

4 יח"ל - מבוא - אלגברה

אלגברה בסיס ומשוואות

1. קבעו בכל סעיף האם השוויון נכון או לא נכון

א. $x \cdot x = 2x$ ב. $x \cdot x = x^2$ ג. $2x + x = 3x$

ד. $2x \cdot 2x = 4x$ ה. $x + x = 2x$ ו. $3x \cdot x = 3x^2$

ז. $x \cdot x = x$ ח. $5x \cdot 2x = 10x^2$ ט. $2x \cdot 2x = 4x^2$

2. פשטו את הביטויים הבאים על ידי כינוס איסורים דומים

דוגמה: $a^2 + a(2a - 1) + 3a = a^2 + 2a^2 - a + 3a = 3a^2 + 2a$

א. $7m + 6 - 6m - 5$ ב. $3 - 5x - x + 5$

ג. $2x + 4y + x - 4y$ ד. $5x^2 - 4x + x^2 + 5x$

ה. $41 - 2(5y - 9) - 4y - 21$ ו. $x^2 + 2x \cdot 3x + 4$

3. נתון הביטוי הבא: $\frac{1}{2} \cdot (4x + 10)$

עידו אמר, שאפשר לרשום את הביטוי כך: $2x + 10$

אילן אמר, שניתן לרשום את הביטוי כך: $2x + 5$

אחד מהם צודק, מי הוא? נמקו

4. נתון הביטוי הבא: $-3(4a - 7)$

קבעו מי מהביטויים הבא שקול לביטוי הנתון

(1) $12x - 10$ (2) $12x - 21$ (3) $-12x + 21$

5. הפתחו את הסוגרים בעזרת חוק הפילוג

דוגמה: $4x \cdot (3x - 2y) = 4x \cdot 3x - 4x \cdot 2y = 12x^2 - 8xy$

א. $5(x + 2)$ ב. $-2(x + 3)$ ג. $\frac{1}{2}(40 - 8x)$

ד. $-3(x - 2)$ ה. $\frac{1}{3}(-6x + 9)$ ו. $-4(-3 - 3x)$

ז. $2x(3x - 2)$ ח. $-3x(-x + 2y)$ ט. $3(2x^2 - 1)$

6. מבלי לפתור על ידי "ניחוש" קבעו בכל סעיף את הפתרון של המשוואה

א. $x + 1 = 6$ (1) $x = 6$, (2) $x = 5$, (3) $x = -1$

ב. $x - 1 = 7$ (1) $x = 8$, (2) $x = 3$, (3) $x = 11$

ג. $4 \cdot x = 12$ (1) $x = 7$, (2) $x = -3$, (3) $x = 3$

7. נתונה המשוואה הבאה: $x + 2 = 5$

קבעו איזה דרך פתרון נכונה משתי הדרכים המוצגות

דרכ 1	דרכ 2
<p>נחסיר 2 משני צידי במשוואה על מנת לשמור על השוויון</p> $x + 2 = 5$ $x + 2 - 2 = 5 - 2$ $x = 3$	<p>נחסיר 2 מצד שמאל</p> $x + 2 = 5$ $x + 2 - 2 = 5$ $x = 5$

8. נתונה המשוואה הבאה: $-3x = 12$

קבעו איזה דרך פתרון נכונה משתי הדרכים המוצגות

דרך 1

$$-3x = 12$$

נוסיף לשני צידי המשוואה -3 על מנת לשמור

על השוויון

$$-3x + 3 = 12 + 3$$

$$x = 15$$

דרך 2

$$-3x = 12$$

נחלק ב-3 את שני צידי המשוואה על מנת

לשמור על השוויון

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{12}{-3}$$

$$x = -4$$

דוגמאות:

$$-2x - 7 = 12 \quad /+7$$

$$-2x = 19 \quad /:(-2)$$

$$x = -9.5$$

$$4 - x = -5 \quad /-4$$

$$-x = -9 \quad /:(-1)$$

$$x = 9$$

$$-3x = 21 \quad /:(-3)$$

$$x = -7$$

9. פתרו את המשוואות הבאות

א. $x + 3 = 9$

ב. $6x = 3$

ג. $12 = 3x - 6$

ד. $2x - 6 = x$

ה. $-x + 6x = 4x$

ו. $-8 = -4x + 4$

ז. $-2 \cdot x + 6 = 10$

ח. $3 \cdot (x - 2) = 9$

ט. $5(3 - x) = 5$

י. $7 = 2x - 1$

יא. $-3 + 3x = 17 + 5x$

יב. $1 - 6x = -x$

דוגמה לפתרון משוואה:

$$2(3a - 5) = -4(-a + 4) + 7$$

שלב 1: פתיחת סוגרים

$$6a - 10 = 4a - 16 + 7$$

שלב 2: כינוס איברים בכל צד של המשוואה

$$6a - 10 = 4a - 9$$

שלב 3: פישוט המשוואה

$$6a - 10 = 4a - 9 \quad /+10$$

$$6a = 4a + 1 \quad /-4a$$

$$2a = 1 \quad /:2$$

$$a = \frac{1}{2}$$

10. פתרו את המשוואות הבאות

ז. $7m + 6 + 2m = +11 - 6m - 5$ ח. $3 - 5x - 3(x + 1) = 4$

ט. $3(a - 5) = 2(a + 4) + 7$ י. $5x - 2(x - 6) = -4(3x - 2) + 19$

יא. $41 - (5y - 9) = -4y - 21$ יב. $1 + 8x^2 = 1 - 4(-2x - 3)x + x$

יג. $-19x - 7 = (-3 - x)20$ יד. $4t(t - 2) - 9 = -3t - (-4t^2 - 1)$

11. פתרו את המשוואות הבאות

א. $-3\left(\frac{1}{3}x - 2\right) - \frac{1}{2}(4x - 6) = 3$ ב. $1 - 10\left(\frac{x}{5} - 1\right) = 12$

ג. $20\left(\frac{x}{10} - \frac{2}{5}\right) = -\frac{3}{4}(-8 + 4x)$ ד. $x - \left(\frac{x}{8} - 1\right) = 15$



דוגמה:

$$2(2x - 3)^2 - 2x = 8(x - 3)(x + 3) + 12$$

בעזרת נוסחאות

הכפל המקוצר

$$2((2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2) - 2x = 8(x^2 - 3^2) + 12$$

$$2(4x^2 - 12x + 9) - 2x = 8(x^2 - 9) + 12$$

$$8x^2 - 24x + 18 - 2x = 8x^2 - 72 + 12$$

$$-26x = -78 \rightarrow x = 3$$

12. פתרו את המשוואות הבאות

א. $(x - 2)(x + 4) = x(x - 3) + 2$

ב. $(2x - 2)(3x + 4) = (x - 3)(6x + 5)$

ג. $(x - 3)^2 - 4x = (x + 5)^2$

ד. $2(x + 8)^2 - 2x = 3(x + 5)^2 + 53$

ה. $(2x - 5)^2 = 3x + (2x - 3)^2$

ו. $-18(x - 2)^2 = 2x - 2(3x - 1)(3x + 1) - 4$

ז. $(3x - 2)(3x + 2) = 8x(x - 7) + 56x$

ח. $(3x - 2)(3x + 2) = 9x(x - 7) + 17$

13. פתרו את המשוואות הבאות

א. $2(5x - 2)^2 - 30x = 50x(x - 3)$

ב. $(-x - 2)(-x + 4) = \frac{1}{4}(2x - 2)(2x + 2)$

ג. $(2 - x)(2 + x) - 4x = -1 - (x + 5)^2$

ד. $2(3x - 1)^2 - 4x + 1 = 11x^2 + 7(x + 5)^2$

ה. $(3x - 2)^2 - 4 = 4x^2 + (2x - 3)^2$

ו. $-3(x - 5)^2 - 8x^2 = 1 - 6x - 3(2x - 3)^2$

דוגמה

$$\frac{2x - 1}{3} - \frac{x - 3}{12} = \frac{5 - x}{8}$$

לאחר מכנה משותף של 24 נקבל:

$$\frac{8 \cdot (2x - 1)}{24} - \frac{2 \cdot (x - 3)}{24} = \frac{3 \cdot (5 - x)}{24}$$

נעת כאשר יש מכנה משותף נוכל לרשום את המשוואה:

$$8 \cdot (2x - 1) - 2 \cdot (x - 3) = 3 \cdot (5 - x)$$

$$16x - 8 - 2x + 6 = 15 - 3x$$

$$14x = 17 - 3x$$

$$x = 1$$

14. פתרו את המשוואות הבאות

א. $\frac{4}{21} = -\frac{x}{7}$

ב. $\frac{2x}{5} = \frac{14}{20}$

ג. $\frac{x-8}{3} = 2$

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדזר

$$\text{ד. } 7 \cdot \frac{6-x}{4} = 14 \quad \text{ה. } \frac{2x-1}{4} = \frac{3}{8} \quad \text{ו. } \frac{3}{5} \cdot \frac{7x+4}{4} = \frac{3}{5}$$

15. פתרו את המשוואות הבאות

$$\text{א. } \frac{x-2}{4} + \frac{-x-3}{3} = 1 \quad \text{ב. } \frac{x-2}{6} - \frac{2x+4}{5} = 1 - \frac{x+8.4}{4}$$

$$\text{ג. } \frac{2-x}{4} + \frac{5x-10}{6} - \frac{x-4}{5} = 2\frac{7}{10} \quad \text{ד. } \frac{3x-4}{3} - \frac{5x-1}{9} = \frac{2x+4}{6}$$

$$\text{ה. } -\frac{5}{12} \left(\frac{6}{4} + \frac{12}{5}x \right) - \frac{1}{3}(1-5x) = 1 \quad \text{ו. } 1 - \frac{(3x+2)}{7} = x - \frac{2x-3}{6} + 1$$

דוגמה - פתרון מערכת משוואות בשני נעלים

שיטת השוואת מקדמים	שיטת ההצבה
$\begin{cases} x - 2y = 9 \\ x + y = 6 \end{cases}$ <p>בתרגיל זה ניתן לראות שאם נחסיר מהמשוואה הראשונה את המשוואה השנייה נקבל משוואה בנעלם אחד, כיוון שהמשתנה x ירד (נחסיר אברים דומים בנפרד).</p> $x - x - 2y - y = 9 - 6$ <p>נקבל:</p> $-3y = -3$ $y = -1$ <p>לאחר שמצאנו את שיעור ה-y נציב אותו באחת המשוואות (ניתן להציב בכל אחת משתי המשוואות) ונקבל את שיעור ה-x</p> $x + (-1) = 6$ <p>נעביר אגפים ונקבל</p> $x = 7$ <p>לכן התשובה הסופית היא (7,-1)</p>	$\begin{cases} x - 2y = 9 \\ x + y = 6 \end{cases}$ <p>נבודד את x במשוואה הראשונה:</p> $\begin{cases} x = 2y + 9 \\ x + y = 6 \end{cases}$ <p>נעת נציב את הביטוי שקיבלנו במשוואה השנייה</p> $(2y + 9) + y = 6$ $2y + 9 + y = 6$ $3y + 9 = 6$ $3y = -3$ $y = -1$ <p>לאחר שמצאנו את שיעור ה-y נציב באחת המשוואות (ניתן להציב בכל אחת משתי המשוואות) ונקבל את שיעור ה-x</p> $x = 2 \cdot (-1) + 9 = 7$ <p>נעביר אגפים ונקבל</p> $x = 7$ <p>לכן התשובה הסופית היא (7,-1)</p>

16. פתרו בכל סעיף את מערכת המשוואות

א. $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} -x + 2y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ ג. $\begin{cases} 2x - 4y = 2 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$



$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - 2y = 11 \end{cases} \text{ .א} \quad \begin{cases} y - x = 7 \\ x + y = 1 \end{cases} \text{ .ה} \quad \begin{cases} -x + 4y = 7 \\ x + 5y = 2 \end{cases} \text{ .ד}$$

$$\begin{cases} 3x + \frac{1}{2}y = 13 \\ \frac{1}{2}x - 5y = -8 \end{cases} \text{ .ו} \quad \begin{cases} x + \frac{1}{3}y = 7 \\ x = y - 5 \end{cases} \text{ .ח} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}x - 2y = 3 \\ x + y = 6 \end{cases} \text{ .ז}$$

$$\begin{cases} 3x + 6y = 9 \\ \frac{1}{2}x - 2y = -5 \end{cases} \text{ .יב} \quad \begin{cases} \frac{1}{6}x - \frac{1}{3}y = 2 \\ -3x = 6y - 12 \end{cases} \text{ .יא} \quad \begin{cases} -4x - 5y = -16 \\ 3x + 7y = 25 \end{cases} \text{ .י}$$

17. פתרו בכל סעיף את מערכת המשוואות (תחילה יש לעשות מכנה משותף)

$$\begin{cases} \frac{3x-y}{4} + \frac{y}{5} = 2 \\ -\frac{2x}{6} + \frac{7y-5}{3} = \frac{1}{3} \end{cases} \text{ .ב} \quad \begin{cases} \frac{2x+y}{7} - \frac{y}{5} = \frac{36}{35} \\ \frac{x+1}{2} + \frac{y-5}{6} = 2 \end{cases} \text{ .א}$$

$$\begin{cases} \frac{2x+y}{3} = \frac{y-1}{4} \\ 2y - 5x = 15 \end{cases} \text{ .ד} \quad \begin{cases} \frac{x-4}{5} - \frac{x-2y}{2} = \frac{-y-6}{8} + \frac{29}{5} \\ \frac{2x-1}{9} - \frac{1+y}{12} = -\frac{1}{36} \end{cases} \text{ .ג}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{x-y}{3} \\ 2x - y = 7 \end{cases} \text{ .א} \quad \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 2 \\ \frac{x+y}{5} - \frac{2x-y}{4} = 1 - \frac{x}{6} \end{cases} \text{ .ה}$$

$$\begin{cases} \frac{2x-3}{2} + \frac{(-5y+1)}{8} = 4 \\ \frac{x+1}{3} - \frac{3y-1}{4} = 4 \end{cases} \text{ .ח} \quad \begin{cases} 7x - 2y = 15 \\ \frac{2x+3y}{5} - 2 = \frac{x}{3} \end{cases} \text{ .ז}$$

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדזר

פתרון משוואות ריבועיות (ממעלה שניה)

18. פתרו את המשוואות הבאות

$$(x + 4)(x - 5) = 0 \rightarrow x = -4, x = 5$$

(הפתרונות של המשוואה למעשה מאפסים כל אחד מסוגרים)

א. $(x - 2)(x - 3) = 0$ ב. $x(x - 5) = 0$ ג. $(x + 2)(x - 1) = 0$

ד. $(x + 9)(x - 6) = 0$ ה. $(2x - 1)(2x - 1) = 0$ ו. $-x(x - 3) = 0$

דוגמאות

דוגמה לתרגיל 20

$$\begin{aligned} 2x^2 - 18 &= 0 \\ 2x^2 &= 18 \quad /:2 \\ x^2 &= 9 \quad / \sqrt{} \\ x_1 &= 3, x_2 = -3 \end{aligned}$$

דוגמה לתרגיל 19 (הוצאת גורם משותף)

$$\begin{aligned} 2x^2 - 10x &= 0 \\ 2x \cdot (x - 5) &= 0 \\ x_1 &= 0 \quad x_2 = 5 \end{aligned}$$

19. פתרו את המשוואות הבאות

א. $5x^2 - 10x = 0$ ב. $2x^2 + 6x = 0$ ג. $-x^2 - 8x = 0$

ד. $-3x^2 + 18x = 0$ ה. $2x^2 + x = 0$ ו. $-x^2 = 25x$

20. פתרו את המשוואות הבאות

א. $3x^2 - 12 = 0$ ב. $2x^2 + 7 = 0$ ג. $-x^2 + 25 = 0$

$$120x^2 - 30 = 0 \quad .1$$

$$-75 = -3x^2 \quad .ה$$

$$18 = 2x^2 \quad .ד$$

פתרון משוואה בעזרת טרינום פשוט

המטרה - להפוך ביטוי של $x^2 + 5x + 4$ למכפלה $(x - 1)(x - 4)$

פירוק טרינום מבצעים בשני שלבים

אם הביטוי לפירוק הוא:

$$x^2 + bx + c$$

שלב 1: נמצא שני מספרים x_1 ו- x_2 העונים על התנאים הבאים

$$(1) \quad x_1 \cdot x_2 = c$$

$$(2) \quad x_1 + x_2 = b$$

שלב 2 - נציב אותם בתבנית הבאה: $(x + x_1)(x + x_2)$

דוגמה:

$$x^2 - 9x + 14$$

נחפש 2 מספרים שעונים על הדרישות

עדיף למצוא קודם 2 מספרים של מכפלה, ואז להתאים לסכום -

בדוגמה שלנו (2 ו-7 מכפלה 14)

$$(1) \quad \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = 14$$

$$(2) \quad \underline{\quad} + \underline{\quad} = -9$$

אפשר לראות שהמספרים המתאימים הם

$$(1) \quad -2 \cdot -7 = 14$$

$$(2) \quad -2 + -7 = -9$$

לכן נוכל לרשום ש:

$$x^2 - 9x + 14 = (x - 2)(x - 7)$$

21. מצאו בכך סעיף 2 מספרים העונים על שני התנאים בכל סעיף

- א. $2_ + 4_ = 6$, $2_ \cdot 4_ = 8$
 ב. $_ + _ = 7$, $_ \cdot _ = 10$
 ג. $_ + _ = -8$, $_ \cdot _ = 12$
 ד. $_ + _ = -3$, $_ \cdot _ = 2$

22. בכל סעיף השלימו את החסר לפי שיטת הטריונום הפשוט

- א. $x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - _)$
 ב. $x^2 - 4x + 3 = (x - _)(x - 3)$
 ג. $x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + _)$
 ד. $x^2 - 10x + 16 = (x - _)(x - _)$

23. השלימו את החסר

<p>סכום</p> <p>מכפלה</p> $x^2 - 4x + 3 = 0$ $\begin{cases} -3 \cdot -1 = 3 \\ -3 + -1 = -4 \end{cases}$ $(x - 3)(x - _) = 0$ $x = 3, x = 1$	<p>סכום</p> <p>מכפלה</p> $x^2 - 5x + 6 = 0$ $\begin{cases} -2 \cdot -3 = 6 \\ -2 \pm 3 = -5 \end{cases}$ <p>2 המספרים שמקיימים את 2 התנאים שצריכים</p> $(x - 2)(x - 3) = 0$ $x = 2, x = 3$
<p>מכפלה</p> $x^2 - 6x + 8 = 0$ $\begin{cases} -4 \cdot -2 = 8 \\ _ + _ = -6 \end{cases}$ $(x - 4)(x - _) = 0$ $x = _, x = _$	<p>מכפלה</p> $x^2 + 4x + 3 = 0$ $\begin{cases} 1 \cdot 3 = 3 \\ 1 + 3 = 4 \end{cases}$ $(x + 1)(x + _) = 0$ $x = -1, x = _$
$x^2 - 10x + 16 = 0$ $\begin{cases} -2 \cdot -8 = _ \\ _ + _ = -10 \end{cases}$ $(x - _)(x - _) = 0$ $x = _, x = _$	$x^2 + 7x + 12 = 0$ $\begin{cases} 3 \cdot 4 = 12 \\ _ + _ = 7 \end{cases}$ $(x + _)(x + _) = 0$ $x = _, x = _$

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדור

$$x^2 + 11x + 30 =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = 30 \\ \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \end{array} \right.$$

$$(x + 5)(x - \underline{\quad}) = 0$$

$$x = \underline{\quad}, x = \underline{\quad}$$

$$x^2 - 9x + 14 =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -7 \cdot \underline{\quad} = 14 \\ \underline{\quad} + \underline{\quad} = -9 \end{array} \right.$$

$$(x - \underline{\quad})(x - \underline{\quad}) = 0$$

$$x = \underline{\quad}, x = \underline{\quad}$$

24. פתרו את המשוואות בעזרת טרינום

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \rightarrow (x - 2)(x - 5) = 0 \rightarrow x = 2, 5 \text{ דוגמה:}$$

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| א. $x^2 - 6x + 8 = 0$ | ב. $x^2 + 5x + 4 = 0$ | ג. $x^2 - 7x + 10 = 0$ |
| ד. $x^2 + 8x + 7 = 0$ | ה. $x^2 - 10x + 16 = 0$ | ו. $x^2 - 3x + 2 = 0$ |
| ז. $x^2 - 12x + 20 = 0$ | ח. $x^2 + 9x + 14 = 0$ | ט. $x^2 - 17x + 42 = 0$ |

25. פתרו את המשוואות הבאות

$$x^2 - 4x - 12 = 0 \rightarrow (x - 6)(x + 2) = 0 \rightarrow x = 6, -2 \text{ דוגמה:}$$

- | | | |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|
| א. $x^2 - 3x - 4 = 0$ | ב. $x^2 - 2x - 8 = 0$ | ג. $x^2 + 5x - 14 = 0$ |
| ד. $x^2 - 2x - 15 = 0$ | ה. $x^2 + x - 6 = 0$ | ו. $x^2 + 3x - 18 = 0$ |
| ז. $x^2 - 2x - 63 = 0$ | ח. $x^2 - 16x - 36 = 0$ | ט. $x^2 - 9x - 70 = 0$ |
| י. $x^2 + x - 72 = 0$ | יא. $x^2 - 6x - 16 = 0$ | יב. $x^2 + x - 420 = 0$ |

26. פתרו את המשוואות

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| א. $-x^2 - 6x + 7 = 0$ | ב. $5x^2 - 18x + 20 = 0$ |
| ג. $12 - 19x = -5x^2$ | ד. $-3x^2 - 20x = -7$ |

$$5y + 2 + 3y^2 = 0 \quad .1$$

$$64x^2 + 80x + 25 = 0 \quad .ה$$

פתרון משוואות על ידי פירוק דו שלבי

דוגמות:	
דוגמה 2	דוגמה 1
$x^4 - 8x^2 + 16 = 0$	$x^3 - 7x^2 + 10x = 0$
$(x^2 - 4)^2 = 0$	$x(x^2 - 7x + 10) = 0$
$(x - 2)^2(x + 2)^2 = 0$	$x(x - 2)(x - 5) = 0$
$x_1 = -2, x_2 = 2$	$x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 5$

27. פתרו את המשוואות הבאות - העזרו תחילה בגורם משותף

$$x^3 + 5x^2 - 14x = 0 \quad .י.ד$$

$$x^3 - 8x^2 + 12x = 0 \quad .י.ג$$

$$3x^3 - 12x = 0 \quad .ט.ז$$

$$2x^3 - 6x^2 = 0 \quad .ט.ו$$

$$3x^3 + 6x^2 - 45x = 0 \quad .י.ח$$

$$x^3 - x^2 - 6x = 0 \quad .י.ז$$

$$x^4 - 2x^3 - 8x^2 = 0 \quad .כ.$$

$$-5x^3 - 20x = 0 \quad .י.ט$$

$$x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \quad .כ.ב$$

$$x^4 - 9x^2 = 0 \quad .כ.א$$

$$x^9 - x^3 = 0 \quad .כ.ד$$

$$16x^2 - 72x^2 + 81 = 0 \quad .כ.ג$$

28. פתרו את המשוואות

$$(1 - 2x)(1 - x) = -2 + x(7 - x) \quad .ב.$$

$$2x + 12 + x(2 - x) = 0 \quad .א.$$

א. $x^2 - 4 = (x + 2)(8 - x) - 3x$ ד. $17 - (a + 3)^2 = a^2 - 6a$

ה. $(2x - 3)^2 - x = (3x - 2)^2 + 1$ ו. $x(x + 2)^2 = (x^2 - 1)(x + 2)$

פתרון למשוואה $ax^2 + bx + c = 0$

נוסחת השורשים: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$

דוגמה

$$-3x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$a = -3, b = 5, c = -2$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-2)}}{2 \cdot (-3)} =$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{-6} = \frac{-5 \pm 1}{-6} =$$

$$x_1 = \frac{-5 + 1}{-6} = -\frac{2}{3}, \quad x_2 = \frac{-5 - 1}{-6} = 1$$

29. פתרו את המשוואות הבאות בעזרת נוסחת השורשים (דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה)

א. $x^2 - 5x + 6 = 0$ ב. $x^2 + 6x + 9 = 0$

ג. $x^2 - 5x + 9 = 0$ ד. $2a^2 - 7a - 18 = 0$

ה. $-x^2 + 8x + 12 = 0$ ו. $3a^2 - 7a + 12 = 0$

ז. $x^2 - 2x - 13 = 0$ ח. $x^2 - 6x - 40 = 0$

30. פתרו את המשוואות הבאות בעזרת נוסחת השורשים (דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה)

א. $x^2 = x + 6$ ב. $12 = 8x - x^2$

ג. $3x^2 = x + 14$ ד. $2a^2 = 4a - 11$



שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדזר

$$6 - 7x = 3a^2 \quad .1$$

$$-x^2 - 8x = 9 \quad .ה$$

משוואות עם מכנה כולל פירוק לגורמים

$$\frac{x}{x^2 - 5x + 6} - \frac{6}{x^2 - x - 6} = \frac{x+1}{x^2 - 4} \quad \text{דוגמה: נתונה המשוואה הבאה:}$$

תחילה נפרק את הביטויים במכנה, מכיוון שיש אולי ביטויים דומים.

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2) \quad - \text{ בעזרת נוסחאות הכפל המקוצר}$$

$$x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3) \quad - \text{ בעזרת טרינום פשוט}$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x + 3) \quad - \text{ בעזרת טרינום פשוט}$$

כעת נרשום את התרגיל לאחר הפירוק לגורמים

$$\frac{x}{(x - 2)(x - 3)} - \frac{6}{(x + 2)(x - 3)} = \frac{x + 1}{(x - 2)(x + 2)}$$

ניתן לראות שיש משותף בין הביטויים ולכן נוכל לומר המכנה המשותף יהיה:

$$(x - 2)(x + 2)(x - 3) \quad \text{כאשר הוא כולל בתוכו את כל הביטויים.}$$

קעת גם נוכל לכתוב שקבוצת ההצבה של המשוואה היא: $x \neq 2, 3, -2$

קעת נכפול כל ביטוי על מנת להגיע למכנה משותף

$$\frac{x}{(x-2)(x-3)} - \frac{6}{(x+2)(x-3)} = \frac{x+1}{(x-2)(x+2)}$$

ונקבל (אין צורך לרשום את המכנה המשותף מכיוון שכל הביטויים מכילים את אותו המכנה

$$x(x+2) - 6(x-2) = (x-3)(x+1)$$

$$x^2 - 4x + 12 = x^2 - 2x - 3$$

$$9 = 2x$$

$$4.5 = x$$

הערות חשובות

1. כאשר באחד האיברים של המשוואה מכיל חזקה במכנה, אז המכנה המשותף יכלול את החזקה.

לדוגמה: $\frac{1}{(x-3)(x-4)} + \frac{1}{(x-3)^2} = \frac{4}{7}$, המכנה המשותף יהיה: $7(x-3)^2(x-4)$

2. אם ביטוי במכנה באחד האיברים של המשוואה מכיל x בלבד, אז מכנה המשותף יכלול אותו

לדוגמה: $\frac{1-x}{(x-4)} - \frac{1}{x-5} = \frac{5}{x}$, המכנה המשותף יהיה: $x(x-5)(x-4)$

16. פתרו את המשוואות הבאות

ב. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} = -0.5$

א. $\frac{1}{x-8} - \frac{5}{3x} = -1$

ד. $\frac{35x}{28x-9} + \frac{3}{x+2} = 2$

ג. $\frac{6x}{3x-8} + \frac{5}{x-5} = 1$

ו. $\frac{2x-3}{3} - \frac{15}{x-4} = \frac{x-1}{4}$

ה. $x + \frac{1}{x} = 2$

17. פתרו את המשוואות הבאות על ידי פירוק לגורמים

ב. $\frac{3}{x} + \frac{x-6}{4x} = \frac{1}{x-4}$

א. $\frac{2x+2}{x-1} = \frac{8x}{4x-12} - \frac{6}{x-3}$

ד. $\frac{(2x-1)}{x-3} - 1 = -\frac{7}{2x-6}$

ג. $\frac{1}{x-2} - \frac{3}{2-x} = \frac{12}{x}$



$$\frac{11}{2x-14} = -\frac{14}{2x-14} - \frac{(4x+1)}{x-4} \quad .ג$$

$$2 - \frac{1}{2x-1} + \frac{21}{8x-4} = \frac{3}{4} \quad .ה$$

18. פתרו את המשוואות הבאות

$$\frac{5x}{2x-x^2} - \frac{1}{x^2-4} = \frac{x+3}{x+2} \quad .ב$$

$$\frac{6}{x-5} = 8 - \frac{2x+10}{x^2-25} \quad .א$$

$$-\frac{8x}{35x+105} - \frac{2x+6}{x^2-9} = \frac{2}{x-3} \quad .ד$$

$$-\frac{2x}{5(2x-3)} = \frac{x+3}{2x+3} + \frac{2}{4x^2-9} \quad .ג$$

$$\frac{x-3}{x^2-49} = \frac{1}{x-7} + \frac{12}{x^2+7x} \quad .ו$$

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{4x^2-100} = \frac{2}{10-2x} \quad .ה$$

$$\frac{1}{3x-x^2} + \frac{1}{4x+8} = \frac{2x+2}{2x^2-2x-12} \quad .ה$$

$$\frac{2x}{x^2-9} - \frac{3}{x^2+4x+3} = \frac{x}{x^2-3x} \quad .ז$$

$$\frac{1}{2x^2+2x} = \frac{1}{3x^2-3x} - \frac{1}{x^2+x-2} \quad .י$$

$$\frac{1}{3x^2-48} + \frac{1}{x^2-7x+12} + \frac{1}{21-7x} = 0 \quad .ט$$

19. פתרו את המשוואות הבאות

$$\frac{x}{x^2+x-20} - \frac{2x-1}{x^2-25} = 0 \quad .ב$$

$$\frac{1}{15x-3} - \frac{1}{10x+2} = \frac{x+1}{25x^2-1} \quad .א$$

$$\frac{2x}{x^2+2x+1} + \frac{1}{1-x^2} = \frac{1}{2x-2} \quad .ד$$

$$-\frac{1}{x^2-3x} - \frac{x}{x^2-9} + \frac{x-3}{x^3-6x^2+9x} = 0 \quad .ג$$

$$\frac{49}{294-6x^2} = \frac{1}{(x-7)^2} + \frac{6}{x^2+7x} \quad .ו$$

$$\frac{x+12}{x^2-x-2} - \frac{x}{2-x} = \frac{x}{x+1} \quad .ה$$

$$\frac{1}{x^2-6x+9} - \frac{3x}{2x^2+4x-30} = \frac{3}{x+5} \quad .ח$$

$$\frac{3}{x^2-9} + \frac{1}{x^2+4x+3} = -\frac{1}{(x-3)^2} \quad .ז$$



20. פתרו בכל סעיף את מערכת המשוואות

$$\begin{cases} x = 2y \\ 2x^2 + y^2 = 36 \end{cases} \text{ ב.}$$

$$\begin{cases} x \cdot y = -6 \\ xy + y^2 = -2 \end{cases} \text{ א.}$$

$$\begin{cases} x + y - 18 = 0 \\ (y + 3)(6 - x) = -26 \end{cases} \text{ ד.}$$

$$\begin{cases} 3x - 6y = 13 \\ 3x(x + y) = 80 \end{cases} \text{ ג.}$$

$$\begin{cases} x = -y \\ x(-2 + x) + 4y(1 + y) = 27 \end{cases} \text{ ו.}$$

$$\begin{cases} x \cdot y = -3.5 \\ (y - 4)(2 + x) = 4.5 \end{cases} \text{ ה.}$$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ 2x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \text{ ח.}$$

$$\begin{cases} x \cdot y = 2(2y + 6) \\ x \cdot y = (x - 3)(y + 3) \end{cases} \text{ ז.}$$

$$\begin{cases} x^2 = 2yx \\ 5x^2 + 4xy = 28 \end{cases} \text{ י.}$$

$$\begin{cases} 2x^2 = y^2 + 17 \\ 25 - 2x^2 = 7y^2 \end{cases} \text{ ט.}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2yx \\ 2x^2 + y^2 = 75 \end{cases} \text{ יב.}$$

$$\begin{cases} x^2 + 9y^2 = 6yx \\ x^2 + y^2 = 90 \end{cases} \text{ יא.}$$

כיתה ט' - יחידה 4 - משוואות - אלגברה - פתרון

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.
8. א. 6, ב. 0.5, ג. 6, ד. 6, ה. 0, ו. 3, ז. 2, ח. 5, ט. 2, י. 4, יא. 10, יב. 1/5
9. א. 0, ב. -0.5, ג. 30, ד. 1, ה. 71, ו. 0, ז. -53, ח. -2
10. א. 2, ב. -1/2, ג. 2.8, ד. 16
11. א. 2, ב. -7/15, ג. -4/5, ד. 0, ה. 16, ו. 1, ז. -2, ח. 1/3
12. א. -0.1, ב. -3.5, ג. -5, ד. -2, ה. -3, ו. -7, ז. 7
13. א. 14, ב. 1.75, ג. 4/3, ד. -2, ה. 1.25, ו. 0
14. א. -30, ב. 2, ג. 8, ד. 17, ה. $2\frac{15}{16}$, ו. $-\frac{33}{46}$
15. א. (2,3), ב. , ג. , ד. (-3,1), ה. (-3,4), ו. (4, -3.5), ז. (6,0), ח. (4,9), ט. (4,2), י. (-1,4), יא. (8,-2), יב. $(-\frac{4}{3}, \frac{13}{6})$
16. א. (4,2), ב. (2.75,1.25), ג. (3,6), ד. (-1,5), ה. (6,4), ו. (2.8, -1.4), ז. (3,3), ח. (3.5,-3)
17. א. 2,0, ב. -3,0, ג. -8,0, ד. 6,0, ה. $-\frac{1}{2}, 0$, ו. -25,0
18. א. -2, ב. 2, ג. -5, ד. -3, ה. -5, ו. $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

19. א. 2,3 , ב. 3 , ג. 1,4 , ד. 2,9- , ה. 2,6- , ו. 3,4 , ז. 5,7- , ח. 4,10- , ט. 6,7-

י. 5,10-

20. א. 1,7- , ב. אין פתרון, ג. 3,4/5 , ד. 7,1/3- , ה. 5,8- , ו. 1,2/3-

21.

22. א. 2,6- , ב. 3,1/3 , ג. 2,5- , ד. 2,2- , ה. 1,4/5 , ו. 1,2-

23. א. 2,3 , ב. 3- , ג. אין פתרון, ד. 2,22- , ה. 1,29 , ו. 1,17 , ז. 4,74 , ח. 0,84 , ט. 2,74-

י. 4,10-

24.

25. א. 2,6 2/3 , ב. 1,2- , ג. 4,6 2/3- , ד. 3,1/7- , ה. 1 , ו. 9,16/5-

26. א. אין פתרון, ב. 4,6- , ג. 3 , ד. 5,5- , ה. 1,2- , ו. 6,19/8-

27. א. 6 , ב. 1,5- , ג. 1,2,5- , ד. 7,7- , ה. 4,0 , ו. 42/11 , ז. 2 , ח. 8,3/3- , ט. 12 1/3 , י. 10/7-

28. א. 11/11- , ב. 2 , ג. אין פתרון, ד. 1/3- , ה. 3 , ו. 63/13 , ז. 3/5 , ח. 11/9 , ט. 4

29. א. (3,-2), (-3,2) , ב. (-4,-2), (4,2) , ג. (-32/9, -71/18), (5,1/3) , ד. (8,10), (19,-1) , ה. (-1/2, 7)

(-3,1) , ו. (-1,8,1,8), (3,-3) , ז. (0,-3), (7,4) , ח. (2,-5), (-2,5), (2,5), (-2,-5) , ט. (-3,-1), (3,1)

י. (-3,1), (3,-1) , יא. (-2,-1), (2,1) , יב. (-5,-5), (5,5), (9,3), (-9,-3)