

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון שני

#### הוראות

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק –  $3 \times \frac{1}{3} = 100$  נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

## השאלות

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

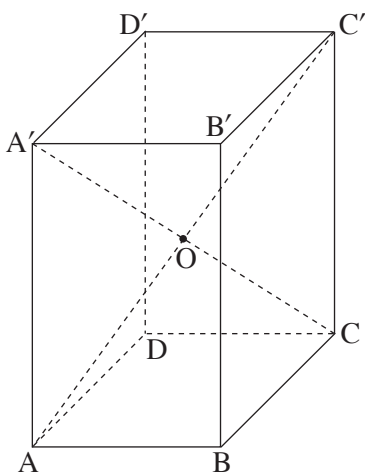
### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב

#### סדרות

1. נתונה סדרה חשבונית  $a_n$  בת  $n$  איברים.  
 נתון:  $a_1 = -10$ ,  $a_3 = -4$ ,  
 סכום כל איברי הסדרה הוא 4,218.  
**א.** מצאו את  $n$ .  
 מחקו כל איבר שלישי בסדרה  $a_n$  (כלומר מחקו את האיברים  $a_3, a_6, \dots$ ).  
**ב.** (1) כמה איברים נמחקו מן הסדרה  $a_n$ ?  
 (2) מהו סכום האיברים שנמחקו מן הסדרה  $a_n$ ?  
 (3) מהו סכום האיברים שנשארו בסדרה  $a_n$  אחרי המחיקה?

#### טריגונומטרייה במרחב

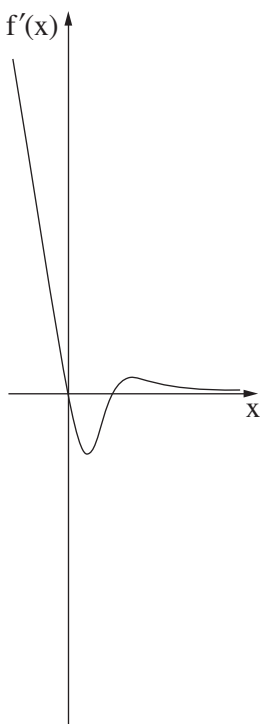
2. נתונה תיבה  $ABCD A'B'C'D'$  שבסיסה  $ABCD$  הוא ריבוע (ראו סרטוט).  
 נתון כי אלכסון התיבה גדול פי  $\sqrt{3}$  מאלכסון הבסיס.  
**א.** מצאו את גודל הזווית בין אלכסון התיבה לבסיס.  
 נתון כי שטח המלבן  $ACC'A'$  הוא  $128\sqrt{2}$ .  
**ב.** (1) מצאו את אורך צלע הבסיס של התיבה.  
 (2) מצאו את אורך האלכסון של התיבה.  
 אלכסוני התיבה  $A'C$  ו-  $C'A'$  נפגשים בנקודה  $O$ .  
**ג.** מצאו את שטח המעטפת של הפירמידה הישרה  $OABCD$ .



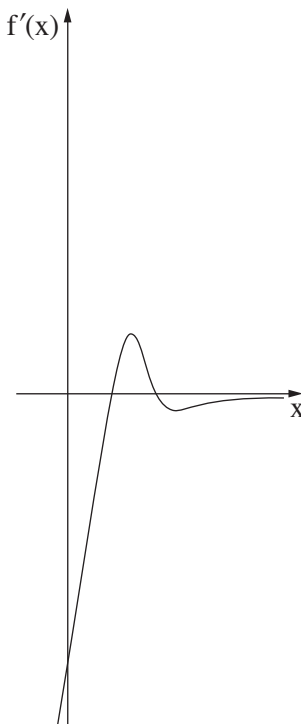
**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי**  
**של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**  
**ופונקציות חזקה**

3. נתונה הפונקצייה  $f(x) = 1 + x - \sin(2x)$ , המוגדרת בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .
- מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
  - סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
  - מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקצייה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = \frac{\pi}{4}$ .
  - מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$ , על ידי הישר המשיק שאת משוואתו מצאתם בסעיף ג ועל ידי ציר ה- $y$  (בתחום הנתון המשיק פוגש את גרף הפונקצייה רק בנקודת ההשקה).

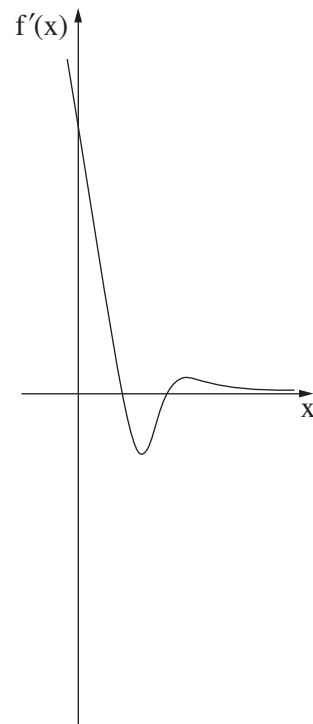
4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = (2x^2 - 15x + 27) \cdot e^{5-x}$ .
- מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ ?
  - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.
    - מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
    - סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
  - אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
  - קבעו עבור אילו ערכי  $x$  מתקיים:  $f(x) < 0$  וגם  $f'(x) < 0$ . נמקו את קביעתכם.
  - חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



III



II



I

5. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{4x}$ .

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- נתונה הפונקצייה  $g(x) = -f(x)$ .
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$  וסקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$  באותה מערכת צירים.
- נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$  ועל ידי הישר המשיק לגרף הפונקצייה  $f(x)$  בנקודת המקסימום שלה.
- ה. (1) מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקצייה  $f(x)$  בנקודת המקסימום שלה.
- (2) מצאו ערך של  $c$  שבעבורו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$  ועל ידי הישר  $y = c$  שווה ל- $S$ .
- נמקו את תשובתכם.

### בהצלחה!

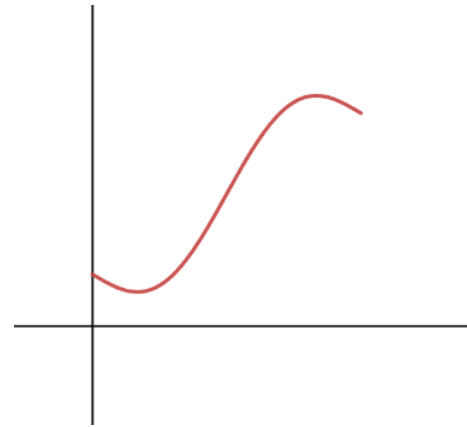
**4 יח"ל - שאלון 35482 - מועד ב' - 2023**

1. א.  $n=57$ , ב. (1) 19 איברים (2) 1463 (3) 2755

2. א.  $53.735^\circ$ , ב. (1) 8, (2)  $8\sqrt{6}$  ג.  $64\sqrt{5}$

3. א.  $(\pi, 4.142)$  מינימום,  $(\frac{5\pi}{6}, 4.484)$  מקסימום,  $(\frac{\pi}{6}, 0.658)$  מינימום,  $(0,1)$  מקסימום,

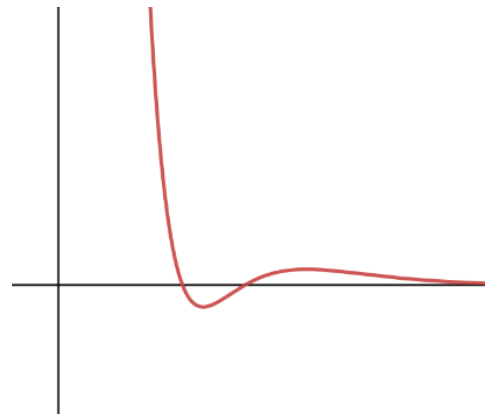
ב.



ג.  $y=x$ , ד. 0.285

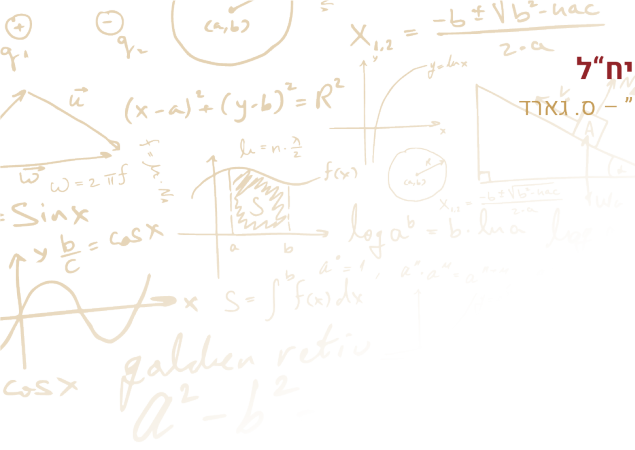
4. א. כל  $x$ , ב. (1)  $(0, 27e^5)$ , (2)  $(3, 0)$ , (3)  $(4.5, 0)$ ,

(3)

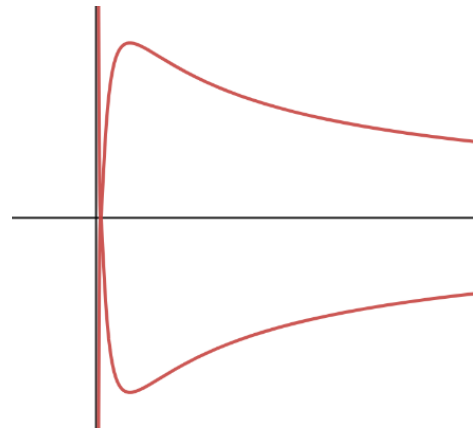


ג. גרף ו, ד.  $3 < x < 3.5$ , ה. 7.79

5. א.  $x > 0$ , ב.  $(1,0)$ , ג.  $(1,0)$  מינימום,  $(e^2, \frac{1}{e^2})$  מקסימום



.T



ה.  $y = -\frac{1}{e^2} (2), y = \frac{1}{e^2} (1)$

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון שני

#### הוראות

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.  
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב  
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות,  
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה  
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם –  $3 \times \frac{1}{3} = 100$  נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.  
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

## השאלות

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב

#### סדרות

1.  $a_n$  היא סדרה חשבונית עולה בת 88 איברים.  
 שלושת האיברים הראשונים בסדרה הם:  $2x$ ,  $2x + 3$ ,  $3x + 27$ .  
 א. (1) מצאו את הפרש הסדרה ואת  $a_1$ .  
 (2) מצאו כמה איברים חיוביים יש בסדרה.  
 ב. (1) מצאו את האיבר הראשון ואת האיבר האחרון בסדרה  $a_n$  המתחלקים ב-9 ללא שארית.  
 (2) חשבו את סכום כל האיברים בסדרה  $a_n$  המתחלקים ב-9 ללא שארית.

#### טריגונומטרייה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה  $SABCD$  שבסיסה  $ABCD$  הוא ריבוע (ראו סרטוט).

גובה הפירמידה,  $SO$ , שווה לאלכסון הריבוע.

א. מצאו את הזווית בין מקצוע צדדי של הפירמידה ובין בסיס הפירמידה.

נתון: אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא  $6\sqrt{5}$ .

ב. מצאו את אורך צלע הבסיס של הפירמידה.

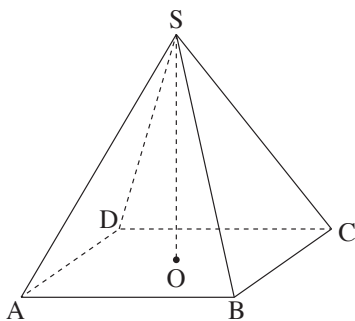
ג. מצאו את שטח המעטפת של הפירמידה.

נקודה  $E$  נמצאת על הגובה  $SO$ .

חיברו את אמצעי הצלעות של בסיס הפירמידה לנקודה  $E$  ויצרו פירמידה חדשה.

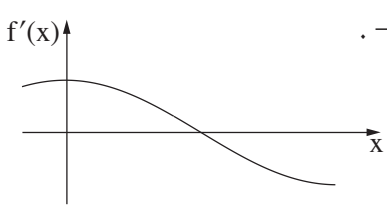
נתון: נפח הפירמידה החדשה הוא 84.

ד. מצאו את אורך הקטע  $EO$ .





**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי**  
**של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**  
**ופונקציות חזקה**



3. נתונה הפונקצייה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$  המוגדרות בתחום  $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq 2\pi$ .

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה שבה  $x = \pi$  בלבד.

א. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .

ב. מצאו את שיעורי הנקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

נתון:  $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x\right) + 1$ .

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

העבירו משיק לגרף הפונקצייה  $f(x)$  בנקודת המקסימום שלה.

ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$ , על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- $y$ .

4. נתונה הפונקצייה:  $f(x) = \frac{e^{a+x}}{x-3}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקצייה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$ .

נתון כי הנקודה  $\left(5, \frac{e^6}{2}\right)$  נמצאת על גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

ב. מצאו את הפרמטר  $a$ .

הציבו בפונקצייה  $f(x)$  את הפרמטר  $a$  שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

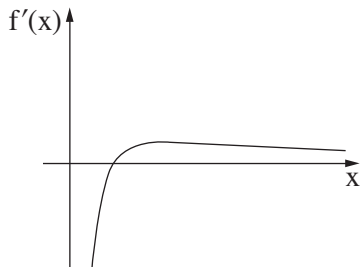
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = -f(x) + 18$  המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקצייה  $f(x)$ .

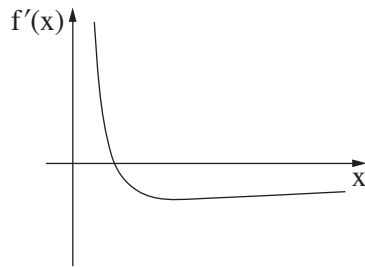
ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה  $g(x)$ . נמקו את תשובתכם.

5. נתונה הפונקצייה  $f(x) = (2 + \ln x) \cdot (-4 + \ln x)$ .

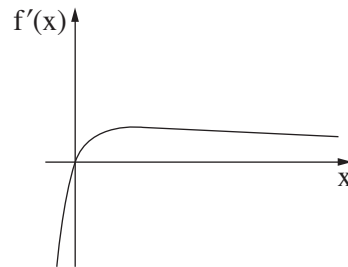
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- ה. (1) אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
- (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,  
על ידי הישר  $x = \sqrt{e}$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



III



II



I

**בהצלחה!**

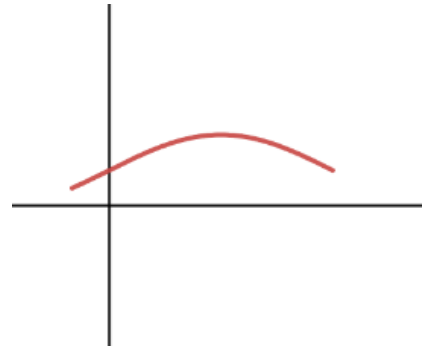
**4 יח"ל - שאלון 35482 - מועד מיוחד - 2023**

1. א.  $a_1 = -42$ ,  $d=3$ ,  $(2) 72$  איברים, ב.  $(1) a_3 = -36$ ,  $a_{87} = 216$ ,  $(2) 2610$

2. א.  $63.435^\circ$ , ב.  $\sqrt{72}$ , ג.  $216$ , ד.  $EO = 7$

3. א. תחומי עלייה:  $-\frac{\pi}{3} < x < \pi$ , תחומי ירידה:  $\pi < x < 2\pi$ , ב. מינימום,  $x = \pi$  מקסימום,  $x = -\frac{\pi}{3}$  מינימום, ג.  $(0,1)$

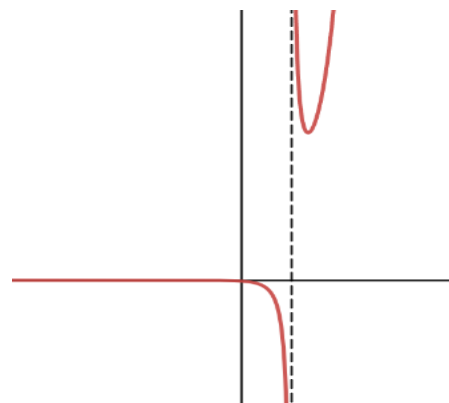
ד.



ה.  $\pi - 2 = 1.14$

4. א.  $(1) x \neq 3$ ,  $(2) x = 3$ , ב.  $a=1$ , ג.  $(1) (4, e^5)$  מינימום  $(2) 3 < x < 4$  או  $x > 3$ ,  $(3) (0, \frac{-e}{3})$

ד.

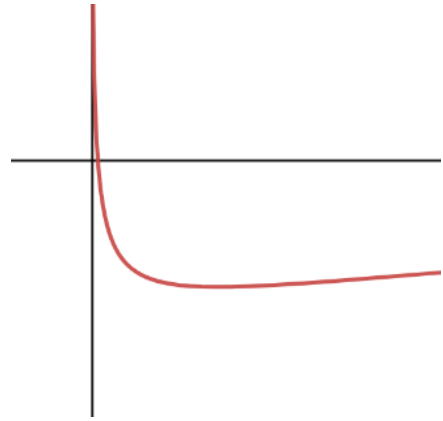


ה. תחום חיוביות:  $x < 3$ , תחום שליליות:  $x > 3$

5. א.  $x > 0$ , ב.  $(e^{-2}, 0)$ ,  $(e^4, 0)$ , ג.  $(e, -9)$  מינימום,

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ביח"ל  
 "תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גארד

.T



ה. (1) גרף III, (2) 0.25

Handwritten mathematical notes including:  
 $\vec{u}$   
 $\omega = 2\pi f$   
 $y = \frac{b}{c} = \cos x$   
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$   
 $X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$   
 $\varphi = \frac{a}{b} = 1.11033$   
 $h = n \cdot \frac{\lambda}{2}$   
 $S = \int f(x) dx$   
 golden ratio  
 $a^2 - b^2$

Handwritten mathematical notes including:  
 speed of light =  $3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$   
 $M = \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2}$   
 $y = mx + b$   
 $\vec{w} = \int F(x) dx$   
 $\frac{a}{c} = \sin x$   
 $\vec{\omega} = \vec{v}$

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון שני

#### הוראות

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.  
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב  
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות,  
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה  
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק –  $3 \times \frac{1}{3} = 100$  נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.  
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

## השאלות

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב

#### סדרות

1. נתונה הסדרה:  $a_n = 4n - 18$ .

א. מצאו את  $a_1$ .

ב. הוכיחו כי הסדרה חשבונית, ומצאו את הפרש הסדרה.

נתון: בסדרה יש  $2k$  איברים סך הכול.

ג. (1) הביעו באמצעות  $k$  את סכום  $k$  האיברים הראשונים בסדרה.

(2) הביעו באמצעות  $k$  את סכום כל  $2k$  האיברים בסדרה.

נתון כי סכום  $k$  האיברים האחרונים בסדרה הוא 3,072.

ד. מצאו את  $k$ .

#### טריגונומטרייה במרחב

2.  $SABC$  היא פירמידה משולשת ישרה שבסיסה  $ABC$  הוא

משולש שווה צלעות (ראו סרטוט).

זווית הבסיס של פאה צדדית שווה ל- $50^\circ$ .

הנקודה  $D$  נמצאת על המקצוע  $SA$  כך ש- $BD \perp SA$ .

נתון:  $DA = 10$ .

א. (1) מצאו את אורך צלע הבסיס של הפירמידה.

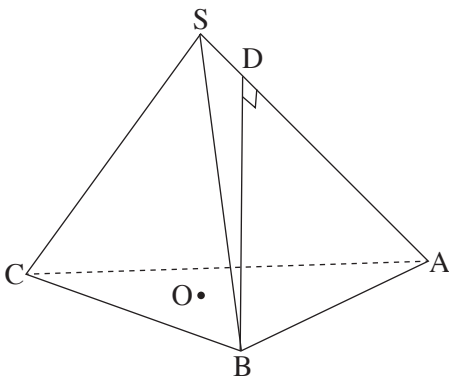
(2) מצאו את האורך של מקצוע צדדי של הפירמידה.

$SO$  הוא גובה הפירמידה.

ב. חשבו את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה.

ג. מצאו את גובה הפירמידה.

ד. חשבו את נפח הפירמידה  $SABC$ .



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי**  
**של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**  
**ופונקציות חזקה**

3. הפונקצייה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$  מוגדרות בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

נתונה פונקציית הנגזרת:  $f'(x) = \sin(2x) - \cos(x)$ .

א. מצאו את שיעורי ה- $x$  של כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

נתון: כל אחת מנקודות המינימום של הפונקצייה  $f(x)$  נמצאת על ציר ה- $x$ .

ב. מצאו את הפונקצייה  $f(x)$ .

ג. מצאו את שיעור ה- $y$  של נקודות המקסימום של הפונקצייה  $f(x)$ .

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

ה. חשבו את שטח המשולש הנוצר על ידי 3 נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקצייה  $f(x)$ .

4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = e^x \cdot (e^x - 6)^2$  המוגדרת לכל  $x$ .

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.

ב. הראו כי מתקיים:  $f(x) = e^{3x} - 12e^{2x} + 36e^x$ .

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

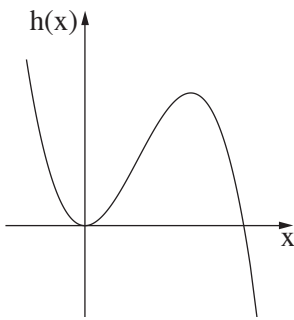
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = e^{3x}$  העולה לכל  $x$ .

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

(2) באותה מערכת צירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה  $f(x)$ , סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$  בקו מקווקו.

(3) מצאו את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקצייה  $f(x)$ , על ידי הגרף של הפונקצייה  $g(x)$  ועל ידי ציר ה- $y$ .



5. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה  $h(x) = -2x^3 + 12x^2$  המוגדרת לכל  $x$ .
- א. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $h(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ב. (2) היעזרו בגרף, ומצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה  $h(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $f(x) = \ln(-2x^3 + 12x^2)$ .

- ב. היעזרו בתשובתכם לתת-סעיף א(2), ומצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- $x$  של הפונקצייה  $f(x)$ .
- ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- נתונה הפונקצייה:  $g(x) = -f(x) + 8$  המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה  $f(x)$ .
- ה. מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $g(x)$ , ומהו סוגה?

### בהצלחה!



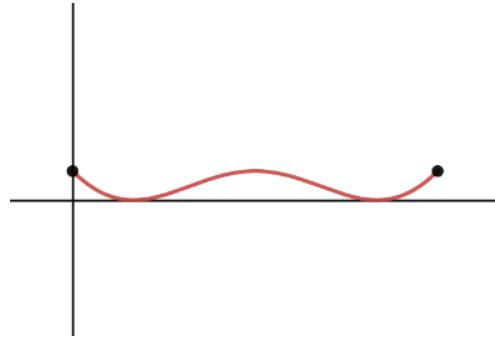
## 4 יח"ל - שאלון 35482 - מועד קיץ - 2023

1. א.  $a_1 = -14$ , ב.  $d=4$ , ג.  $2k^2 - 16k$  (1),  $2k^2 - 32k$  (2), ד.  $k=24$ .

2. א.  $15.56$  (1),  $12.10$  (2), ב.  $42.085^\circ$ , ג.  $8.11$ , ד.  $283.42$ .

3. א.  $x = 0$  מקסימום,  $x = \frac{\pi}{6}$  מינימום,  $x = \frac{\pi}{2}$  מקסימום,  $x = \frac{5\pi}{6}$  מינימום,  $x = \pi$  מינימום ב.  
ג.  $f(x) = -\frac{\cos(2x)}{2} - \sin x + \frac{3}{4}$ , ג.  $y = \frac{1}{4}$ .

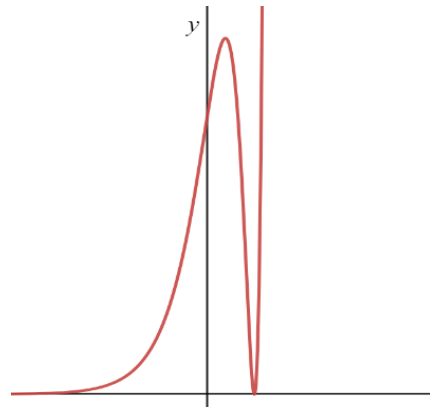
ד.



ה.  $\frac{\pi}{12}$

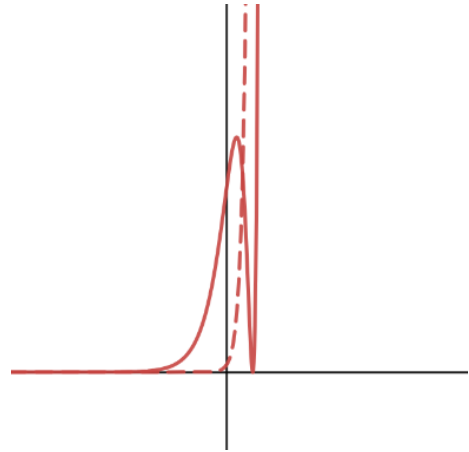
4. א.  $(\ln 6, 0)$ ,  $(\ln 2, 32)$  מקסימום,  $(\ln 6, 0)$  מינימום, ב. הוכחה ג.

ד.



ה. (1)  $(\ln 3, 27)$

(2)



.24 (3)

5. א. (1)  $(0,0)$ ,  $(6,0)$  (2) תחומי חיוביות:  $x < 0$  או  $0 < x < 6$ , תחומי שליליות:  $x > 6$   
 ב.  $x < 0$  או  $0 < x < 6$  ג.  $x=0$ ,  $x=6$  ד.  $(4 \ln 64)$  מקסימום ה.  $(4, 3.89)$  מינימום

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון שני

#### הוראות

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.  
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב  
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה  
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק –  $3 \times \frac{1}{3} = 100$  נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.  
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

## השאלות

**שימו לב:** יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה –  $\frac{1}{3}$  נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

#### סדרות

1. ביום ראשון יצאו יעל ושירה להליכה במסלול שאורכו 4,200 מטרים.

הן יצאו יחד מתחילת המסלול.

בדקה הראשונה הלכה יעל מרחק של 130 מטרים, ובכל דקה שלאחר מכן היא הלכה מרחק הקטן ב-2 מטרים מן המרחק שהלכה בדקה שקדמה לה.

א. מהו המרחק שהלכה יעל בדקה ה-55?

ב. (1) כמה דקות הלכה יעל מתחילת המסלול ועד סופו?

(2) מהו המרחק שהלכה יעל בדקה האחרונה?

שירה הלכה בכל דקה מרחק קבוע.

יעל ושירה הגיעו לסוף המסלול באותו הזמן.

ג. מהו המרחק הקבוע שהלכה שירה בכל דקה?

ביום שני יצאו יעל ושירה להליכה במסלול אחר.

שירה יצאה מתחילת המסלול והלכה בכל דקה אותו מרחק קבוע כמו ביום ראשון.

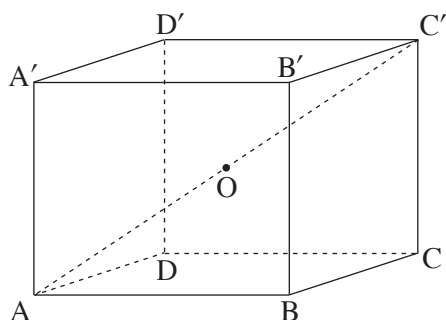
יעל יצאה מתחילת המסלול 4 דקות אחרי שירה, והלכה בכל דקה באותו אופן שבו הלכה ביום ראשון

(בדקה הראשונה היא הלכה מרחק של 130 מטרים, ובכל דקה שלאחר מכן היא הלכה מרחק הקטן ב-2 מטרים מן המרחק

שהלכה בדקה שקדמה לה).

ד. כמה דקות עברו מזמן שיצאה יעל מתחילת המסלול ועד שהיא פגשה את שירה בפעם הראשונה?

טריגונומטרייה במרחב



2. נתונה תיבה  $ABCD A'B'C'D'$  (ראו סרטוט).

$ABCD$  הוא בסיס של התיבה.

$O$  היא נקודת מפגש האלכסונים של התיבה.

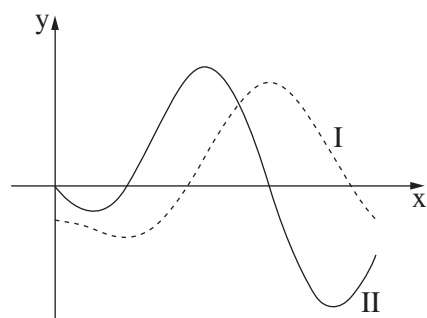
נתון:  $AB = \sqrt{3} \cdot a$ ,  $BC = a$ ,  $CC' = 1.5 \cdot a$ .

- א. הביעו את אורך אלכסון הבסיס,  $AC$ , באמצעות  $a$ .
- ב. מצאו את גודל הזווית שבין אלכסון התיבה,  $AC'$ , ובין הבסיס  $ABCD$ .

נתון: שטח המעטפת של התיבה הנתונה הוא  $108 \cdot (1 + \sqrt{3})$ .

- ג. מצאו את  $a$ .
- ד. מצאו את נפח הפירמידה  $OABCD$ .
- ה. בעבור כל אחת מן הטענות (1)–(2) שלפניכם, קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה, ונמקו את קביעתכם.
  - (1) נפח הפירמידה  $OABCD$  גדול מנפח הפירמידה  $OAA'D'D$ .
  - (2) הזווית בין הישר  $AC$  ובין מישור הפאה  $DD'C'C$  היא בת  $30^\circ$ .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**



3. בסרטוט שלפניכם מתוארים הגרפים של הפונקצייה  $f(x)$

ושל פונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$ , המוגדרות בתחום  $0 \leq x \leq 1.5\pi$ .

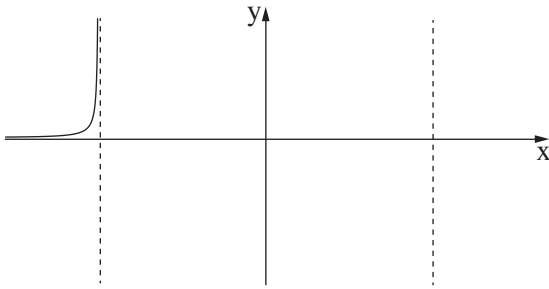
- א. קבעו איזה מבין הגרפים II–I שבסרטוט מתאר את גרף הפונקצייה  $f(x)$ , ואיזה מהם מתאר את גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

נתון:  $f(x) = \frac{1}{2} \cos(2x) - \cos(x)$ , בתחום  $0 \leq x \leq 1.5\pi$ .

- ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן (תוכלו לקבוע את סוגן באמצעות הסרטוט).
- ג. בעבור אילו ערכים של  $k$  יש לישר  $y = k$  ולגרף הפונקצייה  $f(x)$  בדיוק שתי נקודות משותפות? נמקו.
- ד. חשבו את השטח הכלוא על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 2}$ .

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- ב. (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- ה. לפניכם סקיצה חלקית של גרף הפונקצייה  $f(x)$ . העתיקו את הסקיצה החלקית למחברתכם, והשלימו בה את החלקים החסרים של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- ו. נתונה הפונקצייה  $g(x) = f(x) + c$ .  $c$  הוא פרמטר.
- ז. מצאו את שני הערכים האפשריים של  $c$  שבעבורם יש לפונקצייה  $g(x)$  נקודת קיצון על הישר  $y = 3$ . נמקו את תשובתכם.



5. נתונה הפונקצייה  $f(x) = (\ln x)^2 - a \cdot \ln x + 3$ .  $a$  הוא פרמטר.

אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  היא  $(e^3, 0)$ .

א. מצאו את  $a$ .

- ב. הציבו  $a = 4$  בפונקצייה  $f(x)$ , וענו על הסעיפים ב-ו שלפניכם.
- ג. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- ד. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך האחרת של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ה. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- ז. הפונקצייה  $g(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $g'(x)$  מוגדרות באותו תחום שבו מוגדרת הפונקצייה  $f(x)$ . נתון:  $g'(x) = -f(x)$ .
- ח. קבעו את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקצייה  $g(x)$  ואת סוגן. נמקו את קביעותיכם.

### בהצלחה!

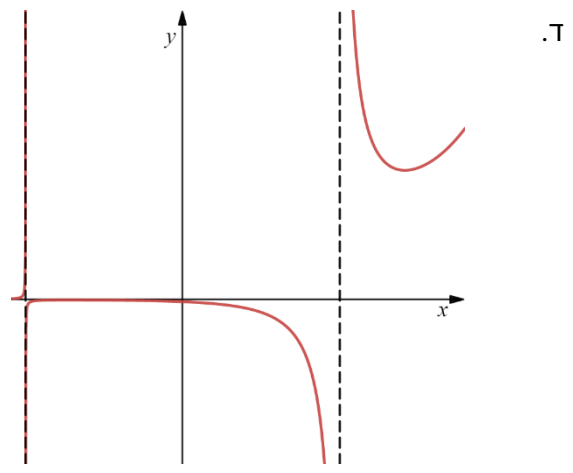
**4 יח"ל - שאלון 35482 - מועד חורף - 2023**

1. א. 22 מטרים, ב. (1) 56 דקות, (2) 20 מטרים, ג. 75 מטרים, ד. 6 דקות.

2. א.  $2a$ , ב.  $36.87^\circ$ , ג.  $a = 6$ , ד.  $54\sqrt{3}$ , ה. (1) לא נכון, הנפחים שווים. (2) נכון.

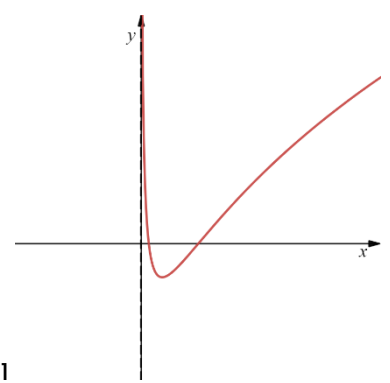
3. א. גרף I:  $f(x)$ , גרף II:  $f'(x)$ , ב.  $(0, -\frac{1}{2})$  מקסימום,  $(\frac{\pi}{3}, -\frac{3}{4})$  מינימום,  $(\pi, \frac{3}{2})$  מקסימום,  
ג.  $-\frac{1}{2} < k < -\frac{3}{4}$  או  $-\frac{3}{4} < k < -\frac{1}{2}$ , ד. 2.5 יח"ר.

4. א. (1)  $x \neq \pm\sqrt{2}$ , (2)  $x = \pm\sqrt{2}$ , ב.  $(0, -\frac{1}{2})$ , ג.  $(2, \frac{e^4}{2})$  מינימום,  $(-1, -\frac{1}{e^2})$  מקסימום.



ה.  $c = 3 + \frac{1}{e^2}$ ,  $c = 3 - \frac{e^4}{2}$

5. א.  $a = 4$ , ב.  $x > 0$ , ג.  $(e, 0)$ , ד.  $(e^2, -1)$  מינימום. ה.



1.  $x = e^3$  מקסימום,  $x = e$  מינימום.