

כיתה י - יחידה 15 - פונקציות אי רציונליות (פונקציית שורש)

**תחום הגדרה
של פונקציה -**
אילו ערכים של
 x ניתן להציב

תחום הגדרה של פונקציית שורש (תנאי)

$$f(x) = \sqrt{\Delta}$$

הביטוי מתחת לשורש חייב להיות חיובי או שווה אפס (לא שלילי) לכן נומר ש:

$$\Delta \geq 0$$

איך מוצאים תחום הגדרה של פונקציית שורש?

דוגמאות

דוגמה 2

$$f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 7}$$

התנאי שצריך להתקדם

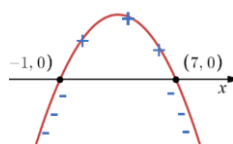
$$-x^2 + 6x + 7 \geq 0$$

נפתור את האי שוויון שהתקבל,
האי שוויון שהתקבל הוא אי שוויון
ריבועי ולכן, תחילה נשווה לאפס

$$-x^2 + 6x + 7 = 0$$

$$x = 7, x = -1$$

נכתוב נעשה שרטוט



לכן תחום ההגדרה הוא

$$-1 \leq x \leq 7$$

דוגמה 2

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$$

התנאי שצריך להתקדם

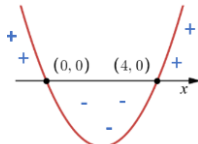
$$x^2 - 4x \geq 0$$

נפתור את האי שוויון שהתקבל,
האי שוויון שהתקבל הוא אי שוויון
ריבועי ולכן, תחילה נשווה לאפס

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x = 4, x = 0$$

נכתוב נעשה שרטוט



לכן תחום ההגדרה הוא

$$x \geq 4 \text{ או } x < 0$$

דוגמה 1

$$f(x) = \sqrt{2x - 7}$$

התנאי שצריך להתקדם

$$2x - 7 \geq 0$$

נפתור את האי שוויון שהתקבל

$$2x \geq 7$$

$$x \geq 3.5$$

לכן נוכל להציב בפונקציה רק
מספרים שגדולים או שווים ל-3.5

1. קבעו מה הטענה הנכונה

(1) תחום הגדרה של פונקציה - אילו ערכים של x ניתן להציב

(2) תחום הגדרה של פונקציה - אילו ערכים של x לא ניתן להציב

2. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \sqrt{x-5}$

קבעו בכל סעיף - נכון או לא נכון

(1) ניתן להציב בפונקציה $f(x)$ - $x = 7$ נכון / לא נכון

(2) ניתן להציב בפונקציה $f(x)$ - $x = 5$ נכון / לא נכון

(3) ניתן להציב בפונקציה $f(x)$ - $x = 3$ נכון / לא נכון

3. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \sqrt{2x+8}$

קבעו בכל סעיף - נכון או לא נכון

(1) ניתן להציב בפונקציה $f(x)$ - $x = -10$ נכון / לא נכון

(2) ניתן להציב בפונקציה $f(x)$ - $x = -4$ נכון / לא נכון

(3) ניתן להציב בפונקציה $f(x)$ - $x = 0$ נכון / לא נכון

4. קבעו בכל סעיף את תחום ההגדרה של הפונקציה מתוך האפשרויות

נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x}$	א. (1) $x \geq 0$ (2) $x \geq 2$
נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x-3}$	א. (1) $x \geq 0$ (2) $x \geq 3$
נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{2x+7}$	א. (1) $x \geq 0$ (2) $x \geq -3.5$
נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{1-x}$	א. (1) $x \leq 1$ (2) $x \geq 0$

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

5. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \sqrt{x-8}$

קבעו איזה מהטענות נכונה ונמקו

(1) ניתן להציב בפונקציה רק ערכים של x שגדולים מ-8

(2) ניתן להציב בפונקציה רק ערכים של x שקטנים מ-8

6. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \sqrt{4-x}$

קבעו איזה מהטענות נכונה ונמקו

(1) ניתן להציב בפונקציה רק ערכים של x שגדולים מ-4

(2) ניתן להציב בפונקציה רק ערכים של x שקטנים מ-4

7. רשמו את תחום ההגדרה של כל פונקציה

א. $y = 4\sqrt{x}$ ב. $y = \sqrt{x} - 0.5x$ ג. $y = x - 2\sqrt{x}$

ד. $y = \sqrt{x-2}$ ה. $y = \sqrt{x+5}$ ו. $y = \sqrt{2x}$

ז. $y = \sqrt{2x-1}$ ח. $y = \sqrt{3-x}$ ט. $y = \sqrt{-12x+6}$

8. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \sqrt{x^2-8x}$

א. קבעו בכל סעיף - נכון או לא נכון (ניתן לבדוק על ידי הצבה)

(2) ניתן להציב בפונקציה $f(x)$ - $x = -1$ נכון / לא נכון

(3) ניתן להציב בפונקציה $f(x)$ - $x = 4$ נכון / לא נכון

(4) ניתן להציב בפונקציה $f(x)$ - $x = 0$ נכון / לא נכון

ב. מה התחום הגדרה של הפונקציה, בחרו בין 2 האופציות: (1) $0 \leq x \leq 8$, (2) $x \geq 8$ או $x \leq 0$

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

9. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x}$

א. קבעו בכל סעיף - נכון או לא נכון (ניתן לבדוק על ידי הצבה)

(1) ניתן להציב בפונקציה $f(x)$ - $x = -1$ נכון / לא נכון

(2) ניתן להציב בפונקציה $f(x)$ - $x = 4$ נכון / לא נכון

(3) ניתן להציב בפונקציה $f(x)$ - $x = 0$ נכון / לא נכון

ב. מה התחום הגדרה של הפונקציה, בחרו בין 2 האופציות: (1) $0 \leq x \leq 6$, (2) $x \geq 6$ או $x \leq 0$

10. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \sqrt{x^2 + 8}$

א. קבעו בכל סעיף - נכון או לא נכון (ניתן לבדוק על ידי הצבה)

(1) ניתן להציב בפונקציה $f(x)$ - $x = -1$ נכון / לא נכון

(2) ניתן להציב בפונקציה $f(x)$ - $x = 4$ נכון / לא נכון

(3) ניתן להציב בפונקציה $f(x)$ - $x = 0$ נכון / לא נכון

ב. מה התחום הגדרה של הפונקציה, בחרו בין 2 האופציות: (1) $0 \leq x \leq 8$, (2) כל x

11. רשמו את תחום ההגדרה של כל פונקציה

א. $y = \sqrt{x^2 - 1}$ ב. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$ ג. $y = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$

ד. $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$ ה. $y = \sqrt{-x^2 + 7x}$ ו. $y = \sqrt{-x^2 - 5x + 6}$

ז. $g(x) = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$ ח. $y = \sqrt{-x^2 + x}$ ט. $f(x) = \sqrt{-12x^2 + 24}$

י. $f(x) = \sqrt{4 - 4x}$ יא. $y = \sqrt{x^2 + 7}$ יב. $y = \sqrt{-x^2 - 5x - 4}$

יג. $g(x) = \sqrt{-2x^2 + x + 1}$ יד. $y = \sqrt{x^2 + 2x + 8}$ טו. $f(x) = \sqrt{-x^2}$

נגזרת ומשוואת משיק לפונקציה

דוגמה	נוסחה	סוג
$(3\sqrt{x})' = \frac{3}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	נגזרת בסיסית
$(\sqrt{2x-5})' = \frac{2}{2\sqrt{2x-5}}$	$(\sqrt{f(x)})' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$	נגזרת אי רציונלית מורכבת
$(x\sqrt{2x+1})' = 1 \cdot \sqrt{2x+1} + x \cdot \frac{2}{\sqrt{2x+1}}$	$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$	נגזרת מכפלה

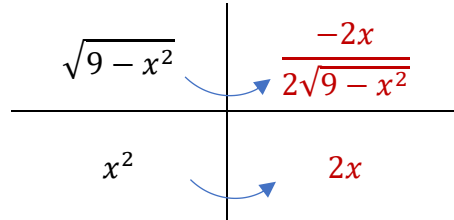
12. גזרו את הפונקציות הבאות

- א. $f(x) = \sqrt{x} - x$ ב. $y = \sqrt{x} - 0.5x$ ג. $y = x - 2\sqrt{x}$
- ד. $y = \sqrt{2x}$ ה. $f(x) = \sqrt{7x-4}$ ו. $f(x) = 2\sqrt{3-4x}$
- ז. $y = -\sqrt{x} - x$ ח. $y = -8\sqrt{x} + 2x$ ט. $f(x) = 3\sqrt{x} - \frac{3}{x}$
- י. $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 1}$ יא. $y = \sqrt{-3x^2 - 1}$ יב. $y = \sqrt{2x^2 - 5x}$

נגזרת מכפלה עם שורש

$$(v \cdot u)' = v' \cdot u + v \cdot u'$$

דוגמה



$$f(x) = x^2 \sqrt{9-x^2}$$

$$f'(x) = 2x \cdot \sqrt{9-x^2} + x^2 \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{9-x^2}} =$$

$$f'(x) = \frac{-x^3}{\sqrt{9-x^2}} + 2x \cdot \sqrt{9-x^2}$$

מכנה משותף - $\sqrt{9-x^2}$

$$f'(x) = \frac{2x\sqrt{9-x^2}}{1} + \frac{-x^3}{\sqrt{9-x^2}} = \frac{-x^3 + 2x \cdot (9-x^2)}{\sqrt{9-x^2}}$$

$$f'(x) = \frac{-x^3 + 18x - 2x^3}{x^4\sqrt{9-x^2}}$$

$$f'(x) = \frac{-3x^3 + 18x}{x^4\sqrt{9-x^2}}$$

13. גזרו את הפונקציות הבאות

ג. $y = -x\sqrt{x+6}$

ב. $y = x\sqrt{x+2}$

א. $f(x) = x\sqrt{x}$

ו. $f(x) = x^2\sqrt{x^2-1}$

ה. $f(x) = x\sqrt{x-1}$

ד. $y = x^2\sqrt{x}$

ז. $f(x) = 3x^2\sqrt{x^2-x}$

ח. $y = -8x\sqrt{x+5}$

ז. $y = x^3\sqrt{x+1}$

14. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x}$

- מצאו את שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 9$
- מצאו את שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 2.25$
- מצאו את שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = -4$
- מצאו את שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $y = 1$
- מצאו את שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $y = 2$

15. נתונה הפונקציה $f(x) = 4\sqrt{x}$

- מצאו את שיפוע המשיק בנקודה שבה $x = 9$
- מצאו נקודה שבה שיעור ה- y הוא 20
- האם יש משיק לפונקציה ששיפועו שלילי?

16. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{5x - 10}$

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$
- מצאו את נקודת הקצה של הפונקציה
- מצאו את שיפוע המשיק בנקודה שבה $x = 9.2$
- האם יש לפונקציה $f(x)$ תחום שבו היא יורדת

17. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{ax + 6}$

נתון ששיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \frac{1}{2}$ הוא 1

א. מצאו 2 אופציות לערכו של הפרמטר a

הציבו $a = 4$ וענו על הסעיף הבא

ב. רשמו את נקודת הקצה של הפונקציה $f(x)$

18. נתונה הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x} - 2x$

א. מצאו את שיפוע המשיק בנקודה שבה $x=1$

ב. מצאו את משוואת המשיק בנקודה שבה $x=1$

19. נתונה הפונקציה $g(x) = x^2 - a\sqrt{x+5}$

ידוע שהפונקציה $g(x)$ עוברת בנקודה (4,7).

מצאו את הפרמטר a .

20. נתונה הפונקציה $f(x) = 3m\sqrt{x} - 3x$

ידוע, שיש נקודת קיצון לפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=1$

מצא את הפרמטר m .

21. נתונה הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x} - bx$

הפונקציה $f(x)$ עוברת דרך הנקודה (9,-3).

מצאו את הפרמטר b .

22. נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{ax} - 3$

נתון שלפונקציה $g(x)$ עוברת בנקודה (2,1).

מצאו את הפרמטר a

23. נתונה הפונקציה $f(x) = ax - 2\sqrt{x} - 3$, פרמטר a

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון ב- $x = \frac{1}{4}$

א. מצאו את הפרמטר a

ב. האם הפונקציה עוברת בנקודה (4,-5)? נמקו

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

24. נתונה הפונקציה $g(x) = -4\sqrt{x} + b + x$.

נתון שהפונקציה $g(x)$ חותכת את ציר ה-y בנקודה שנמצאת 4 יחידות מעל ראשית הצירים.
מצאו את הפרמטר b

25. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x} - \frac{x}{a}$.

בנוסף נתון, שהפונקציה $f(x)$ עוברת דרך הנקודה (81,-18).
מצאו את הפרמטר a

26. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

מצאו את שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=5$

27. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2 - bx}$.

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון ב- $x=3$
מצאו את הפרמטר a

28. נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{-x^2 + mx}$.

שיפוע המשיק לפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x=1$ הוא $\frac{3}{4}$
מצאו את הפרמטר m

תזכורת:

נגזרת של מכפלה
 $(x\sqrt{x})' = \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}}$

29. נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{x} - ax$

ידוע ששיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה, שבה $X=4$ הוא 0
מצאו את הפרמטר a.
תשובה 3

30. נתונה הפונקציה $g(x) = -x^2\sqrt{-3x^2 + a}$ פרמטר a.

ידוע שבנקודת קיצון של הפונקציה $g(x)$ שיעור ה-x הוא 2

א. מצאו את הפרמטר a

ב. מצאו את שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה (1,3)

ג. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודת החיתוך עם ציר ה-y

31. נתונה הפונקציה: $y = (x - b)\sqrt{2x}$, פרמטר b.

ידוע שבנקודת קיצון של הפונקציה $g(x)$ שיעור ה-x הוא 1

א. מצאו את הפרמטר b

ב. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודת הקיצון שלה

32. נתונה הפונקציה $y = x - b\sqrt{x} + k$ b ו-k הם פרמטרים

נתון שיש לפונקציה הנתונה יש נקודת קיצון בנקודה (4,-1)

א. מצאו את הפרמטרים b ו-k

ב. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה והישר $y=k$

33. נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{-x^2 + ax}$ פרמטר a.

המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $x=3$ מקביל לציר ה-x

א. מצאו את הפרמטר a

ב. רשמו 3 נקודות שנמצאות על הפונקציה

34. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{a} - \sqrt{x}$.

נתון ששיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=1$ הוא -1.

מצאו את הפרמטר A

35. נתונות הפונקציות הבאות: $y = \frac{\sqrt{x}}{1-a} - x$

נתון ששיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=4$ הוא $-\frac{1}{2}$

מצאו את הפרמטר a

36. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{1+2ax+3x^2}$.

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = \frac{1}{3}$

מצאו את הערך של $f'(1)$

37. נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{x} - ax$

ידוע ששיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה, שבה $X=4$ הוא 0
 מצאו את הפרמטר a .

פתרונות תרגילים 1-22

1. בקרוב $a=3.17$
2. בקרוב $a.18, b. \sqrt{3}, y=0$
3. בקרוב $a=3.19$
4. $a=4$.20
5. $m=2$ $b=3.21$
6. $b=1$ $a.22, b=4, k=3$ $b. (16,3), (0,3)$
7. $a=8$ $a.23, a=4$ $b. (0,0), (2,4), (1, \sqrt{3})$
8. $a.24, a=2$ $b. לא A=-2$
9. $b=4$ $a=0.5.25$
10. $a = \frac{2}{3}$ $\sqrt{2}.26$
11. $1/3$ $a=3.27$
12. $b=6$
13. $m=5$
14. n
15. n
16. n

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

חקירת פונקציה אי רציונאלית

חקרו את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה
- מצאו את נקודות הקיצון של וקבעו את סוגה
- מצאו את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה
- מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים
- שרטטו את הפונקציה במערכת צירים

$$y = x - 2\sqrt{x} \quad .25$$

$$y = \sqrt{6 - 3x} \quad .24$$

$$y = \sqrt{2x - 8} \quad .23$$

$$y = x - 2\sqrt{x - 4} \quad .28$$

$$y = \sqrt{3x} - 0.5x \quad .27$$

$$y = 4\sqrt{x} - x \quad .26$$

$$y = 5x - 2\sqrt{x} \quad .31$$

$$y = -8\sqrt{x} + 2x \quad .30$$

$$y = -\sqrt{x + 4} - x \quad .29$$

$$f(x) = 4\sqrt{x} - 2x \quad .34$$

$$y = \sqrt{-8 - 2x} \quad .33$$

$$y = 32\sqrt{x} - \frac{1}{2}x^2 \quad .32$$

חקרו את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים משאלה קודמת

$$y = \sqrt{x^2 - 3x - 4} \quad .36$$

$$y = \sqrt{x^2 - 6x} \quad .35$$

$$f(x) = \sqrt{-x^2 + 12x} \quad .38$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 9} \quad .37$$

$$y = \sqrt{-x^2 + x + 12} \quad .40$$

$$y = \sqrt{1 - 2x + x^2} \quad .39$$

$$y = \sqrt{x^3 - 9x} \quad .42$$

$$f(x) = -x + \sqrt{x^2 + 12} \quad .41$$

חקרו את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים משאלה קודמת

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

$$f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{-x} + 2 \quad .44$$

$$f(x) = \sqrt{8-x^2} + x \quad .43$$

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{4}{x} \quad .46$$

$$f(x) = -2\sqrt{-x+9} - \sqrt{x} + 3 \quad .45$$

חקרו את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים

$$f(x) = x\sqrt{x+6} \quad .48$$

$$f(x) = x\sqrt{x} + 2 \quad .47$$

$$f(x) = x^2\sqrt{x+3} \quad .50$$

$$f(x) = -x\sqrt{x+3} \quad .49$$

$$f(x) = -x^3\sqrt{2+x} \quad .52$$

$$f(x) = -x^2\sqrt{x+5} \quad .51$$

$$f(x) = x\sqrt{x} - 3x \quad .54$$

$$f(x) = x^2\sqrt{x} - 2.5x \quad .53$$

$$f(x) = -x - \sqrt{2-x^2} \quad .56$$

$$f(x) = -x^2\sqrt{x+5} \quad .55$$

$$f(x) = x\sqrt{(4-x^2)} \quad .58$$

$$f(x) = \sqrt{(4-x^2)(x^2-1)} \quad .57$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x} + 2 \quad .60$$

$$f(x) = x^2\sqrt{(x-1)} \quad .59$$

פתרונות לתרגילים 51-23

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או לעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

- ג.23
- ג.24
- ג.25
- ג.26
- ג.27
- ג.28
- ג.29
- .30
- .31
- .32
- .33
- .34
- .35
- .36
- .37
- .38
- .39
- .40
- .41
- .42
- .43
- .44
- .45
- .46
- .47
- .48
- א.49
- א.50
- א.51

חקירת פונקציה אי רציונלית - המשך

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

61. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x} - 3$.

א. (1) מהו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

1. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

2. האם יש לפונקציה נקודות קיצון, אם כן מה הן?

3. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ב. שרטטו את במערכת צירים קרטזית את הפונקציה הנ"ל.

ג. רשמו 3 נקודות על הפונקציה שאינן נקודות חיתוך עם הצירים

62. נתונה הפונקציה: $f(x) = -4\sqrt{x} + x$.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

(2) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .

(3) מצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה, וקבע את סוגה. נמק.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה. נמק את תשובתך.

ב. קבע איזה מן הגרפים IV-I שלפניך הוא גרף הפונקציה $f(x)$.

63. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{3} - \sqrt{x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצאו את נקודת הקיצון, וקבעו את סוגה.

ג. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

ד. האם הפונקציה עולה או יורדת, בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x .

64. נתונה הפונקציה $f(x) = 4\sqrt{x} - 2x$.

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.
- מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודת הקיצון

65. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - a\sqrt{x}$

ידוע שהפונקציה עוברת בנקודה (4,8).

- מצאו את הפרמטר a.
- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצאו את הנקודה בה מתאפסת הנגזרת וקבע את סוגה.
- שרטטו את הפונקציה במערכת צירים
- מצאו עבור אלו ערכי k חותך הישר $y = k$ את הפונקציה פעמים.

66. נתונות הפונקציות הבאות: $y = \frac{\sqrt{x}}{1-a} - x$

נתון ששיפוע המשיק לפונקציה בנקודה שבה $x=4$ הוא $-\frac{1}{2}$

- מהו תחום הגדרה של הפונקציה?
- מצאו את הפרמטר a
- מצאו את נקודה הקיצון המקומית של הפונקציה וקבעו את סוגה.
- מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים

67. נתונה הפונקציה $f(x) = 3m\sqrt{x} - 3x$

ידוע, שיש נקודת קיצון לפונקציה בנקודה שבה $X=1$

- מצא את הפרמטר m.
- הציבו את m. וענו על הסעיפים הבאים
- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים
- מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
- מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה, שבה $X=1$

68. נתונה הפונקציה $f(x) = x - 2\sqrt{x} - 3$

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

(2) מצאו את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה, וקבע את סוגה.

(3) מצאו את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים

(4) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. קבעו עבור אילו ערכי x הפונקציה חיובית

$$69. \text{ נתונה הפונקציה } f(x) = x\sqrt{x} - ax$$

ידוע ששיפוע המשיק לפונקציה בנקודה, שבה $X=4$ הוא 0

א. מצאו את הפרמטר a .

הציבו $a=3$ וענו על הסעיפים הבאים

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה .

(2) מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

(3) מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. שרטטו את הפונקציה במערכת צירים קרטזית

ד. לאילו ערכי x הפונקציה הנתונה שלילית?

תזכורת:

נגזרת של מכפלה

$$(x\sqrt{x})' = \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}}$$

$$70. \text{ נתונה הפונקציה } f(x) = \sqrt{x} + \frac{4}{x}$$

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה .

ב. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגה.

ג. מצאו תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.

ד. מהי אסימפטוטה המקבילה לציר ה- y ?

ה. שרטטו את הפונקציה במערכת צירים.

$$71. \text{ נתונה הפונקציה } f(x) = x^2\sqrt{x} - 2.5x$$

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מצאו את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה, וקבעו את סוגה.

ג. האם הפונקציה חותכת את ציר ה-x?

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

72. נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{x^2}{4} - 8\sqrt{x}$

א. מהו תחום הגדרה של הפונקציה?

ב. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגה.

ג. שרטטו את גרף הפונקציה

ד. לאילו ערכים של k חותך הישר $y = k$ בשתי נקודות?

73. נתונה הפונקציה: $f(x) = 2\sqrt{x} - \sqrt{x-6}$

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ של הפונקציה וקבעו את סוגה

ג. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$

ה. שרטטו את הפונקציה $f(x)$

74. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \sqrt{12-3x}$, $g(x) = -\sqrt{12-3x}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות.

ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מהפונקציות (אם יש כאלה).

ג. מצא את נקודות החיתוך של כל אחת מהפונקציות עם הצירים.

ד. במערכת צירים אחת סרטטו בקו מלא סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$,

וסרטטו בקו מרוסק סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ה. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$,

והעבירו ישר אחר המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = 1$.

(1) מצא את השיעורים של נקודת המפגש בין המשיקים.

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או לעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

(2) מצא את שטח המשולש המוגבל על ידי המשיקים ועל ידי הישר $x = 1$.

75. נתונה הפונקציה: $f(x) = -x^2\sqrt{x+5}$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(3) האם יש ערכים של x שעבורם $f(x) = 20$? נמק.

(4) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של גרף הפונקציה, וקבע את סוגן.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. כמה פתרונות יש למשוואה $-14 = -x^2\sqrt{x+5}$? נמק.

76. נתונה הפונקציה $f(x) = ax - \sqrt{2-x^2}$, a הוא פרמטר.

הישר $y = -x - \sqrt{2}$ משיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .

א. מצא את הערך של a .

הצב את הערך של a שמצאת וענה על סעיפים ב-ד

ב. 1. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

2. פתור את המשוואה $f'(x) = 0$ ובדוק אם הפתרונות מקיימים את המשוואה.

3. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה. וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. דרך נקודת המינימום המוחלט ודרך נקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה העבירו מקבילים לציר

ה- Y . מצא את המרחק בין שני המקבילים.

77. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{a-x^2} + x$

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או לעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

הפונקציה מוגדרת בתחום: $-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}$

- א. מצאו את הפרמטר a אם ידוע שהוא חיובי
- הצב את הערך של a שמצאת וענה על סעיפים ב-ד
- ב. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה
- ג. מצאו את נקודת החיתוך עם ציר ה- x .
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

78. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2 + bx + 5}$, b הוא פרמטר.

נתון כי שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=0$ הוא $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

- א. מצא את הערך של b
- הצב $b=-6$ וענה על סעיפים ב-ה.
- ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצאו את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- (3) רשמו את הנקודות הכי נמוכות על גרף הפונקציה $f(x)$
- (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקצית הנגזרת $f'(x)$
- (2) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$

79. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$:

- ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. האם הישר $y=2$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? נמק

80. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^3 - 12x}$:

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה

ג. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. האם הישר העובר בנקודה על הפונקציה ששיעור ה-x שלה הוא 4 ומאונך לציר ה-y חותכת את

הפונקציה בעוד נקודה? נמקו

81. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{ax^2 - x - 6}$, a הוא פרמטר.

נתון כי שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=2.5$ הוא $\frac{9}{4}$

א. מצא את הערך של a

הציבו $a=2$ וענה על סעיפים ב' - ד'.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה הנגזרת.

(4) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה שבה $x=-2$

נתונה פונקציה נוספת: $g(x) = f(x) - 2$

ד. מצאו את תחומי השליליות של הפונקציה $g(x)$

82. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{-x} + 2$,

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. בנו דלתון ש-3 מקודקודיו הם נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה וקודקוד הרביעי, הנמצא

על ציר ה-x, יודע שהאלכסון הראשי עובר בנקודת המקסימום של פונקציה ודרך הקודקוד

שנמצא על ציר. מצאו את שטח הדלתון הנ"ל

83. נתונה הפונקציה $f(x) = -2\sqrt{-x+a} - \sqrt{x} + 3$

ערך הפונקציה בנקודת החיתוך עם ציר ה-y הוא -3

א. מצא את הערך של a

הצב $a=9$ וענה על סעיפים ב-ד.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.

ד. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה

ו. שרטטו את גרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

84. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x\sqrt{x^2 - 16}$

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x

ג. הוכיחו שהפונקציה עולה בכל תחום הגדרה

ד. שרטטו את הפונקציה במערכת צירים דו ממדית

85. נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{bx} - 6x$, b פרמטר

נתון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש נקודת חיתוך עם ציר ה-x בנקודה בה $x=4$

א. מצאו את הפרמטר b

הציבו $b=4$ וענו על הסעיפים

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

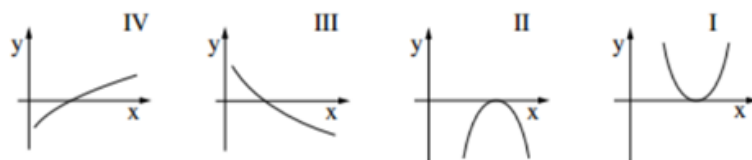
(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. איזה גרף מבין הגרפים I, II, III, IV, עשוי לתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$

בתחום $1 \leq x \leq 10$? נמק.



86. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2\sqrt{x-a}$

ידוע שהפונקציה $f(x)$ משיקה לציר ה-x בראשית הצירים

א. מצאו את הפרמטר a.

הציבו $a = -3$ וענו על הסעיפים הבאים

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ג. שרטטו את הפונקציה $f(x)$ במערכת צירים קרטזית

ד. לאילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ הנתונה שלילית?

87. נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{bx-x^2}$

נתון שהפונקציה $f(x)$ לא מוגדרת בתחום $x < 0$ או $x > 4$

א. מצאו את הפרמטר a.

הציבו $b = 4$ וענו על הסעיפים הבאים

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

(3) מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. שרטטו את הפונקציה $f(x)$ במערכת צירים קרטזית

88. נתונה הפונקציה $f(x) = (x-3)^2\sqrt{x+2}$

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ד. שרטטו את גרף הפונקציה $f(x)$

ה. שרטטו את גרף הפונקציה $f'(x)$

פתרונות – תרגילים 52-78

52. תשובה: א. $x \geq 0$ ב. $(0,0)$, ג. $(0,-3)$ אין ד. עלייה: $x \geq 0$ ה.

53. פתרון: א. $x \geq 0$ ב. $(0,0)$ ג. $\min(4,-4)$ ד. ירידה: $0 \leq x < 4$ עלייה: $x > 4$ ה. גרף 3

54. תשובה: א. $x \geq 0$ ב. $(2.25, -0.75)$ ג. $(0,0)$ ד. עולה

55. תשובה: א. $x \geq 0$ ב. עלייה: $0 < x < 1$ ירידה: $x > 1$ ג. $(0,0)$ ד. $y=2$

56. תשובה: א. 4, ב. $x \geq 0$ ג. $\min(1,-3)$ ה. $-3 < K < 0$

57. תשובה: א. $\frac{1}{2}$ ב. $x \geq 0$ ג. $\min(1,1)$ ד. $(0,0)$, $(4,0)$

58. תשובה: א. $m=2$ ב. $x \geq 0$ ג. $(4,0)$, $(0,0)$ ד. $\max(1,3)$ ה. $y = -2x - 9$

59. תשובה: א. $x \geq 0$ ב. $(0,-3)$ ג. $(9,0)$ ד. $\min(1,-4)$ ה. $x > 9$

60. תשובה: א. 3, ב. $x \geq 0$ ג. $(0,0)$, $(9,0)$ ד. $\max(4,-4)$ ה. $0 < x < 9$

61. תשובה: א. $x > 0$ ב. $\min(4,3)$ ג. ירידה: $0 < x < 4$, עלייה: $x > 4$ ד. ה.

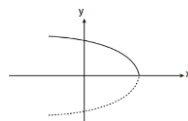
62. תשובה: א. $x \geq 0$ ב. $\min(1,-1.5)$ ג. כן ד.

63. פתרון: א. $x \geq 0$ ב. $(4,-12)$ ג. ד. $-12 < k \leq 0$

64. פתרון: א. $x \leq 6$ ב. $(8, \sqrt{8})$ ג. אין, ד. ירידה: $6 < x < 8$, עלייה: $x < 8$ ה.

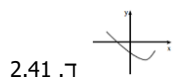
65. פתרון: א. 4, ב. $x \geq 0$ (1) $(0,0)$, (2) $(0,0)$, (3) $(0,0)$ מקס, (4) $(4,-8)$ מינימום (4). ג. IV

66. פתרון: א. ת"ה: $x=4$ ב. $f(x)$ עלייה: אין, ירידה: $x < 4$, $g(x)$ עלייה: $x < 4$ ירידה: אין ג. $f(x)$, $(4,0)$, $(\sqrt{12},0)$, $g(x)$



ד. $(4,0)$, $(-\sqrt{12},0)$

67. פתרון: א. $x \geq -5$ ב. $(-5,0)$, ג. אין ד. $\max(0,0)$, $\min(-4,-16)$, $\max(-5,0)$ ה. 1. 3



68. פתרון: א. $a=-1$ ב. 1. $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ 2. $X=1$ 3. $\max(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$, $\min(1,-2)$ ג. ד. 2.41

2. $y=1$ גרף IV



69. פתרון: א. 8 ב. $(2,4)$ מקסימום ג. $(-2,0)$ ד. $y=1$, $y=-1$ ה. 1. 2. לא ד.



70. פתרון: א. $b=-6$ ב. $x \leq 5$ או $x \geq 1$ ג. $\max(5,0)$, $(1,0)$, $(5,0)$ ד. עלייה: $x > 5$, ירידה: $x < 1$ ה.

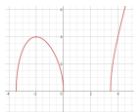
לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ביח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורד

71. פתרון: א. $a=2$. ב. (1) $x > 2$ או $x < 1.5$, ב. (2) $(2,0)$, $(-1.5,0)$ ב. (3) יורדת $x > 2$, עולה $x < 1.5$, ב. (2)

ג. $y = -2.25x - 2.5$, ד. שלילית: $x - 2 < x < -1.5$, $2 < x < 2.5$

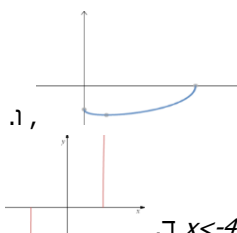
72. $x < 1$, $x > 4$ (2) $(0, \sqrt{4})$, $(4,0)$, $(1,0)$ (3). עולה $x > 4$ יורדת $x < 1$ (4) ב. לא
73. א. $x > \sqrt{12}$, $x < -\sqrt{12}$ ב. עלייה $x > \sqrt{12}$, $-\sqrt{12} < x < -2$, ירידה $2 < x < 0$ ג.



חיובית: כל x שתואם את תחום ההגדרה, שלילית: אין ה. כן



74. א. $-2 < x < 0$, ב. $(-1,4)$ ג. ד. ה. 4 יח"ר



75. פתרון: א. $a=9$, ב. $0 < x < 9$, ג. $(9,0)$ ד. $(1.8, -3.71)$ ה. ו.

76. תשובה: א. $x \leq -4$ או $x \geq 4$ ב. $(-4,0)$, $(4,0)$ ג. $x > 4$ או $x < -4$ ד.

77.

78.

79.

פונקציה אי רציונאלית ומנה

1. רשמו את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות וגזרו את הפונקציות הבאות

א. $y = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ ב. $y = \frac{\sqrt{2x}}{x^2+3}$ ג. $y = \frac{x^2-1}{\sqrt{2x-1}}$

ד. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ה. $y = \frac{\sqrt{x^2+10x+9}}{x^2-9}$ ו. $y = \frac{-x^2-1}{\sqrt{4x^2-1}}$

ז. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax}{\sqrt{x+b}} - 1$ שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה

$x=3$ הוא -1.5 . הישר $x=2$ הוא אסימפוטת לגרף הפונקציה

א. מצאו את הפרמטרים a ו-b

ב. האם יש אסימפוטת אופקית לפונקציה? נמקו

ג. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה ששיפוע הפונקציה הוא -1.5

ח. נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{2x}{\sqrt{x-b}}$ נתון שלפונקציה נקודת קיצון ב- $x=64$

א. מצאו את הפרמטר b

ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ט. נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{\sqrt{x-k}}{x}$ נתון שתחום הגדרה של הפונקציה הוא $x > 9$

א. מצאו את הפרמטר k

ב. מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה ששיעור ה-x הוא 10

חקירת פונקציה אי רציונלית ומנה

$$f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2} \text{ נתונה הפונקציה:}$$

- א. תחום הגדרה:** בפונקציה הנתונה יש שני דברים צריכים למצוא את הנקודות שמאפסות את המכנה ובנוסף למצוא את כל הערכים של x שבהן הביטוי בשורש מקבל ערכים אי שלילים.
- **תחילה** נמצא את הנקודות שבהן **המכנה של הפונקציה מתאפס** (שווה אפס) ולכן ננסה למצוא את נקודות אלה ע"י השוואת המכנה לאפס: $x^2 = 0$ פתרון של המשוואה הוא: $x=0$ ולכן נוכל לומר שהפונקציה מוגדרת בתחום: $x \neq 0$.
 - כעת נבדוק את עבור אילו הערכים מקבל הביטוי מתחת לשורש הערכים אי שלילים לכן נצטרך לפתור את האי שיוויון הבא: $x^2 - 9 \geq 0$ הפתרון הוא: $x \geq 3$ או $x \leq -3$

לכן התחום הגדרה לאחר שילוב של שתי התוצאות הוא הסופי הוא :

$$x \geq 3 \text{ או } x \leq -3$$

($x \neq 0$ כבר מוכל בתוך התחום)

ב. אסימפטוטות המקבילות לצירים:

אסימפטוטה אנכית (אסימפטוטה המקבילה לציר ה- y):
ניתן לזהות לפי תחום ההגדרה (בשאלון 804) ולכן ניתן להגיד שיש אסימפטוטות אנכית ב- $x=0$, אך בתרגיל זה $x=0$ הוא לא אסימפטוטה כי הפונקציה לא מתקרבת עליו.

*הפונקציות בשאלון 804 אינו מכיל נקודות אי רציפות סינגולריות ולכן ניתן לפי הנקודות שמאפסות את המכנה.

אסימפטוטה אופקית (המקבילה לציר ה- x)

$$\text{נחשב לפי הגבול הבאה (ראו פתרון לפי גבולות בעמוד): } y = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x^2-9}}{x^2} \right) = 0$$

ניתן להגיד שכאשר החזקה הגבוהה ביותר במכנה גדול מהחזקה הכי גדולה במונה הפונקציה תקבל אסימפטוטה ב-

$$y = 0$$

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

ג. נקודות קיצון (נקודות בן שיפוע המשיק לפונקציה שווה לאפס, ושיש שינוי במגמת שינוי בנקודה). לכן נגזור את הפונקציה תחילה

$$f'(x) = \frac{\frac{2x}{2\sqrt{x^2-9}} \cdot x^2 - 2x \cdot \sqrt{x^2-9}}{(x^2)^2} =$$

לאחר מכנה משותף במונה נקבל:

$$f'(x) = \frac{2x^3 - 4x(x^2 - 9)}{2\sqrt{9-x^2}} = \frac{36x - 2x^3}{2\sqrt{x^2-9}} = \frac{36x - 2x^3}{2x^4\sqrt{9-x^2}} =$$

נקבל שהנגזרת הסופית היא:

$$f'(x) = \frac{18 - x^2}{x^3\sqrt{9-x^2}}$$

כעת נשווה ל-0

$$0 = 18 - x^2$$

*ניתן להשוות רק את המונה של הפונקציה. פתרונות המשוואה הם:

$$x = \sqrt{18}, x = -\sqrt{18}$$

כעת נבדוק את ערך הנגזרת של הפונקציה סביב הנקודות שקיבלנו.

		$x=-\sqrt{18}$		$x=-3$		$x=3$		$x=\sqrt{18}$	
$f(x)$	$\rightarrow$	max	$\rightarrow$	-----		$\rightarrow$	max	$\rightarrow$	
$f'(x)$		0		-----			0		

לאחר מציאת ערך ה-y בעזרת הפונקציה נוכל לקבוע שנקודות הקיצון הן:

$$\max(-\sqrt{18}, 1/6) \quad \max(\sqrt{18}, 1/6)$$

ד. תחומי עלייה וירידה ניתן לראות מהטבלה:

עלייה:

$$x < -\sqrt{18}, 3 \leq x < \sqrt{8}$$

ירידה:

$$x < \sqrt{18}, -\sqrt{8} < x \leq -3$$

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או לעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

ה. נקודות חיתוך עם צירים:

עם ציר ה- x , $y=0$ לכן: $\frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2} = 0$ נוכל להשוות רק את המונה לאפס ונקבל:

$$x=3, x=-3$$

ולכן:

עם ציר ה- y , $x=0$ לא נמצא בתחום ההגדרה ולכן אין נקודות חיתוך

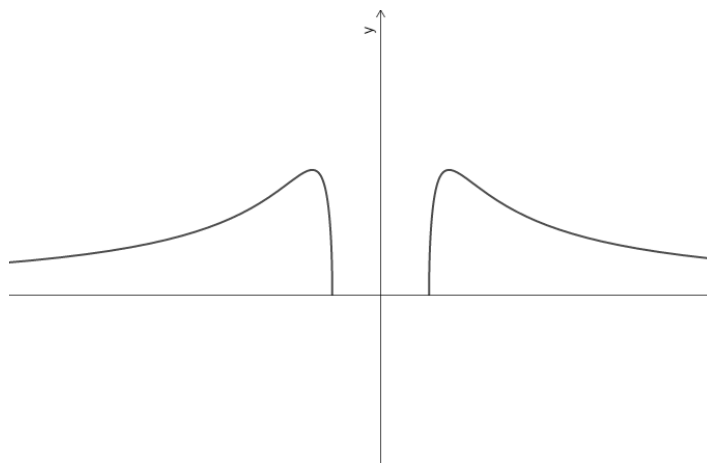
סיכום:

חיתוך עם הצירים: $(3, 0)$, $(-3, 0)$,

קיצון: $\max(-\sqrt{18}, 1/6)$, $\max(\sqrt{18}, 1/6)$

תחום הגדרה: $x \leq -3$ או $x \geq 3$ אסימפטוטות: $y=0$

1. כעת נשרטט את הפונקציה: תחילה נסמן את האסימפטוטות של הפונקציה



י. חקרו את הפונקציות הבאות

א. $f(x) = \frac{\sqrt{2x+x^2}}{x}$ ב. $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x-2}}$ ג. $f(x) = \frac{\sqrt{x+9}}{x}$

ד. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x}$ ה. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^2}$ ו. $f(x) = \frac{\sqrt{x+9}}{x}$

ז. $f(x) = \frac{3x+3}{\sqrt{x-1}}$ ח. $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x-4}}$ ט. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$

י. $f(x) = \frac{x+3}{2\sqrt{x}}$ יא. $f(x) = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}$ יב. $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}} + 2$

יג. $f(x) = \frac{x^2+4}{\sqrt{x-1}}$ יד. $f(x) = \frac{6x}{3-\sqrt{x}} + 2$ טו. $f(x) = \frac{-\sqrt{x-1}}{x^2+4}$

יא. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x} + 2$

- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה.
- האם לפונקציה יש נקודות קיצון? נמק.
- מצאו תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- מצאו את האסימפטוטה המקבילה לציר ה-X.
- מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה, שבה שיעור ה-X הוא 1.

52. תשובה: א. $x > 0$, ב. לא, ג. יורדת לכל x ד. $x = 0$ ה.

יב. נתונות הפונקציות הבאות: $y = \sqrt{x} \cdot \frac{1}{x} - 2$

- מהו תחום הגדרה של הפונקציה הבאה?
- הראו שהפונקציה יורדת לכל תחום הגדרה.
- מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצאו את האסימפטוטות המקבילות לצירים.

ה. שרטטו את גרף הפונקציה

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

שאלה א. $x > 0$, ב. ג. $(0.25, 0)$ ד. $x=0, y=-2$

יג. נתונה הפונקציה - $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2}$

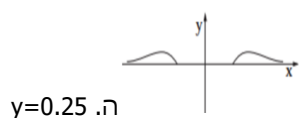
א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(2) היעזר בגרף שסרטטת, ומצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בשתי נקודות בדיוק.



פתרון: א. $x \geq 2$ או $x \leq -2$ ב. $(-2, 0)$ $(2, 0)$ ג. $\min(-\sqrt{8}, 0.25)$ $\max(\sqrt{8}, 0.25)$ ד. $y=0.25$

יד. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x}$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

(4) מצאו את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

a. האם הישר המשיק לפונקציה בנקודה שבה $x=5$ עובר בראשית הצירים?

נתונה פונקציה נוספת: $g(x) = f(x) - 2$

b. האם גרף הפונקציה חותך את ציר ה-x

ההגדרה, (4),



א. $x > 2$, ב. $(-2, 0)$, $(2, 0)$, ג. $y=1$, $y=-1$ ד. עולה בכל תחום

ג. לא, ד. לא

טו. נתונה הפונקציה - $f(x) = \frac{3x+3a}{\sqrt{x-1}}$, a הוא פרמטר

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח"ל

"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

נתון שיש נקודת קיצון לפונקציה $x=3$

א. מצאו את הפרמטר a

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ii. מצאו את האסימפטוטה של הפונקציה.

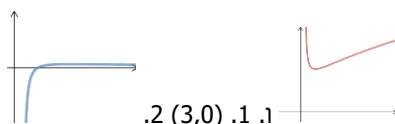
iii. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגה.

iv. שרטטו את הפונקציה

נתונה הפונקציה $g(x)=f'(x)$

ב. מהי נקודת החיתוך של $g(x)$ עם ציר ה- x ?

ג. שרטטו את הגרף של $g(x)$.



פתרון: א. $a=1$, ב. $x>1$, ג. $x=1$, ד. $(3,8.5)$, ה. נ. $(3,0)$, ז. $(3,0)$

טז. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{5\sqrt{k+x}}{x}$, K הוא פרמטר

נתון שהפונקציה עוברת בנקודה $(5,4)$

א. מצאו את הפרמטר k

הציבו $k=0$ וענו על הסעיפים הבאים

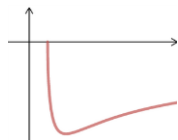
ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של פונקציה.

(2) מהי האסימפטוטה של הפונקציה המקבילה לציר ה- x ?

(3) מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגה.

(4) שרטטו את הפונקציה

ג. מצא עבור אילו ערכי k להישר $y=k$ יש שתי נקודות חיתוך עם הפונקציה.



פתרון: א. $k=-1$, ב. $x \geq 1$, ג. $y=0$, ד. $(2,-5)$, ה.