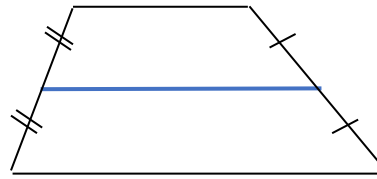


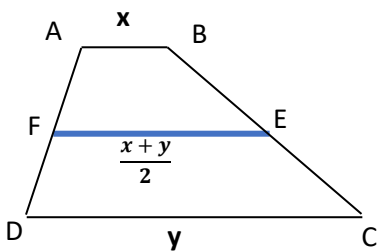
כיתה ט - יחידה 23 - קטע אמצעים בטרפז



תכונות קטע אמצעים בטרפז

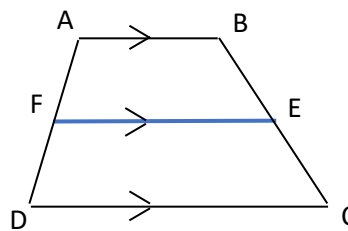
ארכו שווה למחצית מסכום אורכי הבסיסים

$$\frac{AB + DC}{2} = FE$$



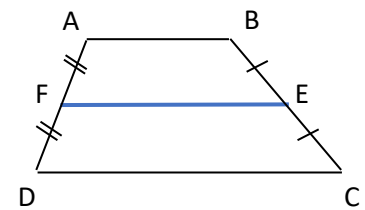
קטע אמצעים בטרפז מקביל לבסיסי הטרפז

$$FE \parallel AB \parallel DC$$



קטע אמצעים בטרפז חוצה את שוקי הטרפז (הגדרה)

$$EC = BE \text{ ו- } FD = AF$$

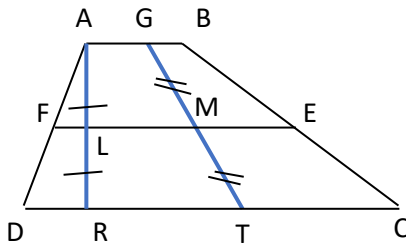


מסקנה מתכונותיו של קטע אמצעים

קטע האמצעים חוצה כל קטע החותך אותו.

נתון: קטע אמצעים בטרפז ABCD

ניתן להסיק: $MT = GM$ ו- $LR = AL$



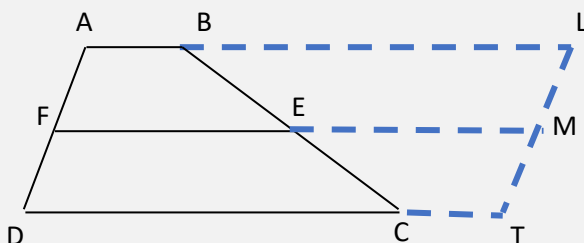
פירוט התכונה השלישית:

את המשפט השני (אורך קטע אמצעים שווה למחצית סכום הבסיסים) ניתן להוכיח בעזרת השלמת הטרפז למקבילית, כמתואר באיור מס' 3

ניתן לראות ש- $DT = FM = AL$

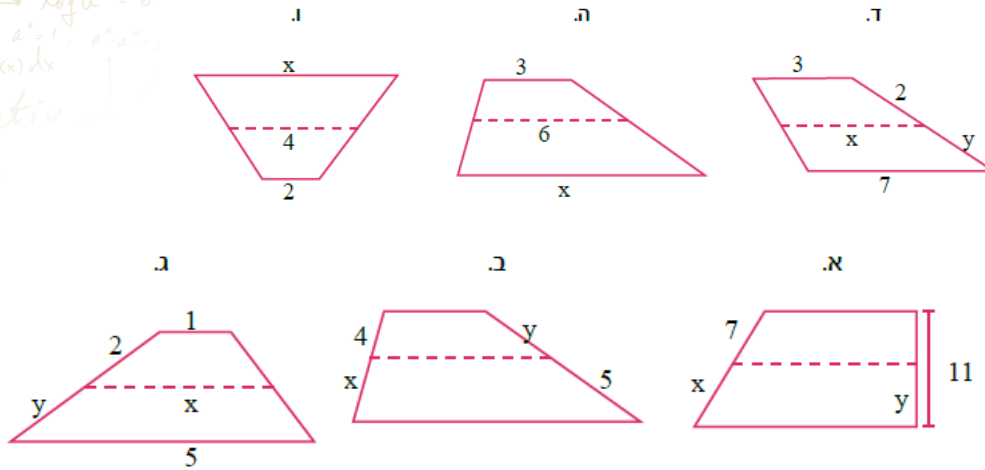
ולכן ניתן להגיד ש: $FM = \frac{AL + DT}{2}$

ונובע ש: $FE = \frac{AB + DC}{2}$ (מאחר ו- $AB = CT$, $DC = BL$, $FE = EM$)

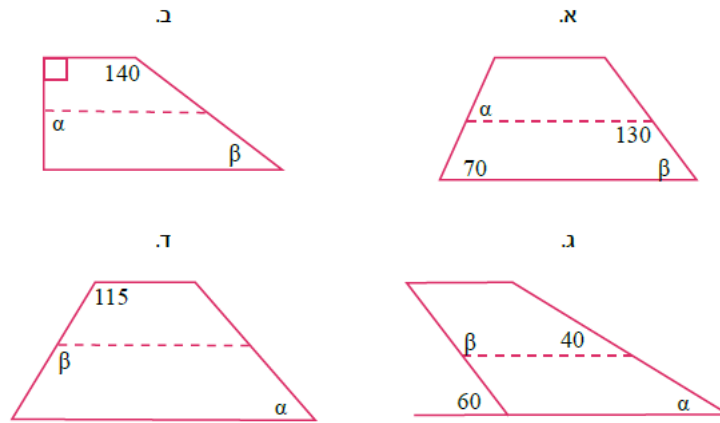


לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - **התמחות 5 יח"ל**
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

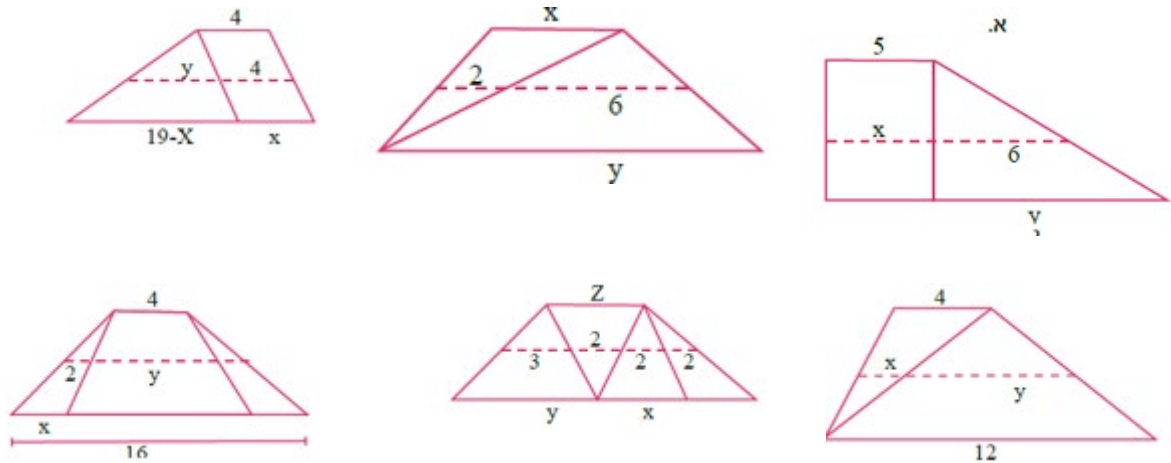
1. הקטע המקווקו בכל סרטוט הוא קטע אמצעים - מצאו את ערכם של x ו- y



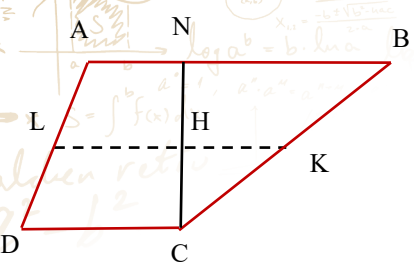
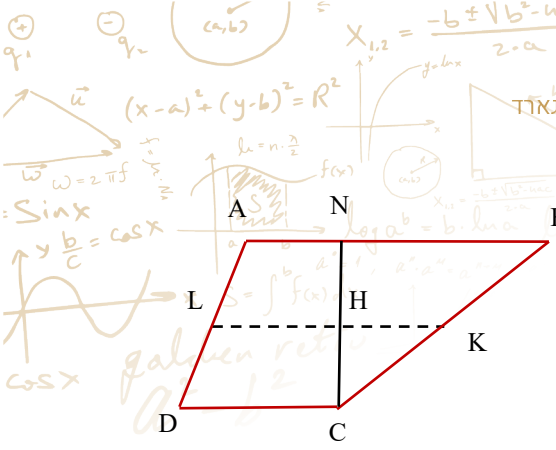
2. הקטע המקווקו בכל סרטוט הוא קטע אמצעים - מצאו את ערכם של x ו- y



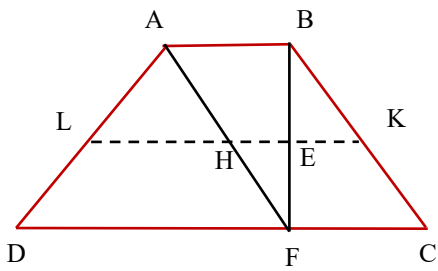
3. הקטע המקווקו בכל סרטוט הוא קטע אמצעים - מצאו את ערכם של x ו- y



© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

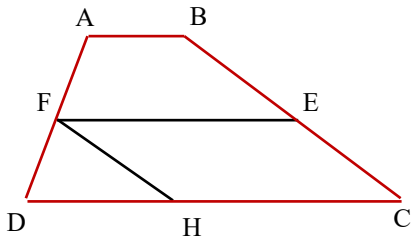


4. נתון בטרפז ABCD ש- LK הוא קטע אמצעים.
הקטע CN חותך את בסיסי הטרפז בנקודות N ו-C ואת קטע האמצעים בנקודה H כמתואר בציור.
נתון: $CD = 6$ ס"מ, $LH = HK = 4$ ס"מ.
חשבו את אורך: AN, NB.

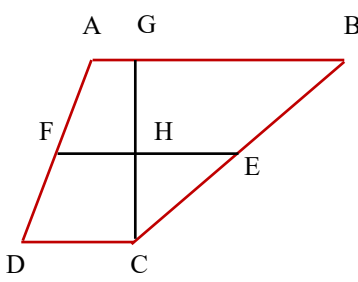


5. נתון בטרפז ABCD ש- LK הוא קטע אמצעים. הקטעים AF ו-BF חותכים את LK בנקודות H ו-E בהתאמה, כמתואר בציור.
נתון: $HE = 2$ ס"מ, $LH = 5$ ס"מ ו- $EK = 2.5$ ס"מ.
חשבו את אורכי: FC, AB, DF.

6. FE הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD ו-FH מקביל לשוק BC וחותך את DC.
נתון: $EC = 6$ ס"מ, $DC = 15.5$ ס"מ ו- $AB = 3.5$ ס"מ.
א. מצאו את אורך FE.
ב. איזה סוג מרובע הוא FECH? נמקו.
ג. חשבו את היקף FECH.

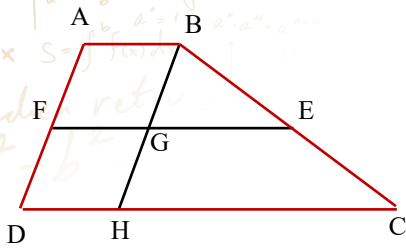


7. FE הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD ו-CG מאונך לבסיס AB וחותך את FE בנקודה H. נתון: $AB = 12$ ס"מ, $DC = 4.8$ ס"מ.
א. חשבו את אורך FE.
נתון גם ש- $FH = 4$ ס"מ
ב. חשבו את אורך GB.



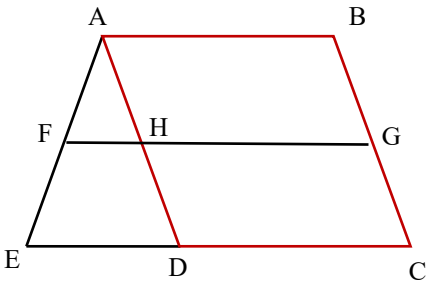
© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

8. FE הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD ו-BH מקביל לשוק AD וחותך את FE בנקודה G.
 נתון: $AD = 8$ ס"מ, $FG = 5$ ס"מ.
 א. איזה סוג מרובע הוא GHDF? נמקו.
 ב. חשבו את היקף GHDF.
 ג. נתון גם ש- $EC = 6.5$ מ"מ ו- $FE = 7$ ס"מ. חשבו את אורך HC ואת היקף משולש BHC.



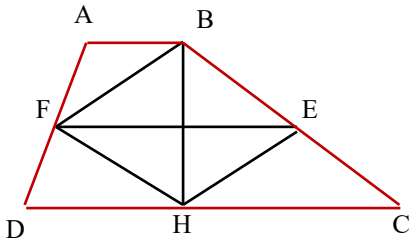
9. ABCD הוא מקבילית.

- הנקודות G, H הן אמצעי הצלעות AD, BC, בהתאמה.
 א. הוכח כי $AF = FE$.
 ב. נתון: $AB = 6$ ס"מ, $FH = 2$ ס"מ. חשבו את אורך EC.



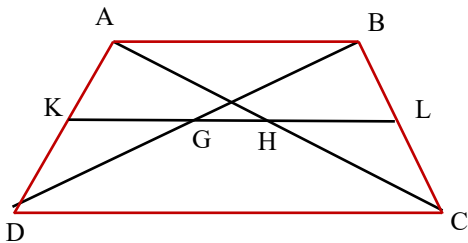
10. FE הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD.

- BH מאונך לבסיס DC וחוצה את הזווית FHE.
 הוכיחו המרובע BFHE הוא מעוין.



11. נתון טרפז ABCD, חוצה את שווקי הטרפז AD ו-BC ו-L.

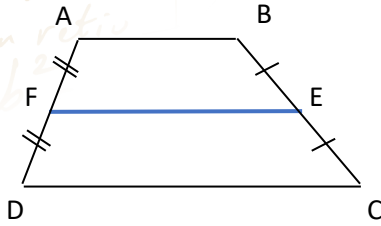
- בהתאמה בנקודות K ו-L.
 אלכסוני הטרפז AC ו-BD חותכים את הקטע KL בנקודות H ו-G.
 נתון שאורך הקטע BA הוא 13 ס"מ ואורך הקטע KL הוא 16 ס"מ.
 מצאו את אורך הבסיס DC ואורך הקטע GH.



תנאים מספיקים לקטע אמצעים

אם קטע חוצה את שוקיי הטרפז, אז הקטע הוא קטע אמצעים

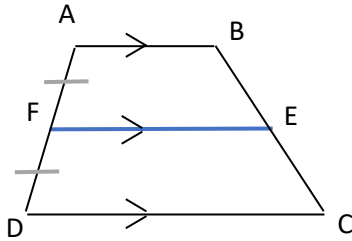
אם בטרפז: $EC=BE$ ו- $FD=AF$
אז FE הוא קטע אמצעים



אם קטע מקביל לבסיסי הטרפז וחוצה שוק אחת של הטרפז, אז

הקטע הוא קטע אמצעים

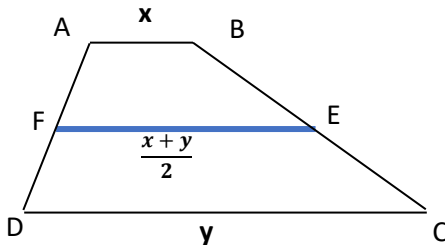
אם בטרפז $FE \parallel DC$ ו- $FD=AF$
אז FE הוא קטע אמצעים



אם ארכו של קטע שווה למחצית מסכום אורכי הבסיסים

ומקביל להם, אז הקטע הוא קטע אמצעים

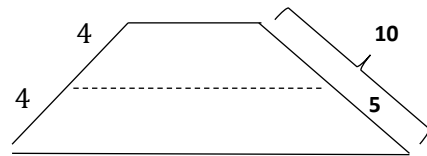
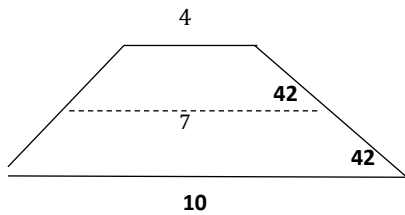
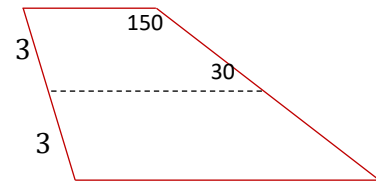
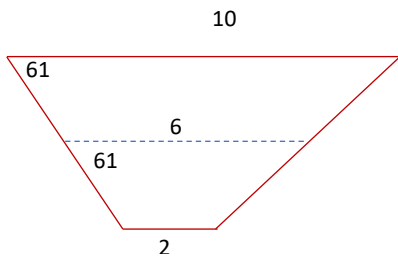
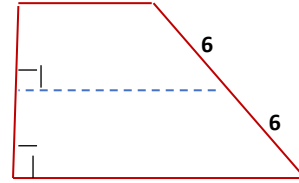
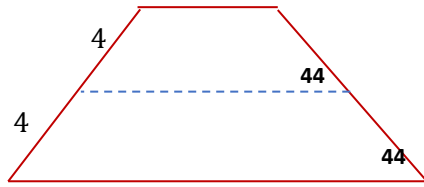
אם בטרפז $FE \parallel DC$ ו- $FE = \frac{AB+DC}{2}$
אז FE הוא קטע אמצעים



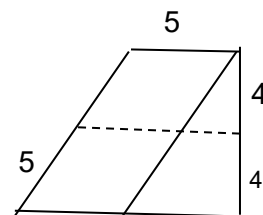
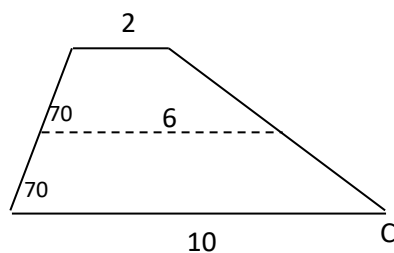
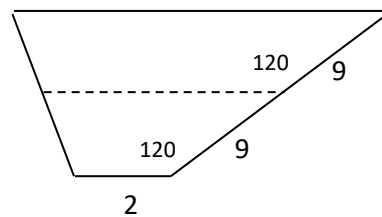
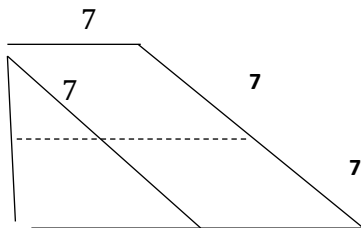
קטע אמצעים בטרפז – המשך תרגול

1. נתון בכל אחד מהסעיפים טרפז.

ע"פ הנתונים בכל סעיף, קבע האם הקטע המקווקו בכל תרגיל הוא קטע אמצעים.



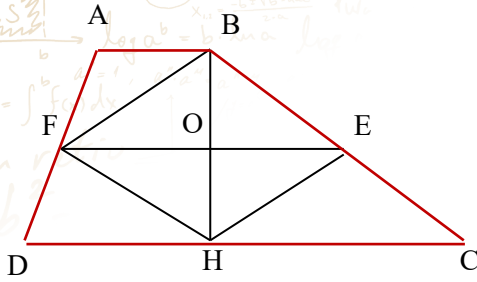
2. קבע האם הקטע המקווקו בכל תרגיל הוא קטע אמצעים בטרפז או שלא ניתן לדעת.



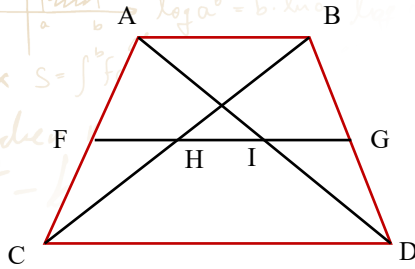
© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

דוגמה לפתרון מלא

FE הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD. BH מאונך
בסיס DC וחוצה את זווית FHE,
הוכיחו המרובע BFHE הוא מעוין



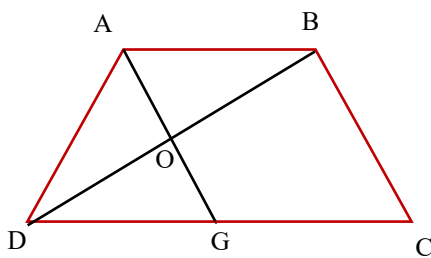
נימוק	טענה	
נתון	FE קטע אמצעים	1
קטע אמצעים חוצה את שוקי הטרפז	EC=BE	2
נתון	BH \perp DC	3
תיכון ליתר שווה למחציתו	BE=EH	4
קטע אמצעים מקביל לבסיסי הטרפז	FE \parallel DC	5
זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים	$\sphericalangle BOE = \sphericalangle BHC = 90$	6
נובא מ-4	$\triangle BEH$ משולש שווה שוקיים	7
גובה במשולש שווה שוקיים הוא גם תיכון	OH=BO	8
אם במשולש הגובה והתיכון מתלכדים אז המשולש הוא שווה שוקיים (3 ו-8)	FH=FB	9
נתון (BH חוצה זווית FHE)	$\sphericalangle FHB = \sphericalangle BHE$	10
אם במשולש הגובה וחוצה הזווית מתלכדים אז המשולש הוא שווה שוקיים (3 ו-10)	$\triangle FHE$ משולש שווה שוקיים	11
שוקיים שווים במשולש שווה שוקיים	FH=HE	12
כלל המעבר	FH=HE= EB=FB	13
מרובע שכל צלעותיו שוות הוא מעוין	מרובע BFHE מעוין	14



12. FG הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD.

נתון: $AB = 2a$, $HI = FH = IG$.

הביעו באמצעות a את אורכי הקטעים CD, FG .



13. ABCD הוא טרפז (AB מקביל DC), משולש שווה ADB (AB מקביל DC), משולש שווה

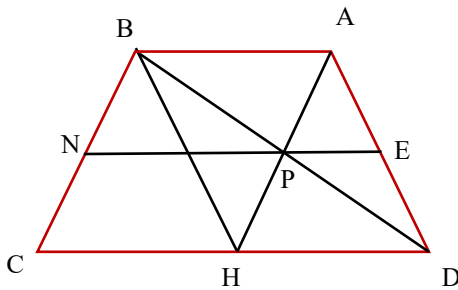
שוקים (AD = DG) ו-AG מאונך לאלכסון DB וחותר אותו

בנקודה O.

א. הוכיחו שהמרובע ABGD הוא מעוין

נתון שהנקודה G נמצאת על אמצע CD

ב. הוכיחו של $BC = 2AO$

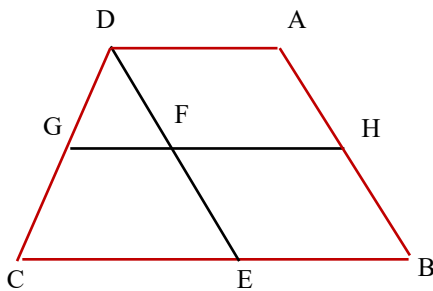


14. ABCD טרפז שווה שוקיים (AB מקביל DC), ADH

משולש שווה שוקים (AD = HD) ו-AH מאונך DB וחותר אותו

אותו בנקודה P.

הוכח שהקטע AH מקביל לשוק BC.



15. נתון טרפז ABCD, הקטע DE חותר את הקטע GH בנקודה F

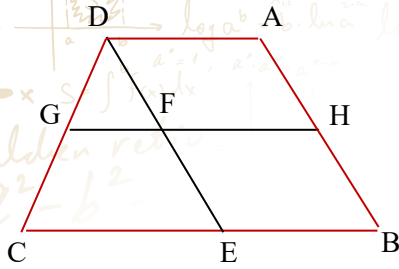
ומקביל לקטע AB, בנוסף נתון $HB = AH = FE$.

א. הוכיחו GH קטע אמצעים בטרפז ABCD.

ב. נתון: $2GF = FH$, הוכיחו: $CB = 2AD$.

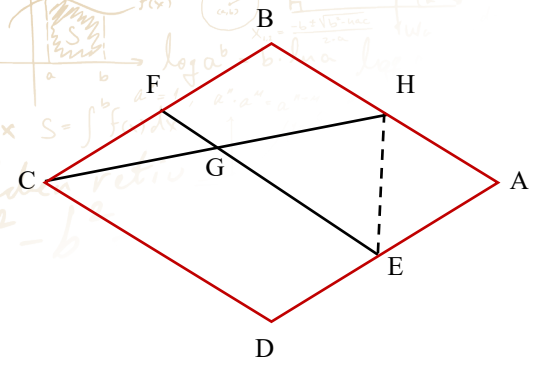
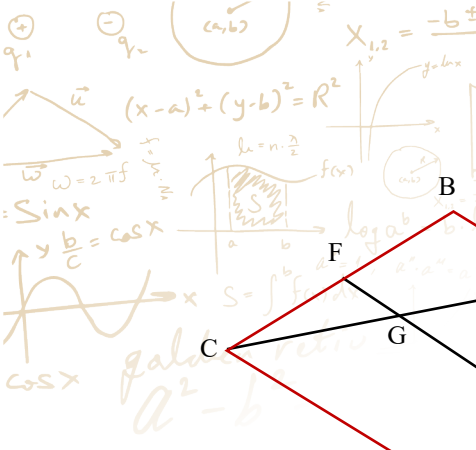
דוגמה 2

נתון טרפז ABCD, הקטע DE חותך את הקטע GH בנקודה F ומקביל לקטע AB, $FE=AH=HB$

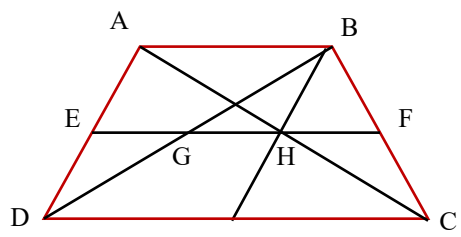


א. הוכיחו GH קטע אמצעים בטרפז ABCD
ב. נתון: $2GF=2FH$, הוכיחו: $CB=2AD$

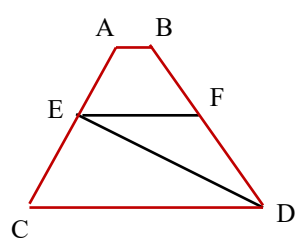
נימוק	טענה	
נתון	$FE \parallel HB$	1
נתון	$FE=HB$	2
אם במרובע זוג אחד של צלעות נגדיות שווה וגם מקביל אז המרובע הוא מקבילית	מרובע FHBE מקבילית	3
צלעות נגדיות במקבילית מקבילות	$FH \parallel EB$	4
נתון	$AH = HB$	5
קטע המקביל לבסיסי הטרפז וחוצה את אחת השוקיים הוא קטע אמצעים	קטע GH הוא קטע אמצעים	6
ישר המקביל לבסיסי המשולש וחוצה את אחת הצלעות הוא קטע אמצעים	GF קטע אמצע במשולש DCE	7
אורכו של קטע אמצעים שווה למחצית אורך הצלע המקבילה לו	$CE=2GF=x$	8
נתון	$FH=2GF=x$	9
צלעות נגדיות במקבילית שוות	$FH = EB = x$	10
בסיסי הטרפז מקבילים	$AD \parallel EB$	11
אם במרובע הצלעות הנגדיות מקבילות אז המרובע הוא מקבילית	מקבילית DABE	12
צלעות נגדיות במקבילית שוות	$DA=EB=x$	13
קטע שווה לסכום חלקיו	$CB=CE+EB=2x$	14
נובא מ-13 ו-14	$CB=2AD$	15



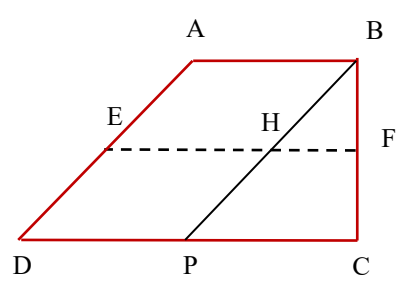
16. נתון מעוין ABCD, E אמצע הצלע AD ו-H אמצע AB.
 א. הוכיחו: $BC = 4FG$.
 נתון: EH חוצה את זווית GHA ואורך צלע המעוין הוא 4 ס"מ,
 ב. חשבו את היקף המרובע FGHB.



17. נתון קטע אמצעים בטרפז ABCD, ו- $2AB = CD$.
 הוכיחו: $EG = GH = HF$.

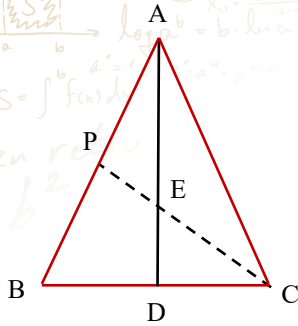


18. נתון קטע אמצעים בטרפז ABDC.
 הקטע ED חוצה את זווית D.
 הוכיחו: $BD = AB + CD$.



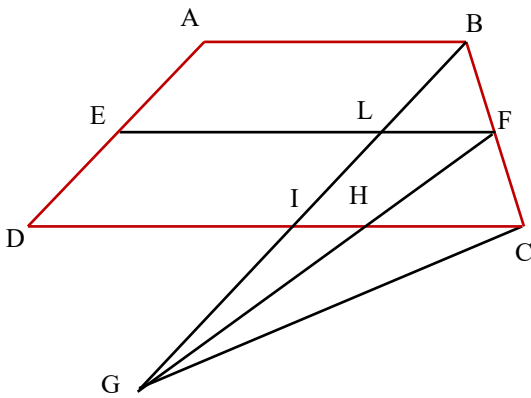
19. נתון בטרפז ABCD עובר קטע FE החותך את שוקי הטרפז בנקודות F ו-E.
 בנוסף נתון ישר היוצא מקודקוד B וחותר את הבסיס CD בנקודה P ואת הישר FE בנקודה H כך שאורך הקטע DP הוא 4 ס"מ.
 נתון ש- $AE = DE = BH$ ואורך הבסיס AB הוא 4 ס"מ.
 הוכיחו ש-EHPD מקבילית.

20. נתון משולש ABC שווה שוקיים, AD גובה לבסיס, ו-CP תיכון לשוק AB וחותך את AD בנקודה E.
הוכיחו ש- $2ED = AE$.



21. נתון ABCD טרפז.

בנוסף EF הוא קטע אמצעים בטרפז ונקודה I היא אמצע הצלע GB ונתון שאורכו של IH הוא 4 ס"מ.
א. חשבו את אורך LF.
ב. נתון שמרובע IBAD הוא מעוין שאורך צלעו הוא 12 ס"מ, הוכיחו שמרובע BDGC מלבן.

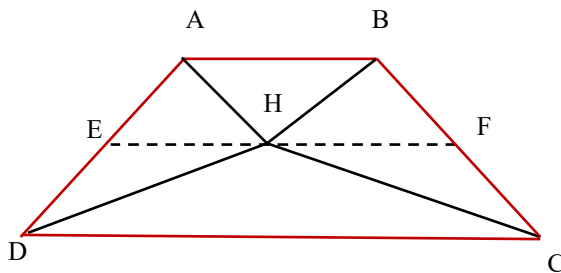


22. נתון ABCD טרפז שווה שוקיים, EF קטע אמצעים בטרפז והנקודה H היא אמצע EF.

א. הוכיחו משולש AHD ישר זווית.

נתון שאורכי הבסיסים AB ו-DC הם 3 ס"מ ו-13 ס"מ בהתאמה.

ב. מצאו את היקף הטרפז ABCD.



כיתה ט' - יחידה 14 - קטע אמצעים - גיאומטריה- פתרונות

1. 25 ס"מ
2. 63, 62, 55
3. הוכחה
4. 4
5. 2 ס"מ
6. 12 ס"מ
7. 24 סמ"ר
8. הוכחה
9. הוכחה
10. א. הוכחה, ב. 34 ס"מ
11. הוכחה
12. הוכחה
13. א. הוכחה, ב. 3 ס"מ
14. א. הוכחה, ב. 45, 135, 45, 135
15. הוכחה
16. הוכחה
17. א. הוכחה, ב. $\frac{1}{4}$
18. א. הוכחה, ב. היקף: 27 ס"מ, שטח: 40.5 סמ"ר, ג. לא
19. א. 3 ס"מ, ב. 45, 45, 90
20. א. הוכחה, ב. הוכחה, ג. 120
21. א. הוכחה, ב. פי 4
22. א. הוכחה, ב. הוכחה
23. הוכחה
24. הוכחה
25. הוכחה
26. 3 ס"מ
27. הוכחה
28. הוכחה
29. AN = 6 ס"מ, NB = 10 ס"מ
30. FC = 5 ס"מ, AB = 4 ס"מ, DF = 10 ס"מ
31. א. 9.5 ס"מ, ב. מקבילית, ג. 31 ס"מ
32. א. 8.4 ס"מ, ב. 8.8 ס"מ
33. א. מקבילית, ב. 18 ס"מ, ג. HC = 4 ס"מ, היקף: 25 ס"מ
34. א. הוכחה, ב. 10 ס"מ
35. הוכחה
36. DC = 19 ס"מ, GH = 3 ס"מ
37. 3a = FG, 4a = CD
38. א. הוכחה, ב. הוכחה
39. הוכחה

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח"ל"
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

- 40. א. הוכחה, ב. הוכחה
- 41. א. הוכחה,
- 42. הוכחה
- 43. הוכחה
- 44. הוכחה
- 45. הוכחה
- 46. א. 6 ס"מ, ב. הוכחה
- 47.