

4 יח"ל - שאלון 481 - אינטגרל - תרגילים שונים

1. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{4x}{x^2+4} + 1$

א. רשמו את תחום ההגדרה שלפונקציה $f(x)$

ב. רשמו את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f(x)$

ידוע שלפונקציה יש רק 2 נקודת קיצון: נקודת מקסימום ב-(2,2) ומינימום ב-(-2,0)

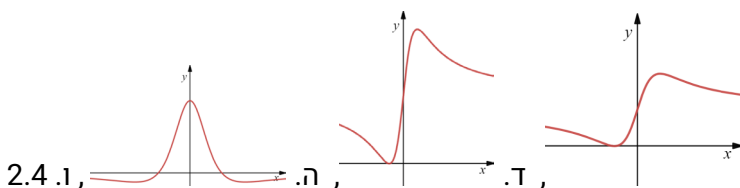
ג. שרטטו את גרף הפונקציה $f(x)$

נתונה הפונקציה $g(x) = 3 \cdot f(x)$

ד. שרטטו את גרף הפונקציה $g(x)$

ה. שרטטו את גרף הנגזרת $g'(x)$

ו. חשבו את השטח הכלוא בין הגרף של $g'(x)$ הישר $x=1$, ציר ה-y וציר ה-x



פתרון: א. כל א, ב. $\gamma=1$, ג. , ד. , ה. , ו. 2.4

2. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{2x-12}{x-8} + 1$

א. רשמו את תחום ההגדרה שלפונקציה $f(x)$

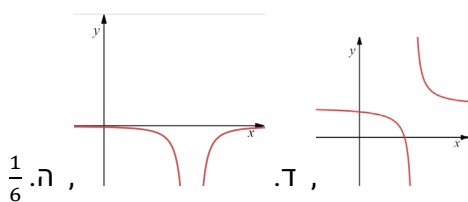
ב. רשמו את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f(x)$

נתון שיש לפונקציה אין נקודות קיצון והיא יורדת בכל תחום הגדרה.

ג. שרטטו את גרף הפונקציה $f(x)$

ד. שרטטו את גרף הנגזרת $f'(x)$

ה. חשבו את השטח הכלוא בין הגרף של $f'(x)$ הישר $x=2$, ציר ה-y וציר ה-x



פתרון: א. $x > 8, x < 8$, ב. $x=8, \gamma=3$, ג. , ד. , ה. $\frac{1}{6}$

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. וארד

3. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = x - 2\sqrt{x+3}$

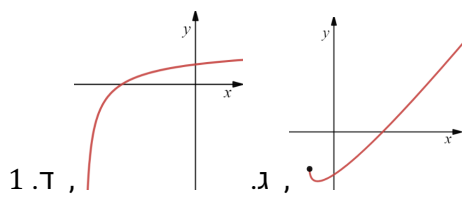
א. רשמו את תחום ההגדרה שלפונקציה $f(x)$

נתון שיש לפונקציה נקודת מינימום ב-(-2,-4)

ב. שרטטו את גרף הפונקציה $f(x)$

ג. שרטטו את גרף הנגזרת $f'(x)$

ד. חשבו את השטח הכלוא בין הגרף של $f'(x)$ הישר $x=1$ וציר ה- x



פתרון: א. $x \geq -3$, ב. , ג. , ד. 1.

4. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{16}{x^2} - x^2$

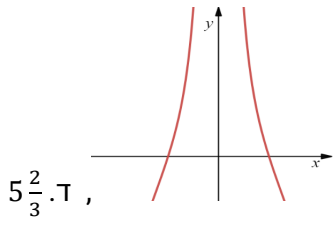
א. רשמו את תחום ההגדרה שלפונקציה $f(x)$

נתון שיש לפונקציה אין נקודות קיצון והיא עולה עבור $x < 0$ ויורדת עבור $x > 0$.

כמו כן לפונקציה נקודות חיתוך עם ציר ה- x ב- (2,0) ו-(-2,0)

ב. שרטטו את גרף הפונקציה $f(x)$

ג. חשבו את השטח הכלוא בין הגרף של $f(x)$ הישר $x=1$ וציר ה- x



פתרון: א. $x < 0, x > 0$, ב. $x=0$, ג. , ד. $\frac{2}{3}, 5$

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-75}{7(5x-2)^4} + \frac{3}{2}x^3$

ידוע ש- $f'(x) > 0$ לכל $x > 0.6$, הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה ששיעור ה- x

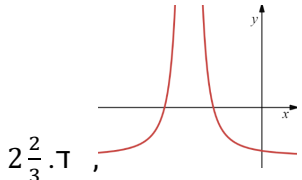
שלה קטן מ-1, חשבו את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, ציר ה- x והישרים $x=2, x=4$

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

6. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{2}{(x+3)^2} - 2$

- א. רשמו את תחום ההגדרה שלפונקציה $f(x)$
- ב. רשמו את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f(x)$
- נתון שיש לפונקציה אין נקודות קיצון והיא עולה עבור $x < -3$ ויורדת עבור $x > -3$
- ג. שרטטו את גרף הפונקציה $f(x)$
- ד. חשבו את השטח הכלוא בין הגרף של $f(x)$ והצירים



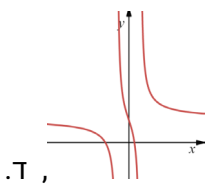
פתרון: א. $x < -3, x \geq -3$ ב. $x = -3, y = -2$ ג. , $y = -2, x < -3$ ד. $2 \frac{2}{3}$

7. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{3x}{x^2-1} + 2$

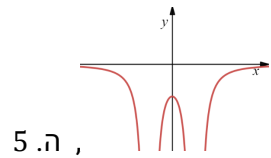
- א. רשמו את תחום ההגדרה שלפונקציה $f(x)$
- ב. רשמו את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f(x)$
- נתון שיש לפונקציה אין נקודות קיצון והיא יורדת בכל תחום הגדרה
- ג. שרטטו את גרף הפונקציה $f(x)$
- ד. שרטטו את גרף הנגזרת $f'(x)$

נתון שהשטח הכלוא בין הגרף של $f(x)$ הישר $x=3$ והישר $x=a$ ועל ידי ציר ה-x הוא 0.5

ה. חשבו את ערכו של a ($a > 3$)



פתרון: א. $x < -1, -1 < x < 1, x \geq 1$ ב. $x = -1, 1, y = 2$ ג. , $y = 2, x < -1$ ד. ,



ה. 5

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות 5 יח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. וארד

8. נתונות שתי הפונקציות: $f(x) = \frac{2}{x^4}$, $g(x) = \frac{2}{(1-2x)^2}$

א. מצאו את נקודות החיתוך של הגרפים של הפונקציות הנתונות

ב. חשבו את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות והישרים $x=1$ ו- $x=3$

פתרון: א. $(1,2)$, $(-2.4,0.05)$, ב. 0.158

9. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{5}{2(3x-2)^2}$

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

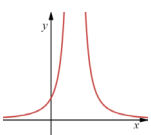
ידוע כי הפונקציה יורדת בכל תחום הגדרתה ושהפונקציה אינה חותכת את ציר ה- x ,

ג. שרטטו גרף אפשרי של הפונקציה $f(x)$

ד. חשבו את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, ציר ה- x והישרים $x=1$ ו- $x=2$

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + 2$

ה. ללא חישוב אינטגרל נוסף, מצאו את ערך האינטגרל: $\int_1^2 g(x) dx$



פתרון: א. $x < \frac{2}{3}$, $x > \frac{2}{3}$, ב. $x = \frac{2}{3}$, $y=0$, ג. 0.625 , ד. 2.625

10. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{5x^3} - \frac{1}{x^2}$

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ידוע כי:

תחום העלייה של הפונקציה הוא $x > 0.3$

תחומי הירידה של הפונקציה הם $0 < x < 0.3$, $x < 0$

למשוואה $\frac{1}{5x^3} - \frac{1}{x^2} = 0$ יש רק פתרון אחד והוא $x = 0.2$

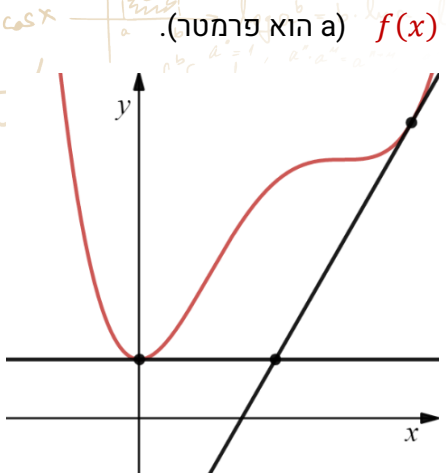
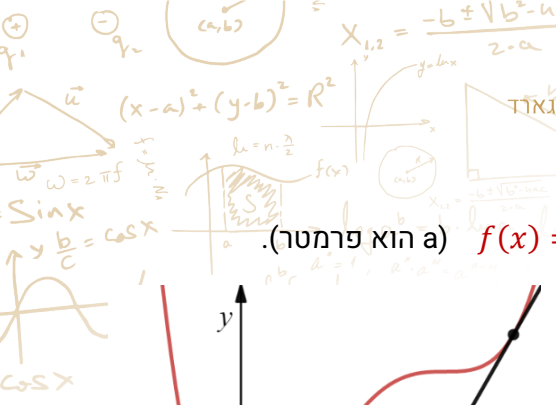
ג. שרטטו את גרף הפונקציה $f(x)$

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה- x והישרים $x=2$, $x=3$

ד. קבעו האם מתקיים השוויון $\int_2^3 f(x) dx = S$

ה. חשבו את S .

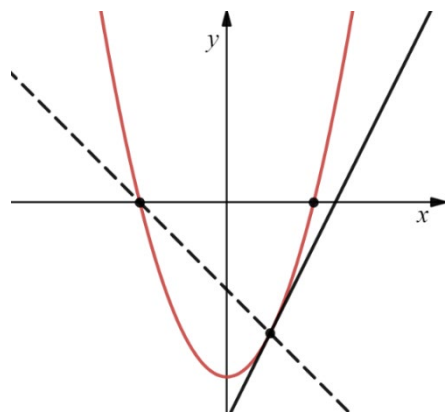
© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן



11. בציר מוצגת סקיצה של הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 4.5x^2 + a$ (a הוא פרמטר).

- האם ידוע שבנקודה ששיפוע המשיק לפונקציה בנקודה שבה $x=4$ הוא 4
- מצאו את הפרמטר a
 - מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה שבה $x=4$
 - מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודת הקיצון שלה
 - חשבו את השטח המוגבל ע"י הפונקציה $f(x)$ ושני המשיקים שאת משוואתם מצאתם בסעיפים הקודמים

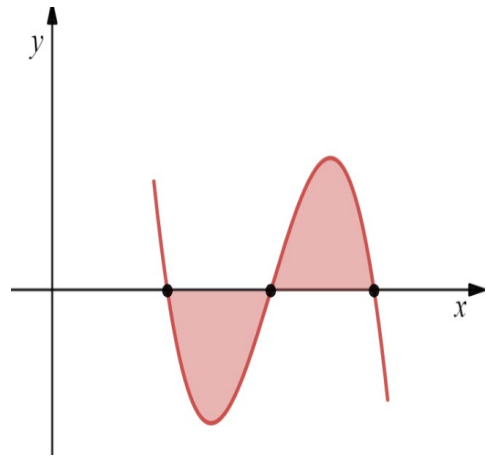
פתרון: א. 2, ב. $y=4x-6$, ג. $y=2$, ד. 11.2



12. נתונה הפונקציה $f(x) = 0.5x^2 - 8$

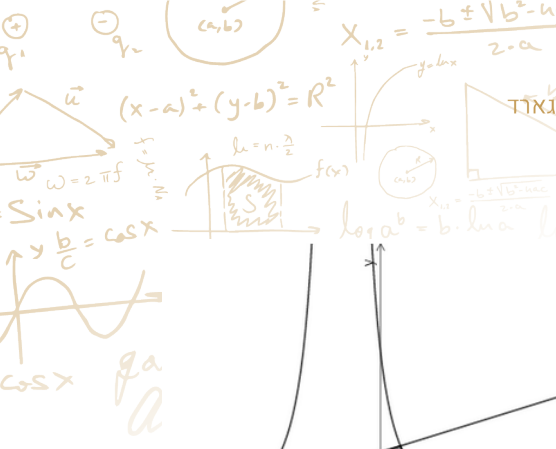
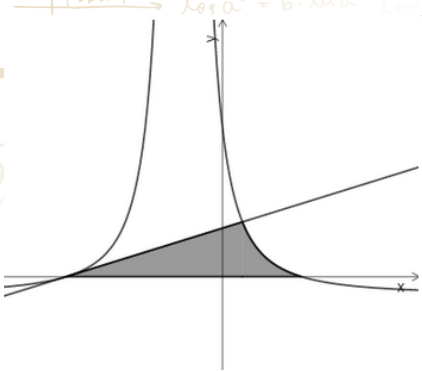
- מצאו את משוואת המשיק לפונקציה אם ידוע ששיפועו הוא 2
- מצאו את הישר העובר בנקודת ההשקה של המשיק שאת משוואתו מצאתם בסעיף הקודם. ודרך נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x בחלקו השלילי
- מצאו את השטח הכלוא בין הפונקציה צירים והישר שמצאתם בסעיף ב

פתרון: א. $y = 2x - 10$, ב. $y = -x - 4$, ג. $24\frac{2}{3}$



13. בציר מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, בתחום $3 \leq x \leq 9$. נתון שלפונקציה $f(x)$ יש 3 נקודות קיצון ב- $x = 4, 6, 8$
- רשמו את סוג הקיצון של כל נקודה
 - רשמו את נקודות החיתוך של גרף הנגזרת $f'(x)$ עם ציר ה-x
- S_1 השטח הכלוא בין גרף הנגזרת $f'(x)$ וציר ה-x (מתחת לציר ה-x) הוא ו-5 נתון ש- $f(4)=2$
- חשבו את הערך של $f(6)$
 - נתון בנוסף $f(8)=1$
- ד. מצאו את השטח S_2 השטח הכלוא בין גרף הנגזרת $f'(x)$ וציר ה-x (מעל ציר ה-x)

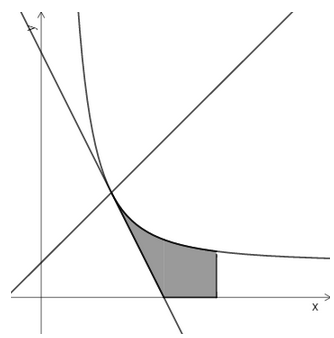
לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב5 יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. וארד

14. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{(-2kx-1)^2} - 1$, $k > 1$.

- . הפונקציה $F(x)$ היא פונקציה קדומה של הפונקציה $f(x)$.
- . נתון כי לפונקציה $F(x)$ יש נקודת קיצון ב- $x = 1$.
- א. מצא את הערך של k .
- ב. מצאו את שיעור ה- x של נקודות הקיצון של $F(x)$.
- ג. מעבירים משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת החיתוך שלה עם חלקו השלילי של ציר ה- x . חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, המשיק וציר ה- x .

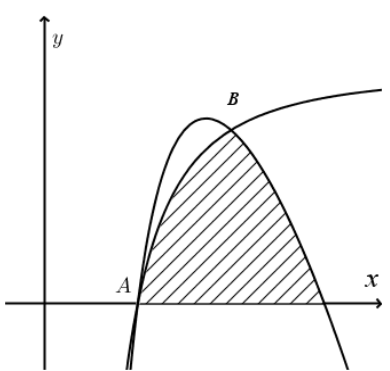
פתרון: א. 1. ב. $x=1, -2$ ג.



15. באיור מתוארת הפונקציה $f(x) = \frac{x^2-9}{x^2}$

- א. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x (בחלקו החיובי).
- ב. הראו שהמשיק שאת משוואתו מצאת בסעיף הקודם חותך את הפונקציה בנקודה שבה שיעור ה- x הוא -1.5 .
- ג. חשבו את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה המשיק וציר ה- x .

פתרון: א. $y = \frac{2}{3}x - 2$ ב. ג.

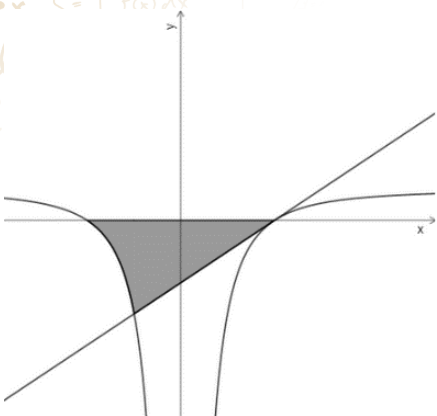
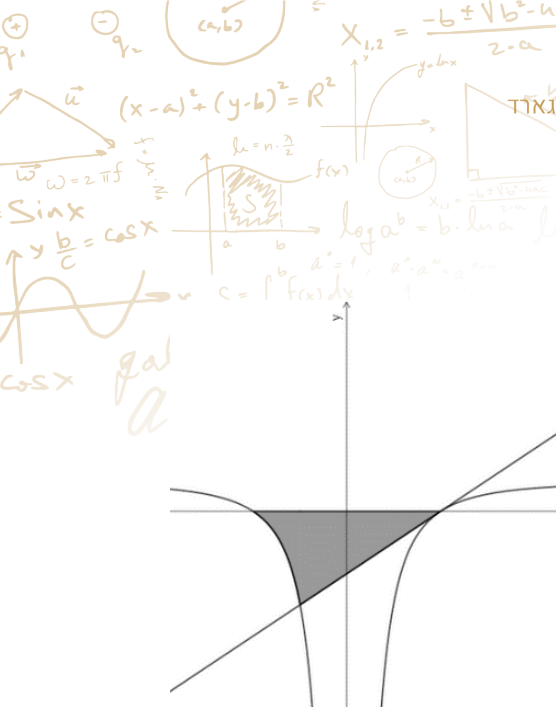


16. נתונות הפונקציות הבאות:

$f(x) = 10 - x^2 - \frac{9}{x^2}$ ו- $g(x) = 5 - \frac{5}{x^2}$ בתחום $x > 0$

- א. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציות (A ו-B)
- ב. האם לפונקציות יש משיק משותף בנקודה A? נמקו
- ג. חשבו את השטח המקווקו בציר.

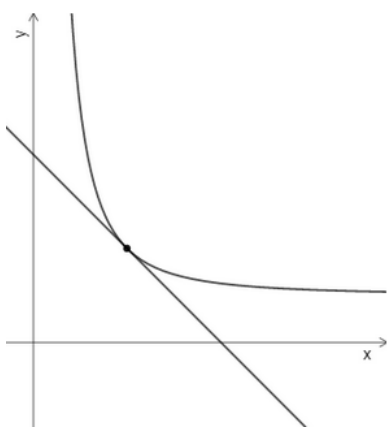
פתרון: א. (1, 0) (2, 3.75) ב. לא ג. 14/3



17. באיור מתוארת הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+8}{x^2}$ והישר $y=x+1$

- א. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודת החיתוך של הישר הנתון והפונקציה.
- ב. הוסיפו לציור את משוואת את משוואת המשיק
- ג. חשבו את השטח הכלוא בין הצירים בין המשיק והישר הנתון.
- ד. באיור ניתן לראות את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק, הישר $x=t$ וציר ה- x מצאו את t אם נתון שהשטח הצבוע 3.15

פתרון: א. $y=-2x+7$, ב. ג. 6.25, ד. 5



18. לגרף הפונקציה $f(x) = 1 + \frac{4a}{x^2}$ מעבירים משיק בנקודה P

- הנמצאת ברביע הראשון ושיעור ה- y שלה הוא 2.
- א. הבע באמצעות a את שיעור ה- x של הנקודה A .
- (2) שיפוע המשיק בנקודה הוא -1. מצא את הערך של a .
- ב. 1. מצאו את משוואת המשיק.
- 2. מצאו את משוואת הישר העובר בנקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .
- 3. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק והישר שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.2.

פתרון: א. $2\sqrt{a}$, ב. 1, 2, 3. יח"ל

19. נתונה הפונקציה $f(x) = 4 - \frac{a}{x^2}$ $0 < a$

- א. 1. הביעו את נקודות החיתוך של $f(x)$ בעזרת a
- 2. מצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$
- 3. שרטטו את גרף של $f(x)$.
- ב. שרטטו בעזרת גרף של $f(x)$ את הגרף של $f(x)$, אם נתון שערך נקודות הקיצון הוא שלילי וחיובי.
- ג. השטח המוגבל ע"י $f(x)$ ציר ה- x והישר $x=5$ הוא 12.8, מצאו את a .

פתרון: א. 1. $-a/2, a/2$. עולה $x > 0$, יורדת $x < 0$. ב. 1. ג. 4

20. נתונות הפונקציות:

$$f(x) = b - \frac{1}{(x-5)^2}, g(x) = x^2 - 10x + a$$

ידוע שלפונקציות יש משיק משותף על ציר ה-x בנקודה שבה

שיעור ה-x הוא 4

א. מצאו את הפרמטר a

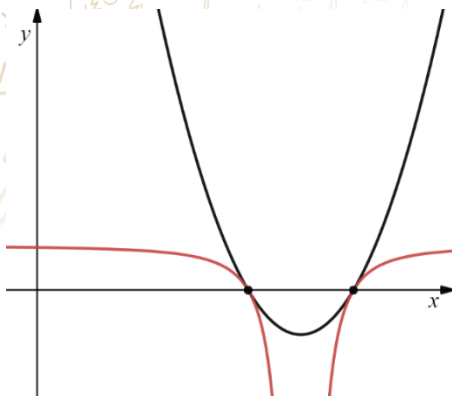
נתון בנוסף שהפונקציות נפגשות בעוד נקודה על ציר ה-x

ב. מצאו את הפרמטר b.

ג. מצאו את השטח הכלוא בין שתי הפונקציות והישר $y = -4$

4

פתרון: א. 24, ב. 1, ג.



21. איור ניתן לראות גרפים של שתי פונקציות $g(x)$ ו- $g'(x)$

בתחום: $0 \leq x < 8$

א. מי מהגרפים מתאר את פונקציית $g'(x)$ ומי מתאר

את $g(x)$.

גרף הנגזרת $g'(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודות $x=3$ ו- $x=6$

ב. חשבו את השטח הצבוע באפור

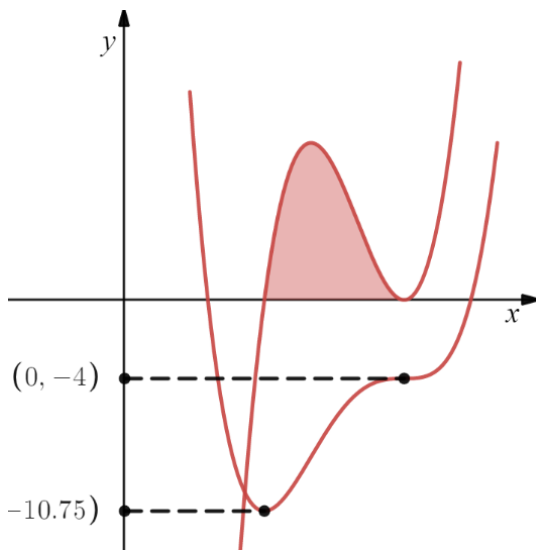
נתון שהישר $x=4$ עובר בנקודת הקיצון של $g'(x)$ שערך ה-y

שלה הוא 4 וחותר את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה

$y = -6$.

ג. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $g(x)$ בנקודה

$x=4$



22. בציור מתואר גרף הנגזרת של $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$.

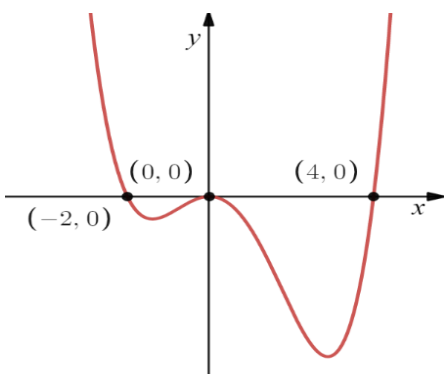
נתון: $f(0)=1, f(4)=-7, f(2)=5$.

א. שרטטו את גרף של הפונקציה $f(x)$.

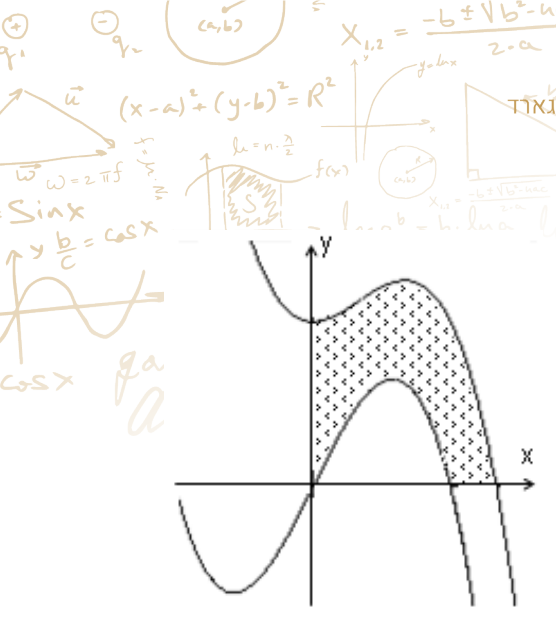
ב. חשב את השטח המוגבל ע"י הגרף הנגזרת $f'(x)$ וע"י ציר ה-x.

(שני השטחים)

פתרון: א. ב. 12 יח"ר



לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב5 יח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד



23. נתונות שתי הפונקציות הבאות:

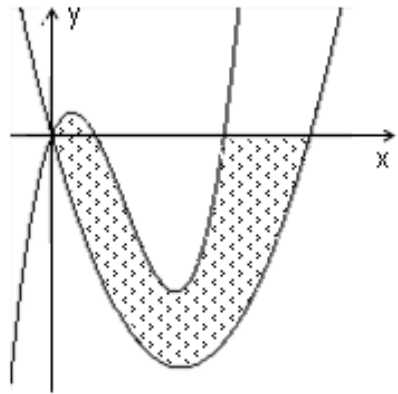
$$f(x) = -x^3 + 9x - 1 \quad g(x) = -ax^3 + 3x^2 + 16$$

- א. מצאו את נקודת המקסימום של $f(x)$
- ב. מצאו את הפרמטר a אם ידוע ששיעור ה- x של נקודת המקסימום של $g(x)$ גדול ב- $2\sqrt{3}$ משיעור ה- x של $f(x)$
- ג. הראו, ש- $g(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה, שבה $x=4$.
- ד. מצאו את השטח, המוגבל ע"י שתי הפונקציות והצירים.

תשובה: א. $x=\sqrt{3}$ ב. ג. ד. 43.75

24. נתונה הנגזרת של הפונקציה $g(x)$: $g'(x) = 3x^2 - 10x + 4$ יודע שהנקודה שבה שיפוע

המשיק ל- $g(x)$ הוא -4 וערך הנגזרת השנייה חיובי, ערך ה- y הוא -4



א. מצאו את הפונקציה $g(x)$

נתונה פונקציה נוספת: $f(x) = x^2 - 6x$

- באיור ניתן לראות את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$
- ב. חשבו את השטח המוגבל ע"י הפונקציות, וציר ה- x .

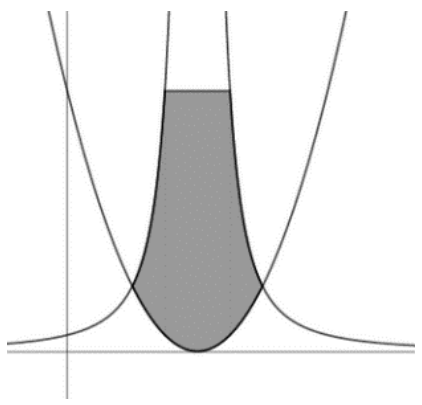
תשובה: א. $g(x) = x^3 - 5x^2 + 4x$ ב. $\frac{76}{3} = 25.33$

25. נתונות הפונקציות:

$$f(x) = \frac{1}{(x-a)^2} \quad \text{ו-} \quad g(x) = (x-a)^2 \quad \text{פרמטר } a$$

ידוע שהפונקציות נפגשות בנקודה (3,1)

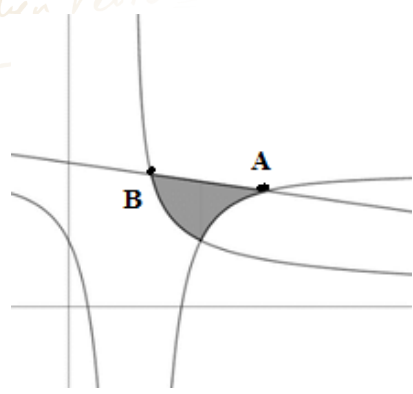
- א. מצאו את הפרמטר a
- ב. הציבו $a=2$ ומצאו את נקודת החיתוך הנוספת של הפונקציות.
- הישר $y=4$ חותך את הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות.
- ג. מצאו את הנקודות
- ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקציות והישר $y=4$



(ראו איור, השטח האפור)

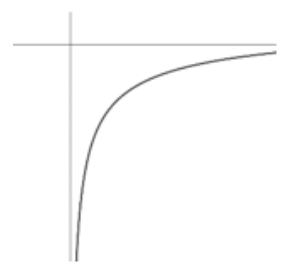
פתרון: א. 2, 4, ב. (1,1), ג. (2.5,4) (1.5,4) ד.

481 - אינטגרל שורש



1. נתונות הפונקציות $f(x) = 2 - \frac{1}{(x-1)^2}$ ו- $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ פרמטר a
- שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה A הוא $1/4$ מצאו את שיעורי הנקודה A.
 - שיפוע המשיק לפונקציה $g(x)$ בנקודה B הוא -4 מצאו את שיעורי הנקודה B.
 - דרך הנקודות A ו-B העבירו ישר מצאו את משוואת הישר העובר דרך A ו-B.
 - הראו שהפונקציות נפגשות בנקודה שבה שיעור ה-x הוא 2 חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקציות והישר שאת משוואתו מצאתם בסעיף הקודם

פתרון: א. $(1.25, 2)$ ב. $(3, 1.75)$ ג. $y = -1/7x + 61/28$



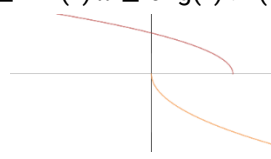
2. נתונה הפונקציה: $f(x) = 1 - \frac{3}{\sqrt{x}}$
- מצא את התחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצאו את נקודת המפגש שך הפונקציה עם ציר ה-x.
 - מצאו את שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה $x=1$ והוסיפו אותו לשרטוט
 - חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף הפונקציה $f(x)$, ע"י המשיק שהוספתם וע"י ציר ה-x

פתרון: א. $x > 0$ ב. $(9,0)$ ג. 1.5

26. נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{-x+1}$, $g(x) = -\sqrt{\frac{x}{2}}$

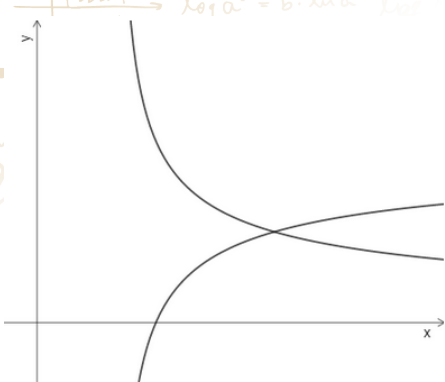
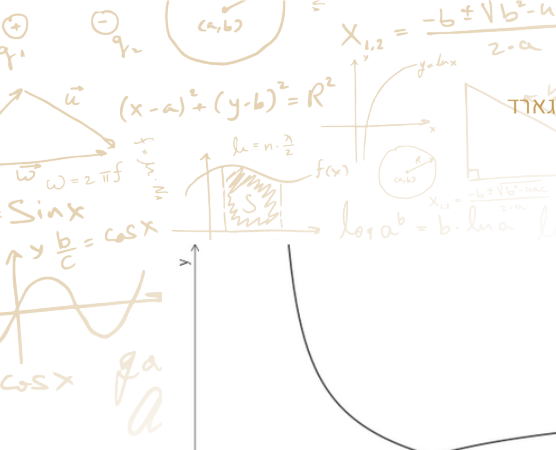
- מצאו את נקודת החיתוך של כל אחת מהפונקציות עם ציר ה-x.
- מצאו את תחומי ההגדרה של כל אחת מהפונקציות
- מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מהפונקציות
- שרטטו את הפונקציות במערכת צירים משותפת
- מנקודות החיתוך של הפונקציות העלו ישרים המקבילים לציר ה-y. מצאו את השטח המוקבל בין הפונקציות והישרים הנ"ל

פתרון: א. $g(x) - (0,0)$ ב. $f(x) - (1,0)$ ג. $x \leq 1$ ד. $g(x)$ עולה בכל תחום הגדרת



f(x) יורודת בכל תחום הגדרת. ד.

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. ווארד

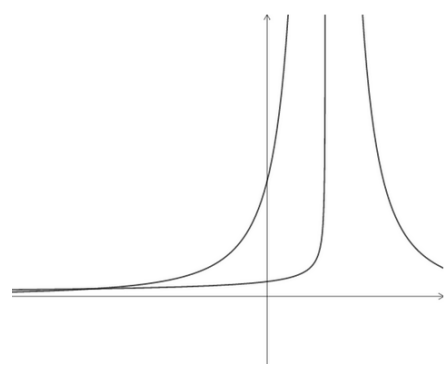


27. הגרפים א' ו-ב' שבציור הם של הפונקציות:

$$g(x) = 4 - \frac{2}{\sqrt{2x-1}} \quad f(x) = \frac{2}{\sqrt{2x-1}}$$

- א. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות.
- ב. מהי האסימפטוטה האנכית של כל אחת מהפונקציות?
- ג. איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$, ואיזה של הפונקציה $g(x)$? נמק.
- ד. מצא את השטח המוגבל על ידי הישר $x=5$, ועל ידי הגרפים של שתי הפונקציות

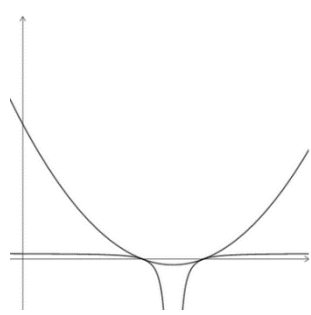
פתרון: א. $x > \frac{1}{2}$ ב. הגרף היורד ג. 8



28. נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = \sqrt{2-x}$, $g(x) = -\sqrt{2-x}$

- א. 1. מצאו את נקודת החיתוך של כל פונקציה עם ציר ה-x
- 2. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציות.
- ב. שרטטו את הפונקציות במערכת צירים משותפת
- ג. הוסיפו לשרטוט את הישר $y=x$
- ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הישר, $f(x)$ וציר ה-x

פתרון: א. 1. (2,0) 2. $F(x)$ יורדת $x < 2$, עולה $x < 2$ ב. ג. ד. 7/6



29. נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{-x+1}$, $g(x) = -\sqrt{\frac{x}{2}}$

- א. מצאו את נקודת החיתוך של כל אחת מהפונקציות עם ציר ה-x.
- ב. מצאו את תחומי ההגדרה של כל אחת מהפונקציות
- ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מהפונקציות
- ד. שרטטו את הפונקציות במערכת צירים משותפת
- ה. מנקודות החיתוך של הפונקציות העלו ישרים המקבילים לציר ה-y.
- ו. מצאו את השטח המוקבל בין הפונקציות והישרים הנ"ל

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב5 יח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. ווארד

30. נתונות הפונקציות $f(x) = \frac{8}{(x-1)^2}$ ו- $h(x) = \frac{1}{\sqrt{-x+1}}$

- א. 1. מצאו את תחום הגדרה של כל אחת מהפונקציות
2. האם יש לפונקציות נקודות קיצון?
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציות
- ג. מצאו את השטח המוגבל ע"י הפונקציות, ציר ה-y

פתרון: א. $f(x) \neq 1, x < 1, h(x) < 1, x > -1$ ב. לא, ג. $(-3, 0.5)$ ד. 4 יח"ר

פתרון: א. $g(x) - f(x) > 0, (0, 1)$ ב. $g(x) - f(x) < 0, x \geq 1$ ג. ב. $g(x)$ עולה בכל תחום הגדרת



ד. $f(x)$ יורדת בכל תחום הגדרת.

1. חורף 2015

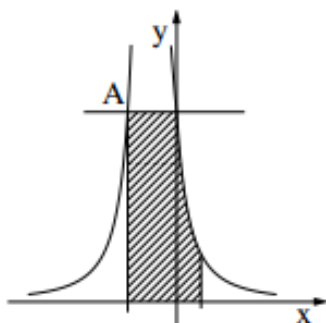
נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + 2$

- א. מצא את התחום ההגדרה של הפונקציה
2. האם גרף הפונקציה חותך את הצירים? נמקו
3. על פי התת-הסעיפים הקודמים סרטט סקיצה של גרף הפונקציה אם נתון כי הפונקציה יורדת בכל תחום ההגדרה שלה.
- ב. 1. הוסף לסקיצה סרטטו את הישר $y=3x+2$, ואת הישר $x=4$
2. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף הפונקציה $f(x)$, ע"י שני הישרים שהוספת, ע"י ציר x - וציר y -

פתרון: א. 1. $x > 0$ 2. לא 3. ב. 1.5 ג.

11קיץ 2012 מועד ב' שאלה מס' 9 -

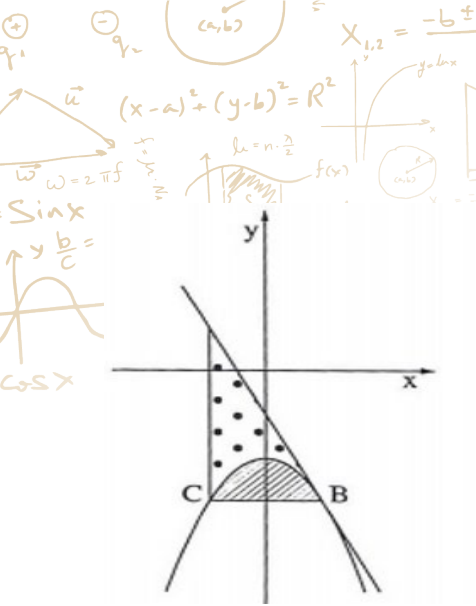
בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה $f(x) = \frac{4}{(2x+1)^2}$



- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
 - ג. דרך נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר y - העבירו ישר המקביל לציר x - הישר חותך את גרף הפונקציה בנקודה נוספת, A (ראה ציור).
- (1) מצא את השיעורים של נקודה A .
 - (2) דרך הנקודה A העבירו אנך לציר x - מצא את השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי הישר המקביל, על ידי גרף הפונקציה, על ידי הישר $x = \frac{1}{2}$ ועל ידי ציר x - (השטח המקווקו בציור).

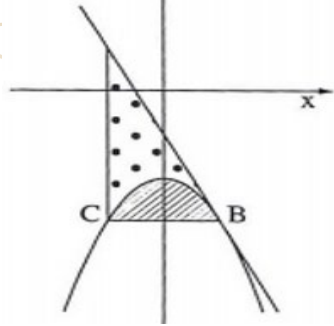
(השטח המקווקו בציור)

פתרון: א. $x \neq -\frac{1}{2}$ ב. $x = -1/2$, $y = 0$ ג. 1. $A(-1, 4)$ ב. $S=5$



מועד ג' 2014

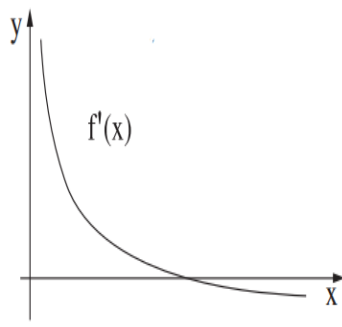
נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2 - 2$, ו- C ו- B הן נקודות על גרף הפונקציה כך ש- BC מקביל לציר ה- X . הנקודה B נמצאת ברביע הרביעי. דרך הנקודה B העבירו משיק לגרף הפונקציה המקביל לישר $y = -2x + 1$.



- א. מצאו את משוואת המשיק.
 - ב. דרך הנקודה C העבירו אנך ל- BC , S_1 הוא שטח המוגבל ע"י הגרף של $f(x)$ וע"י הישר BC .
 - S_2 הוא השטח המוגבל ע"י הגרף של $f(x)$, ע"י המשיק וע"י האנך.
- מצאו את $\frac{S_1}{S_2}$

פתרון: א. $y = -2x - 1$ ב. $1/2$

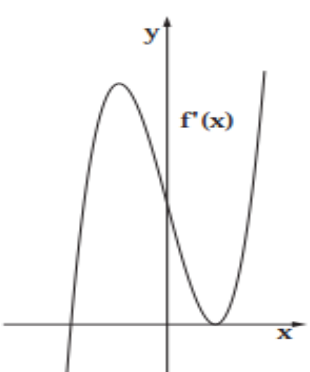
מועד ב' 2014



- בציור שלפניך מוצג גרף של פונקציית הנגזרת: $f'(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} - 1$, $x > 0$.
- א. מצא את שיעור ה- x של נקודת החיתוך של $f'(x)$ עם ציר ה- x .
 - ב. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה. נמק.
 - ג. ידוע כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון הפנימית של $f(x)$ הוא 0 . מצא את $f(x)$.
 - ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 4$ ועל ידי הישר $x = 25$ ועל ידי ציר ה- x .

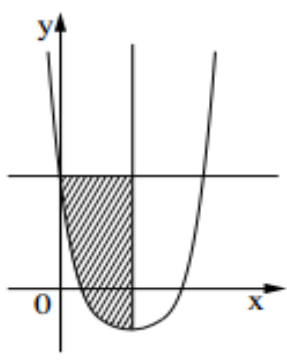
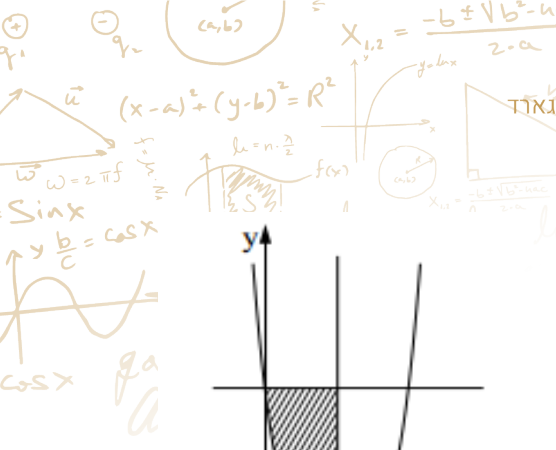
פתרון: א. $x = 16$ ב. $x = 16$ מקסימום ג. $f(x) = 8\sqrt{x} - x - 16$ ד. 5

מועד קיץ 2014



- $f(x)$ היא פונקציה שמוגדרת לכל x . בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עובר דרך הנקודות: $(0, 1)$, $(-2, 0)$.
- א. על פי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 - (2) מהו שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ומהו סוג הקיצון? נמק.
 - (3) נתון כי פונקציית הנגזרת היא $f'(x) = 4x^3 - 12x + 8$ שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא -10 . מצא את הפונקציה $f(x)$.
 - ב. מצא את השיעורים של הנקודות שבהן שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא 0 .

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב5 יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. וארד



פתרון: א. $f'(x) \geq 0.1$ בתחום $x < -2$, $f(x) < 0$ תחום $x > -2$.
 ב. $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x + 143$. נקודות: $(1, 17)$, $(-2, -10)$.

4 מועד חורף 2014

נתונה הפונקציה $f(x) = (2x - 2)^4 - 3$. דרך נקודת המינימום של הפונקציה העבירו ישר המאונך לציר ה- x , ודרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y העבירו ישר המקביל לציר ה- x (ראה ציור).

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את משוואת האנך ואת משוואת המקביל לציר ה- x .
- ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי האנך ועל ידי המקביל לציר ה- x , השטח המקווקו בציור.

תשובה: א. כל x , ב. $y = 13$, ג. 12.8

5 חורף 2014 תרגיל 9

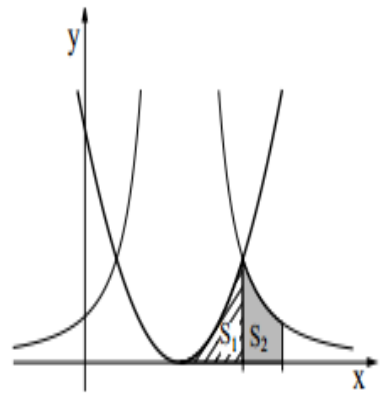
נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = x - \frac{16}{x^3}$

- א. 1. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- 2. שיעור ה- y של כל אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא 4. מצא את הפונקציה $f(x)$.
- ב. 1. מצאו את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$, וסרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- 2. ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ אין נקודות קיצון. סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- תשובה: א. 1. מינימום ב- $x=2$, $x=-2$. 2. $f'(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{8}{x^2}$. ב.

6 מועד קיץ 2013

בציור שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציות:

$f(x) = (x - a)^2 - 6x$, $g(x) = \frac{16}{(x-a)^2}$



- א. a הוא פרמטר גדול מ-0. מצאו את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $g(x)$ (הבע באמצעות a במידת הצורך).
- אחת מנקודות החיתוך בין הגרפים של הפונקציות היא הנקודה שבה $x = a + 2$.
- S_1 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = a + 2$ (השטח המקווקו בציור).
- S_2 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x

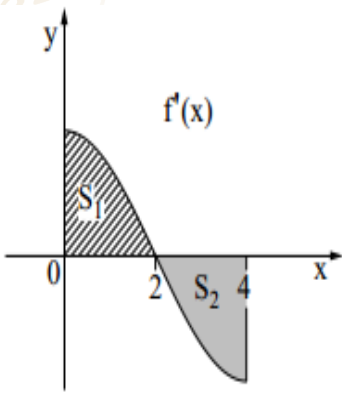
© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב5 יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

ועל ידי הישרים $x = a + 2$ ו- $x = a + 3$ (השטח האפור בציר). מצאו את היחס בין S_1 ל- S_2 .

פתרון: א. $X=a$ $y=0$ ב. 1.
מועד קיץ 2013

בציר מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, בתחום $0 \leq x \leq 4$ הגרף של $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 2$.



S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי הצירים (השטח המקווקו בציר).

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 4$ (השטח האפור בציר).

א. (1) נתון: $f(0) = 0$, $S_1 = 4$. חשב את $f(2)$.

(2) נתון גם: $S_2 = 4$. חשב את $f(4)$.

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגה. נמק.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.



פתרון: א. 1, 2, 4, 0, ב. (2, 4) מקס ג.

8 קיץ 2013 מועד ב' -

הגרפים I ו- II שבציר הם של הפונקציות:

$$g(x) = -\frac{2}{\sqrt{2x-3}}, f(x) = \frac{2}{\sqrt{2x-3}}$$

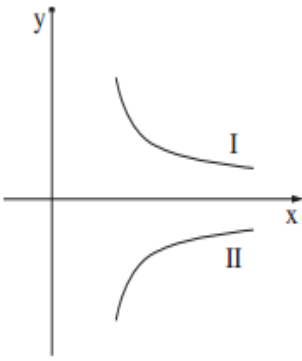
א. (1) מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות.

(2) מהי האסימפטוטה האנכית של כל אחת מהפונקציות?

ב. איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$, ואיזה גרף הוא של הפונקציה $g(x)$? נמק.

ג. הישר $y = 2$ חותך את הגרף I בנקודה A. הישר $y = -2$ חותך את הגרף II בנקודה B.

מצא את השטח המוגבל על ידי הישר AB, על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי הישר $x = 3$.



פתרון: א. $x > \frac{3}{2}$ ב. $X=3/2$ ג. $4\sqrt{3} - 4$

9 מועד חורף 2013 -

בציר שלפניך מוצגות שתי פרבולות: $f(x) = -x^2 + c$, $f(x) = x^2 + 4x + 6$. C הוא פרמטר. הפרבולות משיקות זו לזו בנקודה A. דרך נקודה A העבירו משיק המשותף לשתי הפרבולות (ראו ציור).

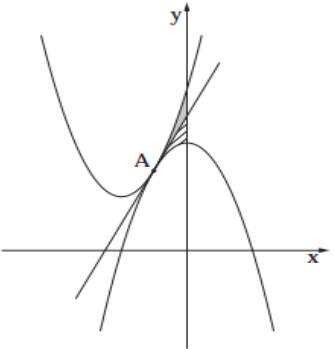
א. (1) סמן ב- t את שיעור ה- x של נקודה A, והבע באמצעות t את השיפוע של המשיק המשותף. הבע בשני אופנים.

(2) מצא את השיעורים של נקודה A.

(3) מצא את ערך הפרמטר c .

ב. המשיק המשותף מחלק את השטח, המוגבל על ידי שתי הפרבולות ועל ידי ציר ה- y , לשני שטחים (השטח האפור והשטח המקווקו בציר).

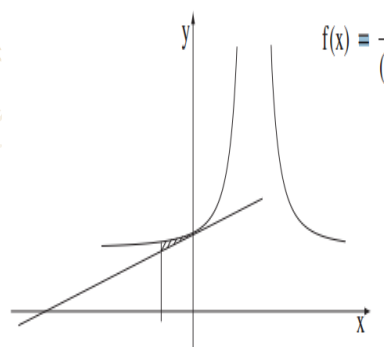
הצב את הערך של הפרמטר c שמצאת, והראה כי שני השטחים שווים זה לזה.



© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב5 יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. וארד

פתרון: 1. $-2t, 2t+4$.2. $A(-1,3)$.3. $C=4$. ב. הוכחה



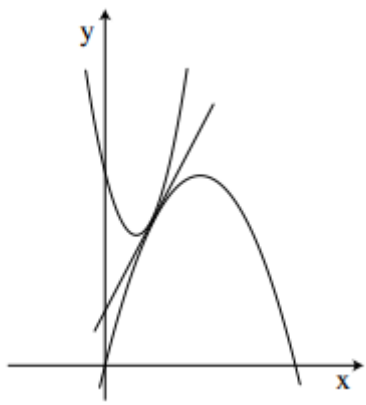
13 מועד ב' 2011 שאלה 9

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2} - a$ הוא פרמטר

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האיסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים. (הבע באמצעות a במידת הצורך).
- ב. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה-y.
- 1. הבע באמצעות a את שיעור ה-y של נקודת ההשקה, ואת משוואת המשיק.
- 2. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי הישר $x=1$ (השטח המקווקו בציור). מצא ערך מספרי.

15 מועד קיץ 2010

נתונות שתי פונקציות $f(x) = 3x^2 - 4x + c$ ו- $g(x) = -x^2 + 1$ $b = c - 1$. ישר משיק לגרפים של שתי הפונקציות בנקודה המשותפת לשניהם שבה $x = 1$ (ראה ציור).

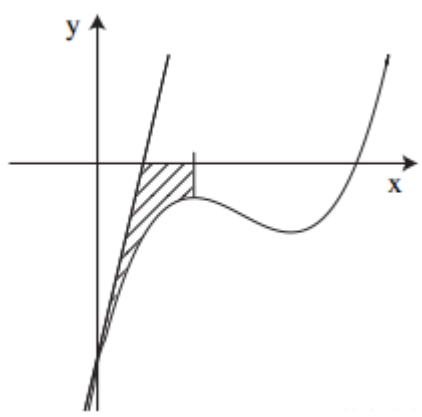


- א. (1) מצא את הערך של b. (2) מצא את הערך של c.
- הצב את הערך של b ואת הערך של c שמצאת בסעיף א, וענה על הסעיפים ב ו-ג.
- ב. מצא את משוואת המשיק המשותף לשני הגרפים.
- ג. S_1 הוא שטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק המשותף ועל ידי ציר ה-y.
- ד. S_2 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי המשיק המשותף ועל ידי ציר ה-y. מצא את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.

פתרון: א. 1. $b=4$.2. $C=4$. ב. $y=2x+1$. ג. 3

16 מועד ב' 2010

בציור מוצגת סקיצה של הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - a$

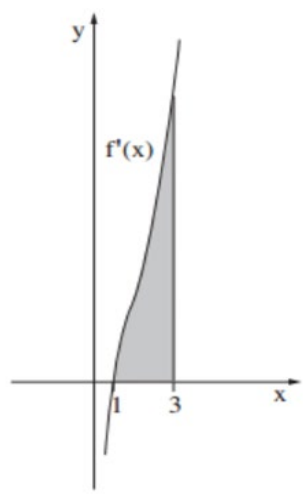


- A הוא פרמטר.
- א. מצא את שיעורי נקודות ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ והוכח שאחת מהן היא מקסימום והאחרת היא מינימום.
- ב. נתון כי הישר $y = -8x + 14$ עובר דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$.
- מצא את הערך של הפרמטר a.

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב5 יח"ל
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. ווארד

ג. מעבירים משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y , ומעבירים אנך לציר ה- x דרך נקודת המקסימום של הפונקציה. הצב את הערך של a שמצאת בסעיף ב', ואת השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי האנך, על ידי גרף הפונקציה ועל ידי ציר ה- x . (השטח המקווקו בצירור).

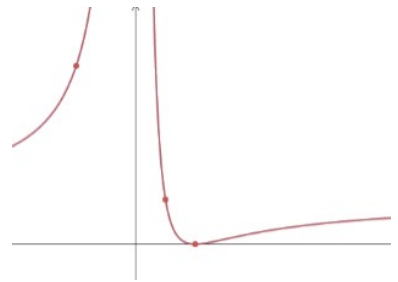


פתרון: ב- $x=1$ מקסימום וב- $x=2$ מינימום ב, $a=6$ ג. 1

20 כנראה בגרות

נתונה הפונקציה $f(x)$ בתחום $x > 0$. בצירור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x > 0$.

- א. היעזר בנתונים שבגרף של $f'(x)$, ומצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון שלה הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ב. נתון $f(1) = 4\frac{1}{3}$, $f(3) = 12\frac{1}{3}$.
- (1) מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 3$ (השטח האפור בצירור).
- (2) נתון גם $f'(x) = 3ax^2 - \frac{3a}{x^2}$, a הוא פרמטר.



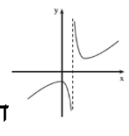
היעזר בערך של האינטגרל $\int_1^3 (3ax^2 - \frac{3a}{x^2}) dx$ שמצאת בתת סעיף ב (1), ומצא את הפרמטר a .

3מועד ג' 2014

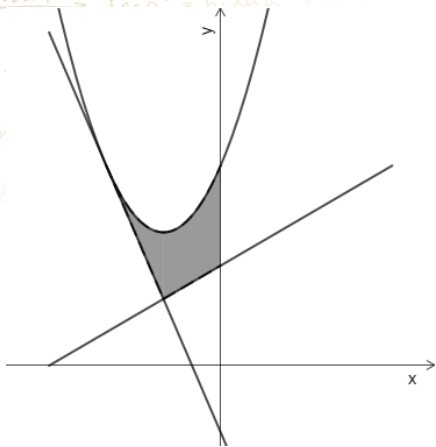
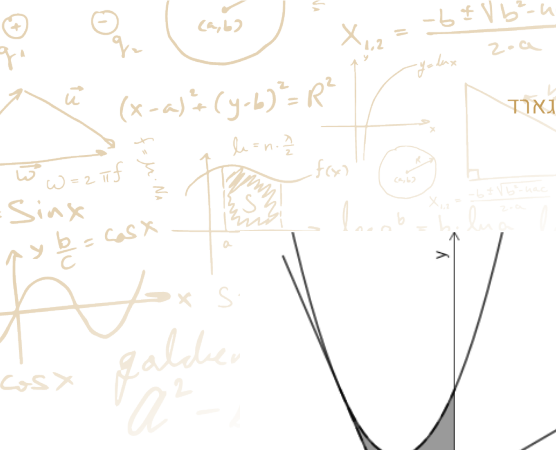
הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x שונה מ-1, נתון פונקציית הנגזרת של $f(x)$ היא: $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$. הישר $y=3$ משיק לגרף הפונקציה בנקודת המינימום שלה.

- א. מצאו את שעורי נקודות המינימום של הפונקציה
- ב. מצאו את הפונקציה $f(x)$ ואת שעורים של נקודות המקסימום שלה.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- ד. העיברו משיק לפונקציה המקביל למשיק $y=3$. שני המשיקים יוצרים מלבן עם ציר ה- y ועם האסימפטוטה אנכית של הפונקציה, מצאו את שטח המלבן.

פתרון: א. (2,3) ב. $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$ ג. $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$ ד. 4 יח"ר



לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות 5 יח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גארד



קיץ 2015

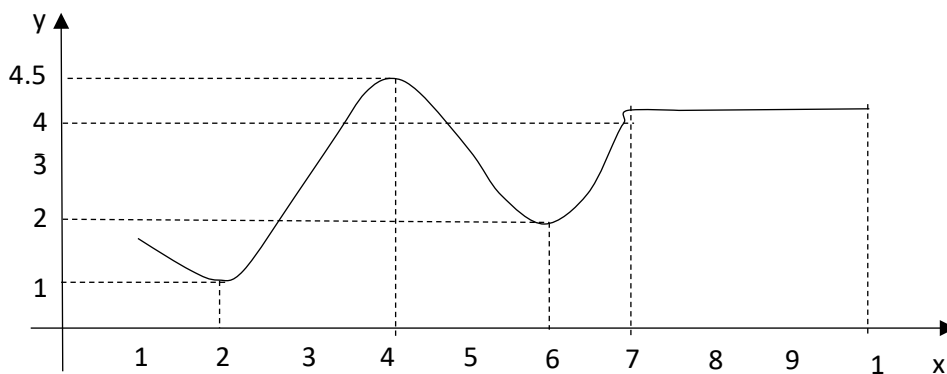
נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 + ax + b$, a ו- b הם פרמטרים.
הישר $y = -2x - 1$ משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -2$
(ראו ציור)

- א. מצאו את הערך של a ואת הערך של b
הציבו $a = 2$ ו- $b = 3$, וענה על סעיף ב'
ב. מצאו את השטח, המוגבל ע"י גרף הפונקציה $f(x)$, ע"י המשיק, ע"י הישר $y = 0.5x + 1.5$ ועל ידי ציר ה- y

פתרון: א. ב. 1.1466 יח"ח

קיץ 2015

בציור שלפניכם מוצג גרף של הפונקציה $f(x)$ בתחום $1 < x < 10$



הסתמך על הגרף של $f(x)$ ועל הערכים הרשומים על הצירים, וענה על הסעיפים הבאים:

- א. מצאו עבור אליו ערכים של x השונים מ-7 מתקיים:
1. $f'(x) < 0$
2. $f'(x) > 0$
3. $f'(x) = 0$

ב. נתון: $\int_7^9 k dx = 8$, k הוא פרמטר המסומן על ציר ה- y בציור. מצאו את ערך הפונקציה ב- $x = 9$.

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב5 יח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

- ג. שרטטו את גרף הפונקציה של $f'(x)$ בתחום: $2 \leq x \leq 6$
 ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה של $f'(x)$ וציר ה-x בתחום: $2 \leq x \leq 4$

פתרון: א. 1. $4 < x < 6$, 2. $1 < x < 2$, 3. $6 < x < 7$, 4. 2, 6, 4, ב. ג. ד. 3.5 יח"ר