

## מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון שני

תוכנית חדשה

### הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.  
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים  
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק –  $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$  נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

## השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות  $A(0, 24)$ ,  $B(18, 0)$ .

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות C המקיימות:  $AC^2 + BC^2 = 1,250$ .

את המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א מזיזים 9 יחידות שמאלה ו-12 יחידות למטה כך שמתקבל מקום גאומטרי חדש.

המקום הגאומטרי החדש חותך את ציר ה-y בנקודות E ו-G (מעל E).

הנקודות  $F_1$  ו- $F_2$  הן מוקדי אליפסה קנונית שעוברת דרך הנקודות E ו-G,

כמתואר בסרטוט.

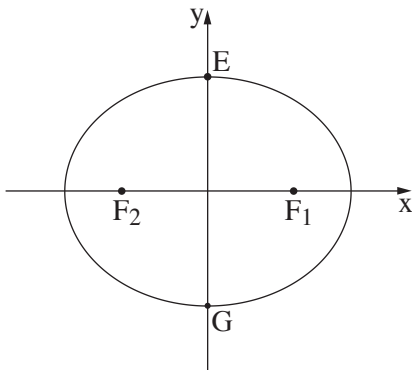
נתון: המרחק בין הישרים  $EF_1$  ו- $GF_2$  הוא 24.

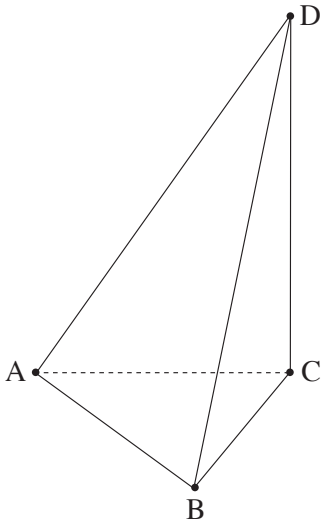
ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה  $F_1$ .

(2) מצאו את משוואת האליפסה.

העבירו מעגלים המשיקים לישר  $EF_1$ , לציר ה-x ולציר ה-y.

ג. מצאו משוואות של שני מעגלים כאלה הנמצאים ברביעים שונים.





2. בפירמידה ABCD, המקצוע DC מאונך למישור ABC.

הנקודה E היא אמצע המקצוע AD.

הנקודה F מקיימת:  $\vec{DF} = \frac{k}{2} \cdot \vec{DB} + k \cdot \vec{DC}$ , הוא פרמטר.

נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{CD} = \underline{w}$ .

א. הביעו באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$  ו- $k$  את  $\vec{EF}$ .

נתון:  $\vec{EF}$  מקביל למישור ABC.

ב. מצאו את הערך של  $k$ .

נתון:  $A(0, 0, 0)$ ,  $B(p, 3, 0)$ ,  $C(0, n, 0)$ ,  $D(0, 0, p)$  הם פרמטרים חיוביים.

ג.  $\vec{BD} = (-4, 5, 12)$ ,  $\underline{u} \cdot \underline{v} = 24$

ד. מצאו את שיעורי הנקודות B, C ו- D.

ה. מצאו את נפח הפירמידה ABCD.

ו. מהו המצב ההדדי בין הישר EF לבין הישר AB? נמקו את קביעתכם.

3. נתונה סדרה הנדסית  $z_1, z_2, z_3, \dots$  שאיבריה הם מספרים מרוכבים ומנתה היא  $q$ .

נמצא ברביע הראשון.

נתון:  $(z_1)^3 = z_3$

$-2z_1 = \bar{z}_3$

א. הוכיחו כי  $q = -z_1$  או  $q = z_1$ .

ב. מצאו את  $z_1$ .

ענו על הסעיפים ג-ד עבור:  $q = z_1$ .

ג.  $z_{4n-2}$  ו-  $z_{4n}$  הם שני איברים בסדרה ההנדסית הנתונה ( $n$  הוא מספר טבעי).

ד. קבעו בעבור כל אחד מן האיברים אם הוא מדומה או ממשי. נמקו את קביעותיכם.

ה. מצאו את ערך הסכום:  $\frac{z_1}{\sqrt{2}} + \frac{z_2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{z_3}{(\sqrt{2})^3} + \dots + \frac{z_{64}}{(\sqrt{2})^{64}}$ .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{\ln(x) + \ln(a)}{\ln(x) - \ln(a)}$ ,  $a$  הוא פרמטר גדול מ-1.

בסעיפים א-ג הביעו את תשובותיכם באמצעות  $a$  אם יש צורך.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה  $f(x)$ .
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- (4) מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- (5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

לפניכם טענה: למשוואה  $f(x) = f'(x)$  קיים בדיוק פתרון אחד בתחום  $x > a$ .

ב. קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקצייה  $g(x)$ , המקיימת:  $g(x) = \ln(f(x))$ .

- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $g(x)$ .
- (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = 2$  ו- $x = 5$ .

נתון:  $1 < a < 2$ .

ד. הביעו באמצעות  $S$  את ערך האינטגרל  $\int_2^5 \ln(2 \cdot f(x)) dx$ .

5. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 4}$ .

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה  $f(x)$ .
- (3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- ב. נתונה הפונקצייה  $g(x)$  המקיימת:  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ . הפונקציות  $g(x)$  ו- $f(x)$  מוגדרות באותו התחום.
  - (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה  $g(x)$  (אם יש כאלה).
  - (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .
  - (3) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$ , על ידי האסימפטוטה האופקית שלה ועל ידי הישרים  $x = \ln 5$  ו- $x = \ln 8$ .
- ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם גרף הפונקצייה  $g(x)$ .
- נתונה הפונקצייה  $s(x) = \int_x^{\ln 3} (f(t) - g(t)) dt$ , המוגדרת בתחום  $x < \ln 3$ .
- ד. מצאו את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקצייה  $s(x)$  וקבעו את סוגה.

**בהצלחה!**

## מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון שני

### הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.  
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים  
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק –  $3 \times \frac{1}{3} = 100$  נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.  
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

## השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה –  $\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה  $1 = \frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{144 - 4k^2}$ ,  $0 < k < 6$ .

הנקודה  $F_1$  היא המוקד הימני של האליפסה, והנקודה  $F_2$  היא המוקד השמאלי שלה.

א. הביעו באמצעות  $k$  את שיעורי הנקודות  $F_1$  ו- $F_2$ .

הנקודה  $A$  נמצאת ברביע הראשון על פרבולה שמשוואתה קנונית והמוקד שלה נמצא בנקודה  $F_1$ , כך שמתקיים:  $AF_1 = 10k$ .

ב. (1) הביעו באמצעות  $k$  את משוואת מדריך הפרבולה.

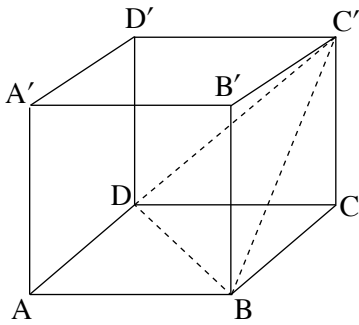
(2) הביעו באמצעות  $k$  את שיעורי הנקודה  $A$ .

$AF_1$  הוא קוטר במעגל הישר שמשוואתו  $5x + 12y = 138$  משיק למעגל זה.

ג. מצאו את הערך של  $k$ .

$D$  היא נקודה על האליפסה.

ד. קבעו אם היקף המשולש  $F_1AF_2$  גדול מהיקף המשולש  $F_1DF_2$ , קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעתכם.



2. בסרטוט שלפניכם מתוארת הקובייה  $ABCA'B'C'D'$ .

נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AA'} = \underline{w}$ .

א. הוכיחו כי האלכסון  $CA'$  מאונך למישור  $BC'D$ .

נקודה  $E$  היא מפגש התיכונים במשולש  $BC'D$ .

ב. (1) הביעו את הווקטור  $\vec{CE}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו-  $\underline{w}$ .

(2) הוכיחו כי הנקודות  $E, C$  ו-  $A'$  נמצאות על ישר אחד.

נתון:  $A(4, n, p)$ ,  $C(3, 4, 0)$ ,  $D(0, 0, 0)$  הם פרמטרים.

שיעור ה-  $z$  של הנקודה  $C'$  הוא חיובי.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה  $A$ , והוכיחו כי  $ABCD$  נמצא במישור  $z = 0$ .

(2) מצאו את שיעורי הנקודה  $C'$ .

ל הוא ישר החיתוך בין המישור  $BC'D$  ובין המישור  $BCC'B'$ .

ד. מצאו הצגה פרמטרית של הישר  $l$ .

ה. מצאו הצגה פרמטרית של המישור המכיל את הישר  $l$  ואינו חותך את ציר ה-  $x$ .

3. נתונה המשוואה  $z^3 = \frac{1}{z^3}$ ,  $z$  הוא מספר מרוכב.

נתון גם כי המספר  $z_0$  הוא אחד מפתרונות המשוואה וכי הוא מיוצג על ידי נקודה הנמצאת ברביע הרביעי במישור גאוס.

א. מצאו את המספר המרוכב  $z_0$ .

נקודות  $A, B, C$  מיוצגות במישור גאוס על ידי המספרים המרוכבים  $d \cdot z_0$ ,  $di \cdot z_0$  ו-  $d \cdot (z_0)^4$  בהתאמה,  $d > 0$  הוא פרמטר.

נתון כי שטח המשולש  $ABC$  הוא  $5d + 6$ .

ב. מצאו את הערך של  $d$ .

נגדיר:  $w = \left( (z_0)^2 - \frac{1}{(z_0)^2} \right) (1 + i)$ .

ג. מצאו את  $|w|$  ואת הארגומנט (הזווית) של  $w$ .

נתון כי המספר  $w^n$  (הוא מספר טבעי) הוא מספר מדומה טהור, ונמצא מחוץ למעגל החוסם את המשולש  $ABC$ .

ד. מצאו את הערך המינימלי האפשרי של  $n$ .

## פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = (e^x - 1)^n - 4$ , המוגדרת לכל  $x$ .  $n$  הוא מספר טבעי גדול או שווה ל-2.
- ענו על סעיף א עבור  $n$  זוגי ועבור  $n$  אי-זוגי.
- א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה  $f(x)$ .
- (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן (אם יש כאלה).
- (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- ענו על הסעיפים ב-ג עבור  $n = 2$ .
- נתונה הפונקצייה  $g(x) = 3e^x - 7$ , המוגדרת לכל  $x$ .
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך שבין גרף הפונקצייה  $f(x)$  ובין גרף הפונקצייה  $g(x)$ .
- (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$  ועל ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$ .
- נתונה הפונקצייה  $h(x) = |f(x)|$ , המוגדרת לכל  $x$ .
- ג. (1) כמה נקודות קיצון יש לפונקצייה  $h(x)$ ? מצאו את שיעורי הנקודות הללו, וקבעו את סוגן.
- (2) מצאו את תחום הערכים של  $k$  שעבורו הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקצייה  $h(x)$  ב-3 נקודות.

5. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \ln(x) + \frac{1}{x}$ .
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- (2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקצייה  $g(x) = (x+1)(1 - \ln(x))$ , המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה  $f(x)$ .
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- (2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה  $g(x)$  (אם יש כאלה).
- (3) מצאו את תחום הקעירות כלפי מעלה  $\cup$  ואת תחום הקעירות כלפי מטה  $\cap$  של הפונקצייה  $g(x)$ .
- (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .
- נתונה הפונקצייה  $h(x) = \frac{1}{x} \cdot g'(x)$ , המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה  $g(x)$ .
- ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $h(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = e$  ו- $x = 1$ .

### בהצלחה!



תוכנית חדשה

## מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון שני

### הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים  
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות  
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק –  $33\frac{1}{3} \times 3 = 100$  נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

## השאלות

**שימו לב:** יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה -  $\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה  $1 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b^2}$ ,  $b$  הוא פרמטר חיובי.

ידוע כי המוקדים של האליפסה נמצאים על ציר ה- $x$ .

נסמן את נקודות החיתוך של האליפסה עם ציר ה- $y$  ב- $D_1$  ו- $D_2$ , את המוקד השמאלי של האליפסה נסמן ב- $F_1$ , ואת המוקד הימני שלה ב- $F_2$ .

נתון כי המרובע  $F_1 D_1 F_2 D_2$  הוא ריבוע.

א. (1) מצאו את הערך של  $b$ .

ב. (2) חשבו את שטח הריבוע  $F_1 D_1 F_2 D_2$ .

הציבו במשוואת האליפסה  $b^2 = 4.5$ , וענו על הסעיפים ב- $\tau$ .

הנקודה  $E$  היא נקודה כלשהי על האליפסה.

מחברים באמצעות קו ישר את המוקד השמאלי  $F_1$  עם הנקודה  $E$

וממשיכים את הקו הישר עד לנקודה  $M$  (ראו סרטוט), כך שמתקיים  $EM = EF_2$ .

ב. הוכיחו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות  $M$  הוא מעגל, ורשמו את משוואתו.

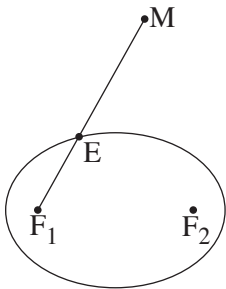
מזיזים את המעגל שמצאתם בסעיף ב ימינה ב- $\frac{3}{\sqrt{2}}$  יחידות, ומתקבל מעגל אחר.

מכפילים ב- $\frac{2}{3}$  את שיעור ה- $y$  של כל אחת מן הנקודות שעל המעגל האחר, ומתקבל עקום חדש.

ג. זהו את צורת העקום החדש, ומצאו את משוואתו.

נתון משולש ששניים מקודקדיו הם נקודות החיתוך של העקום החדש עם ציר ה- $x$ , והקודקוד הנוסף נמצא גם הוא על העקום החדש.

ד. מצאו את השטח הגדול ביותר האפשרי של המשולש. נמקו את תשובתכם.



2. נתונים שני מישורים,  $\pi_1$  ו- $\pi_2$  :

$$\pi_1: (k+2)x + y + (k+1)z + 11 = 0$$

$$\pi_2: (k+1)x + y + z - 5 = 0$$

k הוא פרמטר.

א. הסבירו מדוע בהכרח שני המישורים נחתכים זה עם זה.

ידוע כי ישר החיתוך  $\ell_1$  בין שני המישורים מקביל לישר  $\ell_2: \underline{x} = (1, 2, -1) + m(-1, k, k)$ .

ב. (1) מצאו את הערך של k.

(2) מצאו הצגה פרמטרית של הישר  $\ell_1$ .

(3) מצאו את הזווית בין המישורים  $\pi_1$  ו- $\pi_2$ .

הנקודה P נמצאת על הישר  $\ell_1$  ועל מישור [yz].

הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של ציר ה-y עם המישורים  $\pi_1$  ו- $\pi_2$  בהתאמה.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודות A, P, ו-B.

(2) מצאו את שטח המשולש APB.

3. נתונה משוואה I:  $w^6 = -27$ , w הוא מספר מרוכב.

א. פתרו את משוואה I.

נתונה משוואה II:  $\left(z + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6 = -27$ , z הוא מספר מרוכב.

ב. (1) היעזרו בפתרונות של משוואה I ורשמו בהצגה אלגברית את הפתרונות של משוואה II.

(2) הסבירו מדוע הנקודות במישור גאוס המייצגות את הפתרונות של משוואה II נמצאות על מעגל,

ומצאו את משוואתו.

(3) הוכיחו כי כל הפתרונות של משוואה II מייצגים קודקודים של משושה משוכלל במישור גאוס.

נתון: שני הפתרונות המדומים ושני הפתרונות הממשיים של משוואה II מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ג. (1) מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את היחס בין שטח המשושה ובין שטח המרובע.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - 5e^x + 4}$ .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

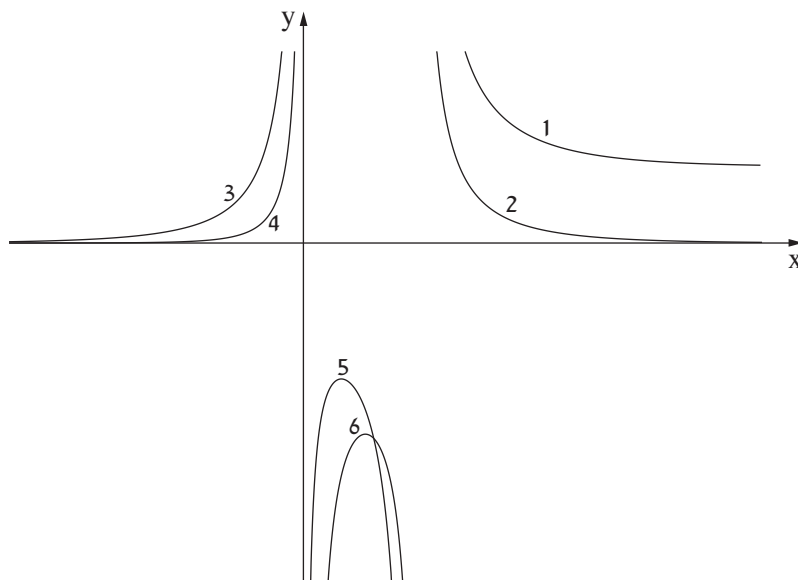
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $f(x)$  המאונכות לצירים.

(3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = \frac{5e^x}{e^{2x} - 5e^x + 4}$  המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה  $f(x)$ .

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך בין גרף הפונקצייה  $f(x)$  ובין גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

לפניכם סרטוט הגרפים של שתי הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ . כל אחד מן החלקים של הגרפים מסומן בסרטוט בספרה אחרת.



ג. רשמו לאיזו פונקצייה שייך כל אחד מן החלקים המסומנים בסרטוט. נמקו את תשובתכם.

ד. לפניכם שני ביטויים, I-II. קבעו בנוגע לכל אחד מן הביטויים אם הוא שלילי או חיובי. נמקו ללא חישוב.

$$\text{I. } \int_{-4}^{-1} (f(x) - g(x)) dx \qquad \text{II. } \int_{\ln \frac{8}{5}}^{\ln 2} (f(x) - g(x)) dx$$

ה. חשבו את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  ובין הישרים  $x = \ln 9$  ו- $x = \ln 16$ .

5. נתונה הפונקצייה  $f(x) = 4x(\ln(x^2) - 1)$ .

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .  
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .  
 (3) הוכיחו כי הפונקצייה  $f(x)$  היא אי-זוגית.

- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.  
 (2) האם יש לפונקצייה  $f(x)$  נקודות פיתול? נמקו את תשובתכם.  
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .

- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $g(x)$ .  
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $g(x)$  המאונכות לצירים.  
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .  
 (4) בכמה נקודות הגרפים של  $f(x)$  ו- $g(x)$  נחתכים זה עם זה? נמקו את תשובתכם.  
 ד. כתבו דוגמה לפונקצייה קדומה של  $g(x)$ .

**בהצלחה!**