO = CO = 4, AB = AC = \sqrt{80}, BC = \sqrt{32}$ ב. הפירמידה אינה ישרה. ב. מצטלבים.

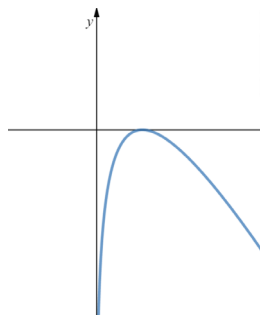
3. א. הוכחה ב. $n = 8$.

4. א. הוכחה ב.1 $\min(-2, \frac{-2a}{\sqrt{e}})$ ב.2 $\max(2, \frac{2a}{\sqrt{e}})$



ג. 1.88

ד. $x_{MAX} = -2, x_{MIN} = 0, x_{MAX} = 2$



5. א. $x > 0$ ב. $x = \frac{a}{2}$ ג. גרף V . ד. $a = 2$

3. לא ה. $a > 2$

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ה, 2015
מספר השאלון: 317,035807
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
חומר עזר מותר בשימוש: סה"כ – 100 נקודות
- ג. (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

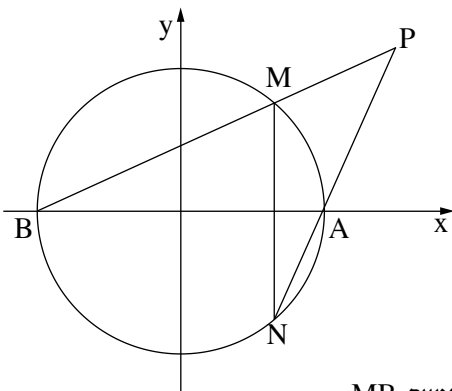
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 = 25$.

המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות A ו-B.

MN הוא מיתר במעגל, המאונך לציר ה- x .

א. הישרים MB ו-NA נפגשים

בנקודה $P(x, y)$, כמתואר בציור

(MN אינו מונח על ציר ה- y).

(1) נסמן: $M(x_0, y_0)$.

הבע באמצעות x_0 ו- y_0 את משוואת הישר MB,

ואת משוואת הישר NA.

(2) הראה כי המקום הגאומטרי של הנקודות $P(x, y)$, הנוצרות באופן שתואר,

מקיים את המשוואה: $y^2 = x^2 - 25$.

ב. אם המיתר MN מונח על ציר ה- y , מצא את רדיוס המעגל החסום במרובע MBNA.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

/המשך בעמוד 3 /

2. נתון משולש שקדקודיו הם: $A(-10, 3, 11)$, $B(-2, -5, -5)$, $C(1, 1, 1)$.

גובה המשולש לצלע AB הוא CD .

א. מצא את השיעורים של הנקודה D .

ב. נתונה הנקודה $E(-1, 5, -2)$.

מהי הזווית בין הישר CE :

(1) לישר AB ?

(2) לישר BC ?

(3) למישור ABC ?

ג. חשב את הזווית בין הישר ED לבין המישור ABC . נמק.

3. א. פתור את המשוואה: $|z|i + 2z = \sqrt{3}$.

z הוא מספר מרוכב.

ב. המספר המרוכב z_1 הוא הפתרון של המשוואה שבסעיף א.

z_1 הוא קדקוד הראש של משולש שווה־שוקיים, החסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים.

z_2 ו־ z_3 הם שני הקדקודים האחרים של המשולש.

נתון: $z_2 = 1$.

המספר המרוכב w מקיים: $w = z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$.

חשב את הסכום $w + w^2 + w^3 + w^4 + \dots + w^{4n}$.

n הוא מספר טבעי.

/המשך בעמוד 4 /

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{2^x - m} + 2^{m-x}$,

ונתונה הפונקציה $g(x) = f'(x) \cdot f(x)$ המקיימת:

$$g(2) = -\frac{3}{4} \ln 2$$

m הוא פרמטר.

ידוע כי הפונקציה $g(x)$ עולה לכל x .

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הצירים (מצא ערך מספרי).

5. נתונה פונקציית הנגזרת: $f'(x) = \frac{\ln(-x) + 2}{x}$

א. מצא את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, וקבע את סוגה.

ג. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

לפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = -\frac{1}{f'(x)}$.

היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא:

(1) את תחום ההגדרה של $g(x)$.

(2) את השיעורים של נקודת הקיצון של $g(x)$, וקבע את סוגה.

בהצלחה!

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

חורף - 2015 - 035582

1. א. $NA: y = \frac{y_0}{5-x_0}x - \frac{5y_0}{5-x_0}, MB: y = \frac{y_0}{x_0+5}x + \frac{5y_0}{x_0+5}$

ב. $\sqrt{12.5} = 3.535$ הוכחה

2. א. $D(-4.5, -2.5, 0)$ ב. 90° ג. 39.23°

3. א. $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ ב. 0

4. 3.0625

5. א. $x < 0$ ב. $\min(-\frac{1}{e}, -e)$ ג. $x_{\min} = -\frac{1}{e^2}$ ד. $x < 0, x \neq -\frac{1}{e^2}$
 2. $\min(-\frac{1}{e}, \frac{1}{e})$

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן