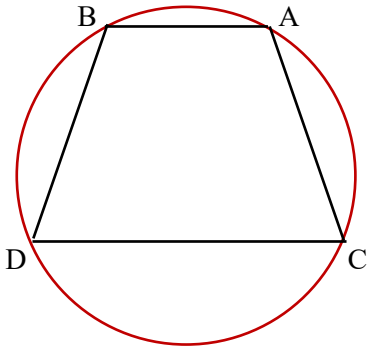


שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל  
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר

## כיתה י - יחידה 27 - מעגל חוסם וחסום

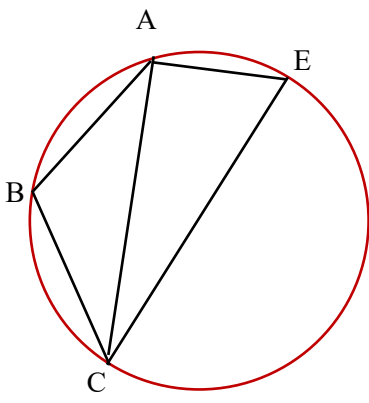
### מרובע חסום במעגל



1. הנקודות A, B, C, D נמצאות על מעגל.

נתון:  $AB \parallel CD$

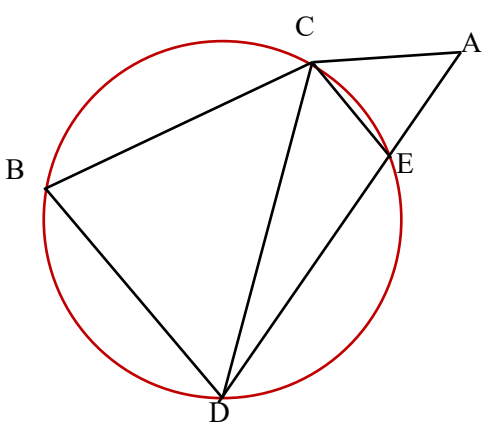
הוכיחו שמרובע ABCD הוא טרפז שווה שווקים



2. הנקודות A, B, C, E נמצאות על מעגל.

נתון:  $BC = AB$  ו-CE קוטר

הוכיחו ש-  $\angle E = 2\angle BCA$



3. הנקודות A, B, C, D, E נמצאות על מעגל.

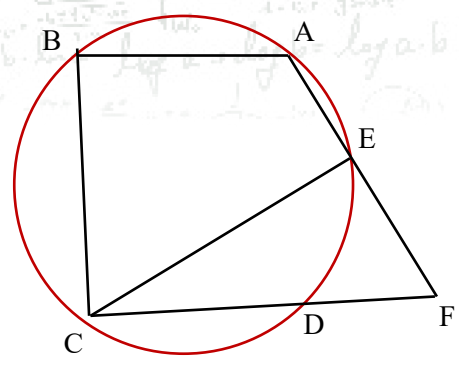
הקשתות  $\widehat{BC}$ ,  $\widehat{DE}$  ו-  $\widehat{BD}$  שוות.

המשך המיתר DE וקטע היוצא מנקודה C נפגשים בנקודה A

כך ש-CE חוצה את זווית DCA

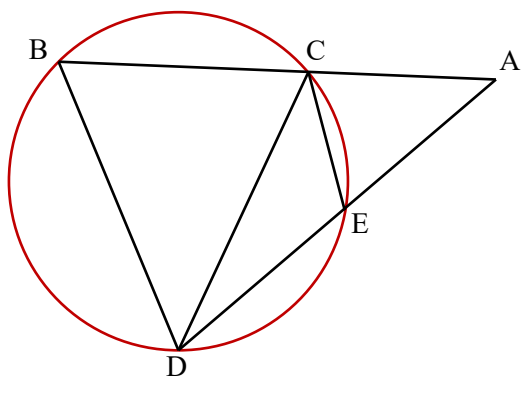
הוכיחו ש-  $CE = AE$

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל  
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר



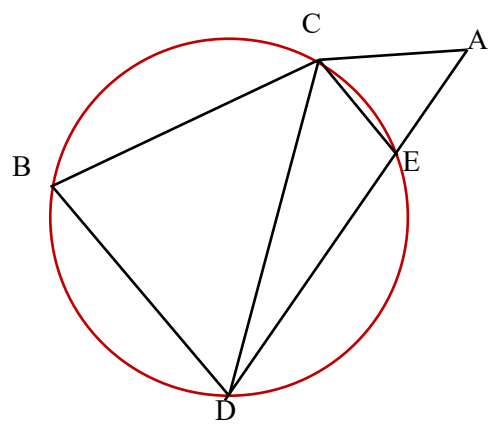
4. הנקודות B, C, D ו-A נמצאות על מעגל.  
המשכי המיתרים DC ו-AE נפגשים בנקודה F הנמצאת מחוץ למעגל.  
נתון:  $AB \parallel CD$

הוכיחו ש-  $\sphericalangle BCE = \sphericalangle F$



5. הנקודות B, C, D ו-E נמצאות על מעגל.  
המשכי המיתרים BC ו-DE נפגשים בנקודה A הנמצאת מחוץ למעגל.  
נתון:  $\sphericalangle BCD = \sphericalangle ECA$

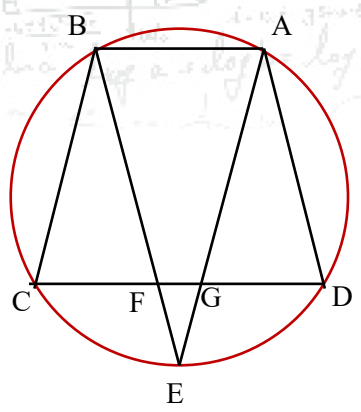
הוכיחו ש-  $\sphericalangle BDC = \sphericalangle A$



6. הנקודות B, C, D ו-E נמצאות על מעגל.  
הקשתות  $\widehat{BC}$ ,  $\widehat{DE}$  ו-  $\widehat{BD}$  שוות.  
המשך המיתר DE וקטע היוצא מנקודה C נפגשים בנקודה A כך ש-CE חוצה את זווית DCA

הוכיחו ש-  $CE = AE$

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל  
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר

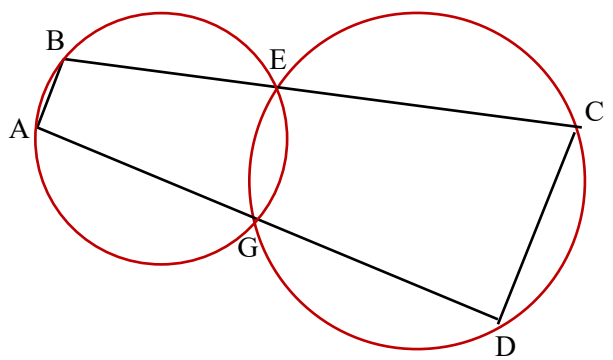


7. טרפז ABCD חסום במעגל

א. הוכיחו שטרפז ABCD שווה שוקיים

נתון  $GD=CF$

ב. הוכיחו שמרובע ABGF הוא טרפז שווה שוקיים



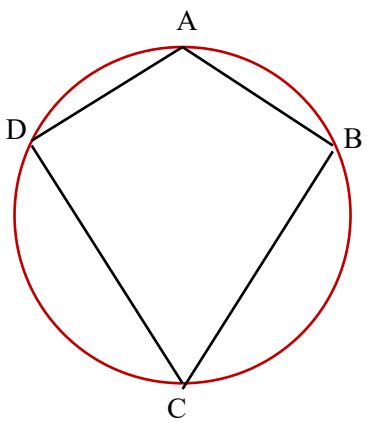
8. נתונים שני מעגלים שנחתכים בשתי נקודות E ו-G.

הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על המעגלים כך ש-AD

עובר דרך נקודת החיתוך G והקטע BC עובר דרך

הנקודה E

הוכיחו שהמרובע ABCD הוא טרפז



9. נתון דלתון ABCD (  $AB = AD, BC = DC$  ) החסום במעגל

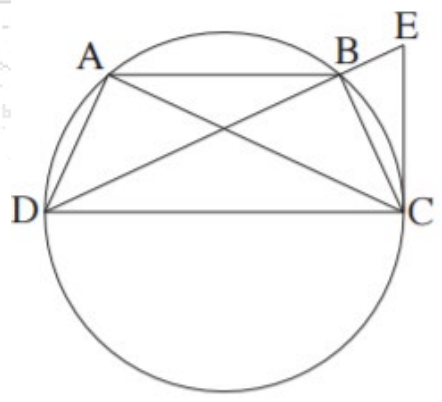
שבמרכזו O כמתואר בציור

נתון  $\angle BCD = 60^\circ$ .

א. הוכיחו:  $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$

ב. הוכיחו: המרובע ABOD הוא מעוין

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל  
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר



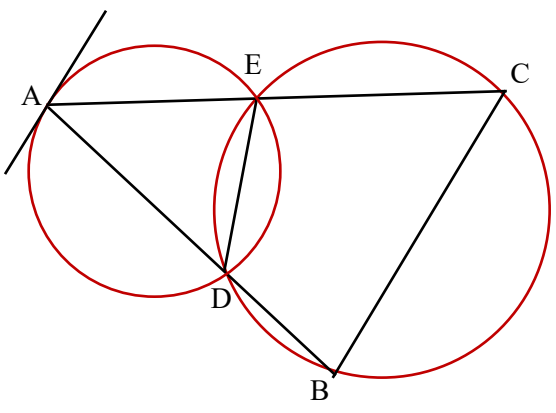
10. טרפז שווה-שוקיים ABCD חסום במעגל.

המשיק למעגל בנקודה C נפגש בנקודה E עם המשך האלכסון DB.  
CD הוא קוטר במעגל (ראה ציור)

א. הוכח:  $\triangle DAC \sim \triangle ECD$ .

ב. נתון: 25 ס"מ = DE חשב את רדיוס המעגל..

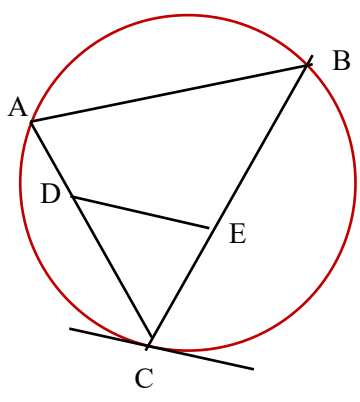
ג. חשב את שטח המשולש DAC.



11. נתונים 2 עגלים הנחתכים בנקודות E ו-D.

דרך הנקודה A הנמצאת על אחד המעגלים העבירו שני קטעים העוברים בנקודות E ו-D וחותכות את המעגל השני בהתאמה בנקודות C ו-B

הוכיחו שהמיתר BC מקביל למישק למעגל בנקודה A

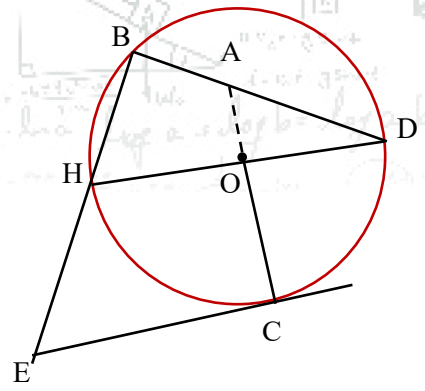


12. הנקודות A, B, C נמצאות על מעגל.

העבירו את הקטע DE החותך את המיתרים AC ו-CB בנקודות D ו-E בהתאמה ומקביל למשיק בנקודה C

הוכיחו שהמרובע ADEB בר חסימה

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל  
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר

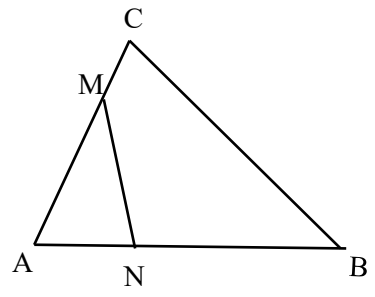


13. מהנקודה E שמחוץ למעגל שמרכזו בנקודה O העבירו שני קטעים, האחד חותך את המעגל בנקודות H ו-B והישר השני משיק למעגל בנקודה C. העבירו את הקוטר HD. המשך הרדיוס CO חותך את המיתר BD בנקודה A.

א. הוכיחו שהמרובע ABEC בר חסימה

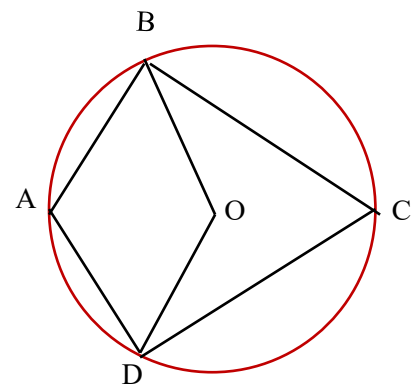
נתון שמרובע ABHO הוא גם בר חסימה

ב. הוכיחו ש-  $HD \perp AC$



14. נתון משולש ABC.

העבירו במשולש את הקטע MN כך ש-  $\sphericalangle AMN = \sphericalangle CBA$   
הוכיחו שמרובע MCBN הוא בר חסימה



15. הדלתון ABCD חסום במעגל שמרכזו בנקודה O.

הוכיחו שמרובע ABOD אינו בר חסימה

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל  
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר

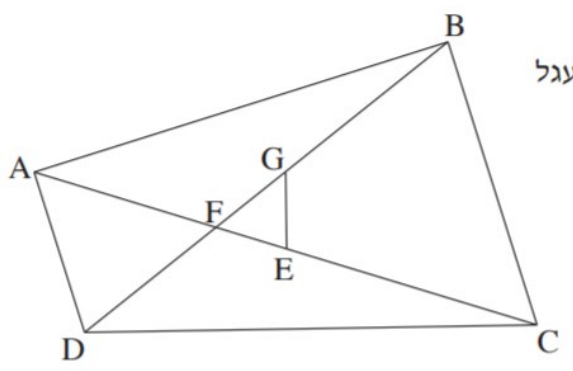
F היא נקודת החיתוך של האלכסונים במרובע ABCD.

הנקודה E נמצאת על FC,

והנקודה G נמצאת על FB,

באופן שהמרובע BCEG הוא בר-חסימה במעגל

(ראה ציור).



א. הוכח:  $\Delta FEG \sim \Delta FBC$ .

ב. נתון:  $\frac{AF}{FG} = \frac{DF}{FE}$ .

הוכח:  $\Delta FDA \sim \Delta FEG$ .

ג. הוכח:  $AD \parallel BC$ .

5. שני מעגלים נחתכים בנקודות M ו-N.

ישר חותך את שני המעגלים

בנקודות A, B, C, D, כמתואר בציור.

נתון:  $\angle BNC = \alpha$

$\angle BNM = \beta$

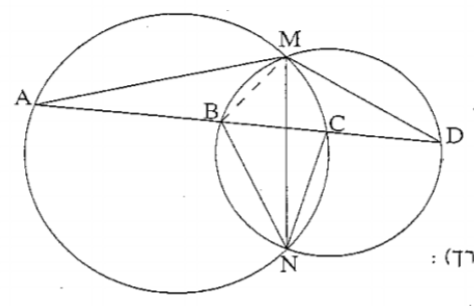
א. הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $\beta$  (במידת הצורך):

(1) את  $\angle MDB$ . נמק.

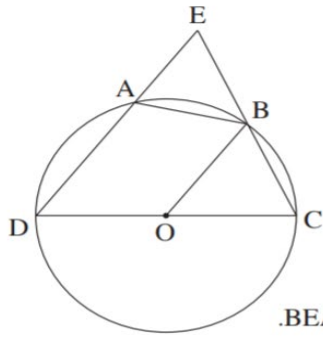
(2) את  $\angle MAC$ . נמק.

(3) את  $\angle AMD$ .

ב. האם המרובע AMDN הוא בר-חסימה במעגל? נמק.



18. שאלת בגרות



4. במעגל שמרכזו O חסום מרובע ABCD.

DC הוא קוטר.

המשכי הצלעות DA ו- CB נפגשים בנקודה E (ראה ציור).

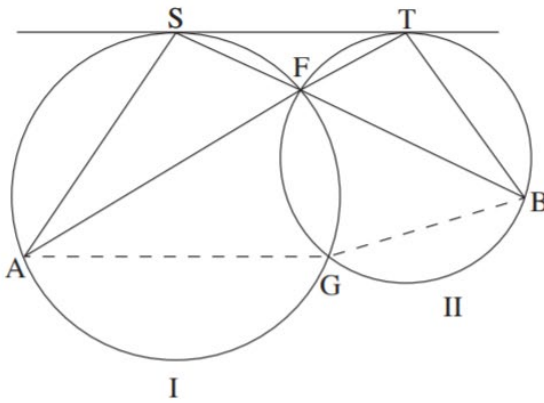
נתון:  $\angle BOC = \alpha$ ,  $OB \parallel DE$ .

א. הבע באמצעות  $\alpha$  את  $\angle ABO$ .

ב. נתון כי שטח המשולש OBC שווה לשטח המשולש BEA.

הוכח כי  $\triangle OBC \cong \triangle BEA$ .

19. בגרות



4. שני מעגלים I ו- II נחתכים

בנקודות G ו- F.

הישר ST משיק למעגל I בנקודה S,

ולמעגל II בנקודה T.

המשך SF חותך את מעגל II

בנקודה B, והמשך TF חותך את

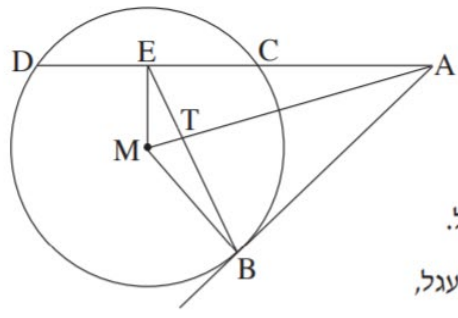
מעגל I בנקודה A (ראה ציור).

א. הוכח כי  $\frac{ST}{AS} = \frac{TB}{ST}$ .

ב. (1) הוכח כי  $\angle AGF = \angle SFA + \angle SAF$ .

(2) הוכח כי אם הנקודות A, G, B נמצאות על ישר אחד, אז  $\angle SFA = 60^\circ$ .

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל  
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר



4. מנקודה A יוצא ישר המשיק למעגל בנקודה B,

ויוצא ישר אחר החותך את המעגל בנקודות C ו-D.

הנקודה E היא אמצע המיתר DC.

הנקודה M היא מרכז המעגל (ראה ציור).

א. הוכח כי המרובע AEMB הוא בר חסימה במעגל.

ב. אלכסוני המרובע AEMB, שהוא בר חסימה במעגל,

נפגשים בנקודה T.

נתון כי הנקודה T היא מפגש התיכונים במשולש BDC.

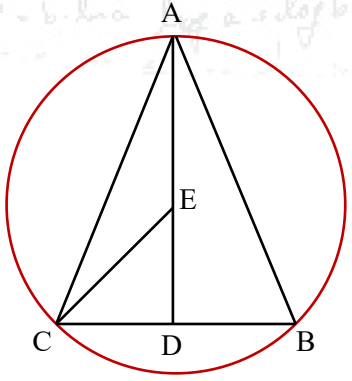
הוכח כי  $TB^2 = 2MT \cdot TA$ .

ג. נתון:  $TE = \frac{\sqrt{10}}{2}$  ס"מ,  $MT = 1$  ס"מ.

מצא את רדיוס המעגל החוסם את המרובע AEMB.



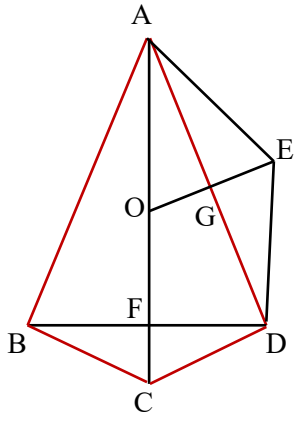
## מעגל חסום במשולש וחסום משולש



21. הנקודות A, C, B, E נמצאות על מעגל.

נתון:  $AC=AB$ , והנקודה E נמצאת על חוצה הזווית AD כך ש-  $EC=AE$

הוכיחו שנקודה E היא מרכז החוסם את משולש ABC



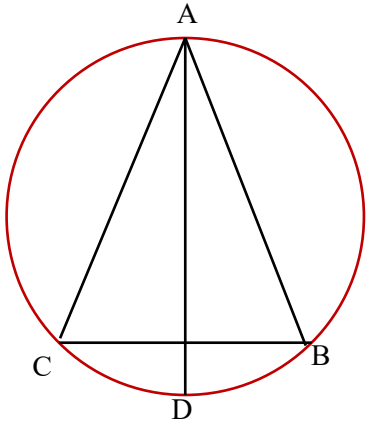
22. נתון ABCD דלתון.

G היא אמצע הצלע AD.

דרך נקודה O שהיא מרכז המעגל החוסם את משולש ABD העבירו את הקטע

OE החותך את AC בנקודה G.

הוכיחו AEDO מעוין



23. הנקודות A, B, C-ו נמצאות על מעגל.

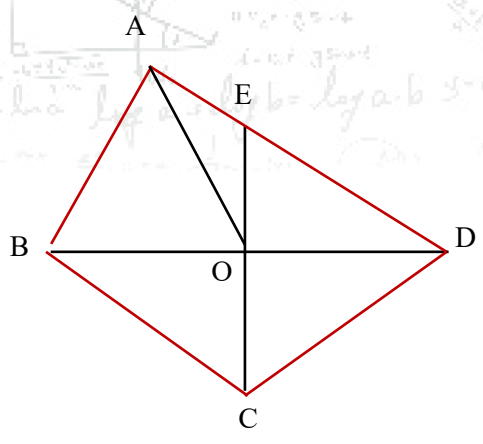
$AB=AC$  והקשתות  $\widehat{CD}$  ו-  $\widehat{DB}$  שוות.

א. הוכיחו AD קוטר במעגל

נתון ש-CD שווה באורכו לרדיוס המעגל

ב. חשבו את גודל זווית CDB

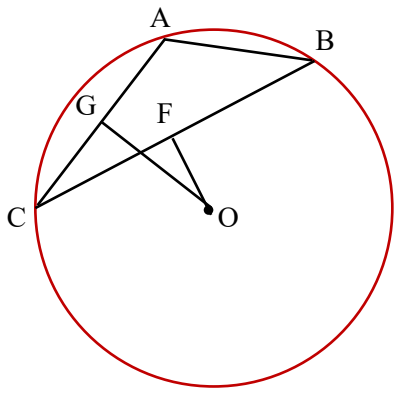
שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל  
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר



24. ABCD הוא מרובע.

נתון:  $BO=AO$ ,  $DC=BC$ , והנקודה E נמצאת על חוצה הזווית AD כך ש-  $EC=AE$

הוכיחו שנקודה O היא מרכז המעגל החוסם את משולש ABC



25. הנקודות A, B ו-C נמצאות על המעגל שמרכזו בנקודה O. נתון הנקודה F היא אמצע המיתר CB וש  $\angle ACB = \angle FOG$

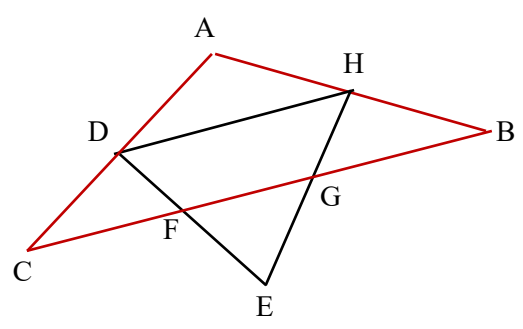
הוכיחו שנקודה O היא מרכז המעגל החוסם את משולש ABC

26. נתון משולש ABC.

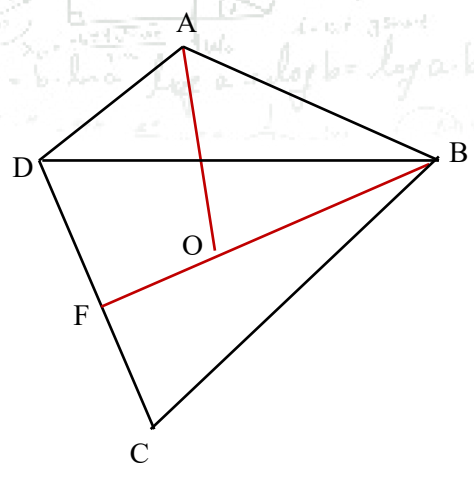
מהנקודה E הנמצאת מחוץ למעגל העבירו 2 קטעים EH ו-ED המאונכים לצלעות AB ו-AC בהתאמה. נתון בנוסף ש-  $BH=AH$  ו-  $DH \parallel CB$

א. הוכיחו שנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את משולש ABC

ב. הוכיחו שהמרובע DHKC הוא מקבילית



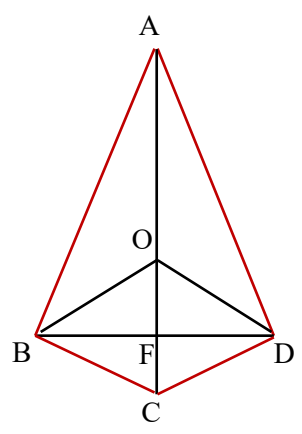
שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל  
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר



27. במרובע ABCD ידוע ש-BC=DB.  
דרך הנקודה B העבירו קטע BF העובר במרכז המעגל החוסם את משולש DBC.  
הקטע BF חוצה את זווית DBC וחותך את הצלע DC בנקודה F.  
בנוסף נתון ש-BO=AO.

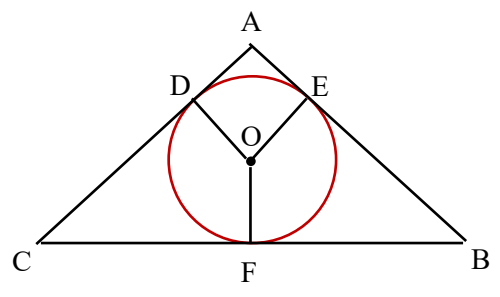
הוכיחו שנקודה O היא מרכז המעגל החוסם את משולש ABC

**מעגל חסום במשולש**



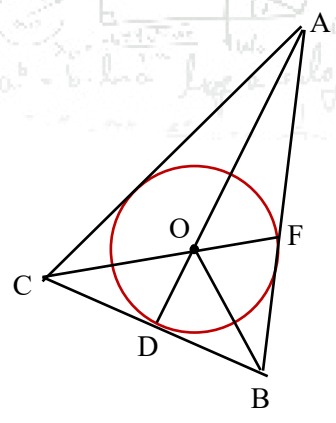
28. הנקודה O היא מרכז המעגל החסום במשולש ABD.  
המשך הקטע AO חותך את DB בנקודה F.  
ידוע ש- $\angle OBF = \angle ODF$

הוכיחו ABC הוא שווה שוקיים

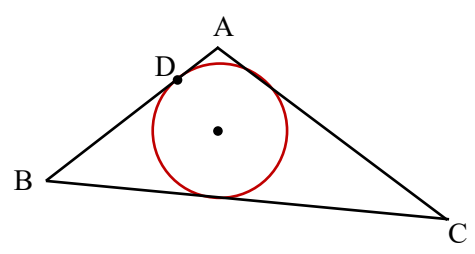


29. משולש שווה שוקיים ABC (AC=AB) חוסם את המעגל שמרכזו בנקודה O כך שהצלעות AC, AB ו-CB משיקות למעגל בנקודות D, E ו-F בהתאמה.  
G היא אמצע הצלע AD.  
נתון:  $\angle DOF = 130$

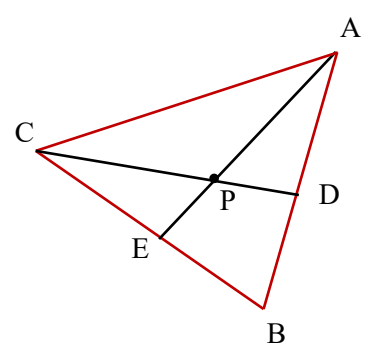
חשבו את גודל זווית A



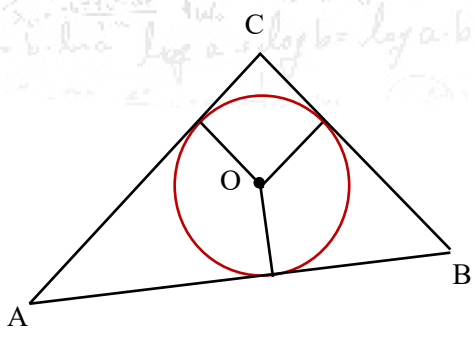
30. משולש שווה שוקיים ABC ( $AC=AB$ ) חוסם את המעגל שמרכזו בנקודה O.  
 CB משיקה למעגל בנקודה D והמשך הקטע CO חותך את AB בנקודה F.  
 נתון:  $AC=10$  ס"מ,  $AF=6$  ס"מ.  
 א. מצאו את אורך הצלע BC.  
 ב. מצאו את אורך רדיוס המעגל.  
 ג. חותך את המעגל בנקודה נוספת G. מצאו את אורך הקטע AG.



31. משולש ABC חוסם את המעגל שמרכזו בנקודה O כך שהצלע AB משיקה למעגל בנקודה D.  
 $AC=10$  ס"מ ו- $BD=6$  ס"מ.  
 א. חשבו את היקף המעגל.  
 גודל זווית A היא 126 מעלות.  
 ב. חשבו את גודל זווית BOC.



32. משולש שווה שוקיים ABC ( $CB=AB$ ). הנקודות E ו-D נמצאות על הצלעות AB ו-CB בהתאמה.  
 נתון:  $AC=11.25$  ס"מ,  $DB=EB=4$  ס"מ ו- $CE=5$  ס"מ.  
 הקטעים AE ו-CD נפגשים בנקודה P.  
 הוכיחו שהנקודה P היא מרכז המעגל החסום במשולש ABC.

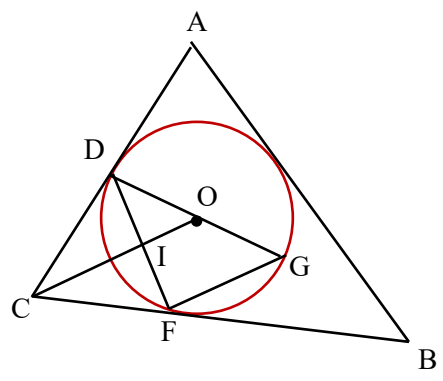


33. משולש ישר זווית ABC ( $\sphericalangle C = 90^\circ$ ) חוסם את המעגל שמרכזו בנקודה O.

א. חשבו את גודל זווית AOB

נתון ש-אורך רדיוס המעגל הוא 8 ס"מ ו- $\sphericalangle CAO = 15^\circ$

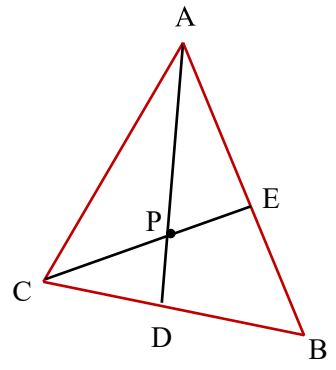
ב. חשבו את היקף המשולש ABC (דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה)



34. משולש ABC חוסם את המעגל שמרכזו בנקודה O.

הצלעות AC ו-BC משיקות למעגל בנקודת D ו-F בהתאמה. המשך DO חותך את המעגל בנקודה G והקטע CO חותך את המיתר DF בנקודה I כך ש- $CI = 2CO$

הוכיחו ש- CIGF הוא מקבילית



35. נתון משולש ABC.

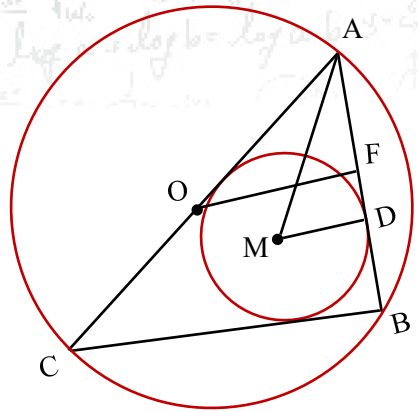
BC חוצה את זווית C.

P מרכז המעגל החסום במשולש.

נתון:  $AB = 10$  ס"מ,  $AC = 8$  ס"מ ו- $CB = 9$  ס"מ.

מצאו את היחס  $\frac{AP}{PD}$

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל  
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר



36. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו בנקודה O.  
והמשולש ABC חסום מעגל שמרכזו בנקודה M.  
AC קוטר במעגל שמרכזו O.  
D נקודה בה משיק AB למעגל שמרכזו M.

א. הוכיחו -  $MD \parallel OF$

נתון: 4 ס"מ  $AF = m$ , 6 ס"מ  $AO = m$  ו-10 ס"מ  $CB = m$

הוכיחו ש- CIGF הוא מקבילית

ב. חשבו את אורך רדיוס המעגל שמרכזו M.