

581 – מבחן לדוגמה

הסתברות, גיאומטריה וטריגונומטריה, חקירה, אינטגרל וקיצון

תרגיל 1

- במכללה גדולה, הועלתה הצעה לקצר את הפסקת הצוהריים כדי לסיים מוקדם יותר את יום הלימודים. בעקבות זאת ערכו משאל ובו השתתפו כל תלמידי שנה א' וכל תלמידי שנה ב'. על פי תוצאות המשאל התברר כי 80% מן המשתתפים שבעד ההצעה הם תלמידי שנה א'. עוד התברר כי מספר תלמידי שנה א' שבעד ההצעה שווה למספר תלמידי שנה ב' שנגד ההצעה. מבין המשתתפים במשאל לא היו נמנעים. נסמן ב- p את ההסתברות לבחור באקראי תלמיד שבעד ההצעה מבין כל התלמידים שהשתתפו במשאל.
- א.** בחרו באקראי אחד מתלמידי שנה ב'. מהי ההסתברות שהוא נגד ההצעה? ידוע כי ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי מבין תלמידי שנה א' הוא בעד ההצעה, גדולה ב- $\frac{13}{35}$ מן ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי מבין תלמידי שנה ב' הוא בעד ההצעה.
- ב.** חשבו את הערך של p .
- ג.** בחרו באקראי אחד מן המשתתפים במשאל. חשבו את ההסתברות שמתקיים לפחות אחד משני התנאים האלה:
I. המשתתף שנבחר הוא תלמיד שנה ב' II. המשתתף שנבחר בעד ההצעה.
- ד.** בחרו באקראי 5 מן המשתתפים במשאל. ידוע כי כל החמישה שנבחרו הם תלמידי שנה ב'. מהי ההסתברות שלפחות שניים מהם בעד ההצעה וגם לפחות שניים מהם נגד ההצעה?

תרגיל 2

8. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{x-1}{x-3}$, $g(x) = \frac{x-3}{x-1}$.

ענה על סעיף א בעבור כל אחת משתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

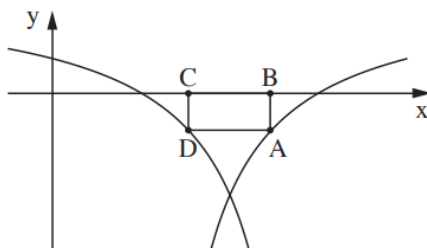
(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

בסרטוט שלפניך מתואר חלק מן הגרף של הפונקציה $f(x)$, חלק מן הגרף של הפונקציה $g(x)$,

ומלבן החסום ביניהם ובין ציר ה- x .

צלע BC של המלבן מונחת על ציר ה- x , והצלע הנגדית, AD, מחברת

בין נקודה על הגרף של $f(x)$ ובין נקודה על הגרף של $g(x)$, כמתואר בסרטוט.



נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.

ב. קבע מהו תחום הערכים האפשרי של t .

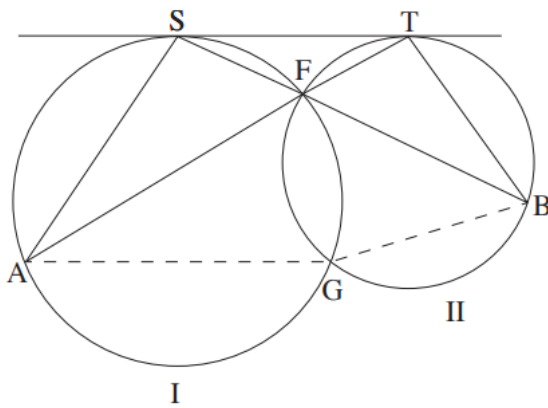
ג. (1) הבע באמצעות t את אורך הצלע AB.

(2) הוכח ששיעור ה- x של הנקודה D הוא $4-t$.

(3) הבע באמצעות t את שטח המלבן ABCD.

ד. מצא את t שבעבורו שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.

תרגיל 3



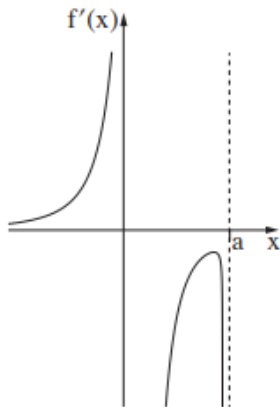
4. שני מעגלים I ו-II נחתכים
 בנקודות G ו-F.
 הישר ST משיק למעגל I בנקודה S,
 ולמעגל II בנקודה T.
 המשך SF חותך את מעגל II
 בנקודה B, והמשך TF חותך את
 מעגל I בנקודה A (ראה ציור).

א. הוכח כי $\frac{ST}{AS} = \frac{TB}{ST}$.

ב. (1) הוכח כי $\angle AGF = \angle SFA + \angle SAF$.

(2) הוכח כי אם הנקודות A, G ו-B נמצאות על ישר אחד, אז $\angle SFA = 60^\circ$.

תרגיל 4



7. נתונה הפונקצייה $f(x)$ המוגדרת בתחום $x \leq a, x \neq 0$. הוא פרמטר חיובי.

- בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום: $x < a, x \neq 0$.
 לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש שלוש אסימפטוטות המאונכות
 לצירים שמשוואותיהן: $x = 0, x = a, y = 0$.
 בתחום $x < 0$ פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עולה.
 הישר $x = 0$ הוא אסימפטוטה גם לגרף הפונקצייה $f(x)$.
 $f(a) = 0$

- א. (1) מצאו את תחום העלייה ואת תחום הירידה של הפונקצייה $f(x)$
 (הביעו את תשובתכם באמצעות a, אם יש צורך). נמקו.
 (2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $f(x)$? נמקו.

- נתון כי הישר $y = 0$ הוא אסימפטוטה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ב. סרטוט סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה $f(x)$, בהתאם לתשובתכם בתת-סעיף א(2).

נתון כי אחד מן הביטויים I-IV שלפניכם מייצג את הפונקצייה $f(x)$.

I. $\frac{\sqrt{a-x}}{x^2}$ II. $\frac{\sqrt{x-a}}{x^2}$ III. $\frac{\sqrt{a-x}}{x}$ IV. $\frac{\sqrt{x-a}}{x}$

ג. איזה מן הביטויים I-IV מייצג את הפונקצייה $f(x)$? נמקו.

ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה $x = (-2)$, הוא: $\frac{7}{16}$.

ד. מצאו את הערך של a.

ה. הציבו $a = 2$ וחשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $(f(x))^2$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישר $x = 1$.

$f(x)$ היא פונקציה המוגדרת לכל x .

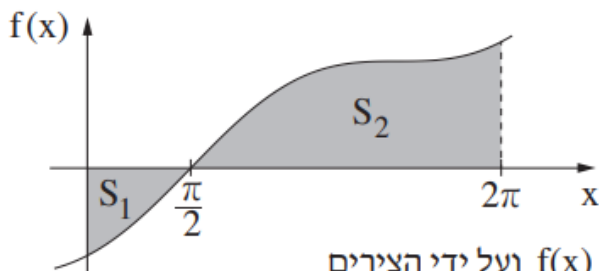
גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בחלקו השלילי.

נקודת החיתוך היחידה של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x היא $(\frac{\pi}{2}, 0)$ (ראה ציור).

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הצירים ועל ידי הישר $x = 2\pi$

(השטח האפור בציור) שווה ל- $10\pi^2 + 16$.

נתון גם: $\int_0^{2\pi} f(x) dx = 8\pi^2$.



א. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים

(השטח S_1 המסומן בציור).

הפונקציה $F(x)$ היא פונקציה קדומה לפונקציה $f(x)$. נתון: $F(0) = 0$.

ב. מצא את $F(\frac{\pi}{2})$.



8. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

האסימפטוטה היחידה של הפונקציה $f(x)$ היא $x = 0$.

נתון כי יש פתרון אחד בלבד למשוואה $f(x) = 2$

ופתרון אחד בלבד למשוואה $f(x) = -2$.

א. רק על פי נתוני השאלה,

סרטט סקיצה של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ב. נתון גם כי פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא: $f'(x) = \frac{ax^2 - b}{ax^2}$,

a ו- b הם פרמטרים שונים מ- 0 .

מצא את הפונקציה $f(x)$ (בלי פרמטרים).

