

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1. אורי ודוד רצו לאורך מסלול ישר AB. כל אחד מהם רץ במהירות קבועה.



ביום ראשון הם התחילו לרוץ יחד מאמצע המסלול AB:

אורי רץ מאמצע המסלול לנקודה B, ואילו דוד רץ מאמצע המסלול לנקודה A.

אורי הגיע לנקודה B אחרי 40 דקות, ודוד הגיע לנקודה A אחרי שעה.

נסמן ב- x את המהירות של דוד (בקמ"ש).

א. הבע את המהירות של אורי באמצעות x .



ביום שני הם התחילו לרוץ יחד מנקודה C הנמצאת על המסלול AB:

אורי רץ מן הנקודה C לנקודה B, ואילו דוד רץ מן הנקודה C לנקודה A.

אורך AC הוא 4.5 ק"מ.

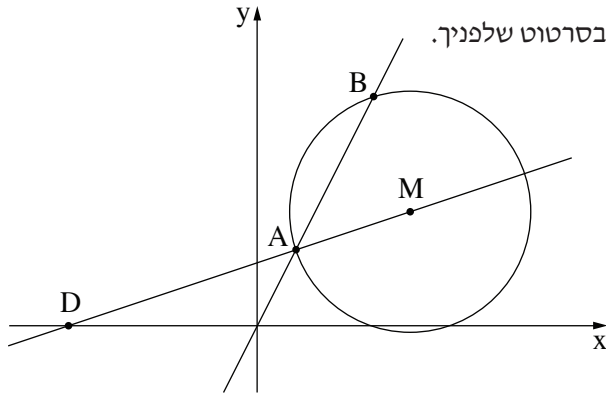
אורי הגיע לנקודה B חצי שעה אחר שדוד הגיע לנקודה A.

כל אחד מהם רץ באותה המהירות שבה הוא רץ ביום ראשון.

ב. מצא את אורך המסלול AB.

2. הנקודה M היא מרכז המעגל שמשוואתו $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 10$.

הישר $y = 2x$ חותך את המעגל בנקודות A ו-B, כמתואר בסרטוט שלפניך.



א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. הישר AM חותך את ציר ה-x בנקודה D (ראה סרטוט).

ג. מצא את שיעורי הנקודה D.

ד. הוכח כי $BM \perp DM$.

ה. האם הישר DB משיק למעגל? נמק.

ו. חשב את שטח המשולש ABD.

3. במרכז הקהילתי יש שני חוגים בלבד: חוג כדורגל וחוג טניס. אפשר להשתתף בחוג אחד בלבד מבין שני החוגים האלה.

סך כל הבנים המשתתפים בשני החוגים האלה זהה לסך כל הבנות המשתתפות בהם.

80% מן הבנים משתתפים בחוג כדורגל.

מספר הבנות המשתתפות בחוג טניס גדול פי 3 ממספר הבנות המשתתפות בחוג כדורגל.

בוחרים באקראי משתתף בחוגים (בן או בת).

א. מהי ההסתברות שנבחר בן המשתתף בחוג כדורגל?

ב. אם ידוע שנבחר משתתף בחוג טניס, מהי ההסתברות שנבחר בן?

ידוע כי בשני החוגים במרכז הקהילתי יש 200 משתתפים (בנים ובנות) סך הכול.

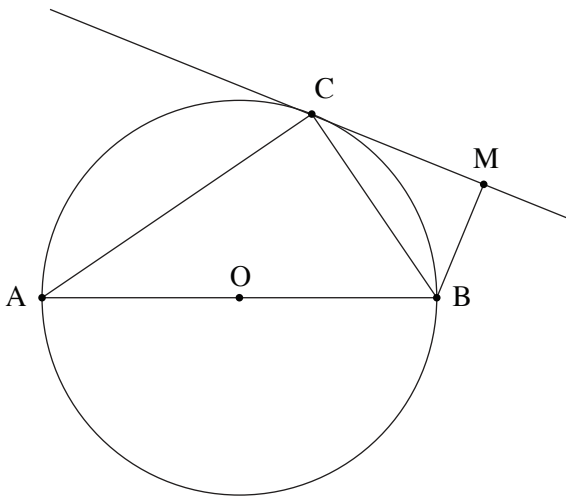
ג. (1) כמה משתתפים סך הכול (בנים ובנות) יש בחוג טניס?

(2) מבין כל המשתתפים בחוגים (בנים ובנות) בוחרים באקראי שניים בזה אחר זה (ללא החזרה).

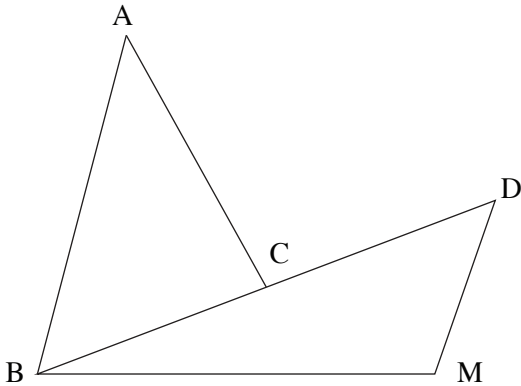
מהי ההסתברות ששניהם משתתפים בחוג טניס?

דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. בסרטוט שלפניך מתואר מעגל שמרכזו בנקודה O. AB הוא קוטר במעגל. דרך הנקודה C שעל המעגל, העבירו משיק למעגל. מן הנקודה B העבירו אנך למשיק, החותך אותו בנקודה M, כמתואר בסרטוט.
- א. הוכח: $\angle MBC = \angle CBA$.
- ב. הוכח: $BC^2 = AB \cdot BM$.
- דרך מרכז המעגל, O, העבירו ישר מקביל ל-BC. ישר זה חותך את AC בנקודה E.
- נתון: שטח המשולש ABC גדול פי 3.24 משטח המשולש CBM, $OE = 5$.
- ג. מצא את AB.



5. בסרטוט שלפניך מתוארים משולש BDM ומשולש ABC. הנקודה C היא אמצע הצלע BD. נתון: שטח המשולש ABC הוא 27.8, $AB = 10$, $\angle BAC = 44^\circ$.
- א. מצא את אורך הצלע AC.
- ב. מצא את אורך הצלע BC.
- נתון: $BM = 11.4$, $\angle BDM = 50^\circ$, $\angle BMD > 90^\circ$.
- ג. מצא את גודל הזווית BMD.
- מן הנקודה A העבירו חוצה זווית BAC החותך את הצלע BM בנקודה F.
- ד. מצא את גודל זוויות המשולש AFB.

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4}{4x^2 - 1} + b$, b הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה (אם צריך, הבע באמצעות b).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הישר $y = -2$ משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

ג. מצא את b .

הצב את b שמצאת בסעיף ג בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ד-ו.

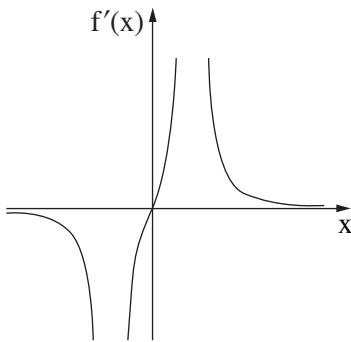
ד. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

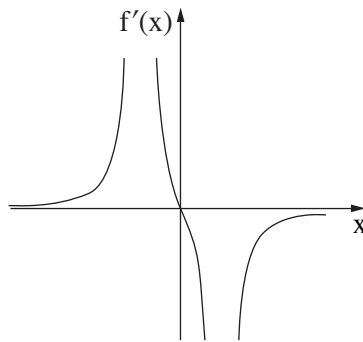
$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

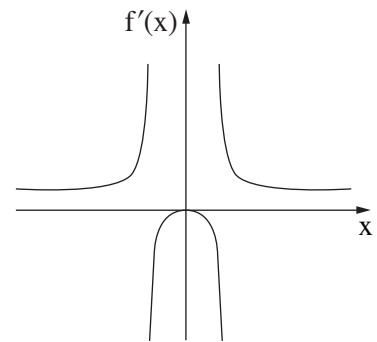
ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = \frac{1}{3}$, ועל ידי ציר ה- x .



III



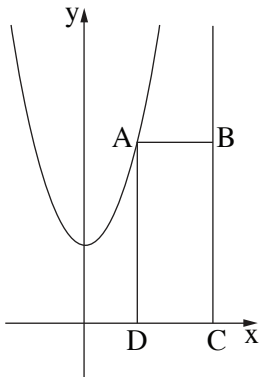
II



I

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot \sqrt{x + 18}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -2 \cdot f(x)$.
- (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.
- (2) נסמן ב- A ו- B את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בהתאמה. הנקודה O היא ראשית הצירים. חשב את שטח המשולש ABO .



8. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + 3$ ונתון הישר $x = 5$.

- הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון משמאל לישר.
- מן הנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה- x וחותך את הישר הנתון בנקודה B .
- הנקודות C ו- D נמצאות על ציר ה- x כך שהמרובע $ABCD$ הוא מלבן (ראה סרטוט).
- נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A .
- א. מצא את הערך של t שבעבורו שטח המלבן $ABCD$ הוא מקסימלי.
- ב. האם ייתכן מלבן $ABCD$ שנבנה באופן המתואר ושטחו הוא 30? נמק.

בהצלחה!

פתרון:

1. א. המהירות של אורי: $1.5x$, ב. אורך מסלול AB: 18 ק"מ

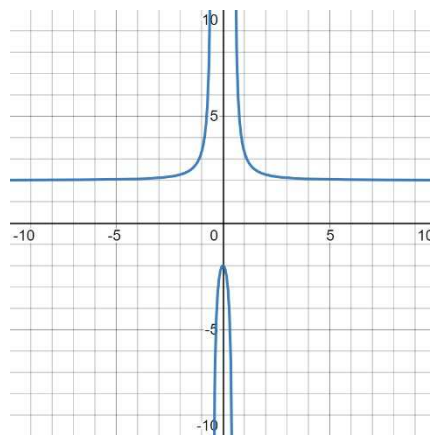
2. א. $A(1, 2), B(3, 6), D(-5, 0)$, ג. הוכחה, ד. לא, ה. $S = 10$

3. א. 0.4, ב. $\frac{4}{19}$, ג. (1) 95 משתתפים, (2) 0.224

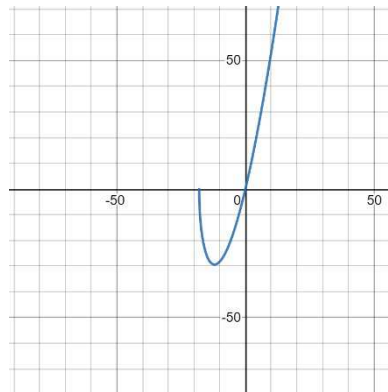
4. א. הוכחה, ב. הוכחה, ג. $AB = 18$

5. א. $AC = 8$, ב. $BC = 6.99$, ג. $\angle BMD = 110.12^\circ$, ד. $\angle ABF = 72.54^\circ$,
 $\angle AFB = 85.46^\circ, \angle BAF = 22^\circ$

6. א. $x \neq \frac{1}{2}, x \neq -\frac{1}{2}$, ב. (1) $(0, -4+b)$ נקודת מקסימום, (2) תחומי עלייה:
 $x < -\frac{1}{2}$ או $-\frac{1}{2} < x < 0$, תחומי ירידה: $x > \frac{1}{2}$ או $0 < x < \frac{1}{2}$, ד. (1) $b = 2$,
 $x = \frac{1}{2}, x = -\frac{1}{2}, \gamma = 2$, (2) שרטוט למטה ה. גרף וו, ו. יח"ר $S = 3.2$



7. א. $x \geq 18$, ב. $(-18, 0)$, $(0, 0)$, ג. $\max(-18, 0)$, $\min(-12, -12\sqrt{6})$, ד. שרטוט למטה, ה. (1) , $\min(-18, 0)$, $\max(-12, 24\sqrt{6})$, $SABO = (2)$, $216\sqrt{6}$



8. א. $t=3$, ב. לא, כי השטח המקסימלי הוא 24