

**שימו לב:** בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.  
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

#### הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות

פרק שני – גאומטריה

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם –  $20 \times 5 = 100$  נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

## השאלות

**שימו לב:** הסבירו את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

## פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות

1. נועם התאמן לקראת תחרות שחייה.

בכל אימון, החל מן האימון השני, שחה נועם 50 מטר יותר מבאימון שקדם לו.

ידוע כי המרחק ששחה נועם באימון השמיני גדול פי 2 מן המרחק ששחה באימון הראשון.

א. מצאו כמה מטרים שחה נועם באימון הראשון.

ב. (1) האם ייתכן שבאחד האימונים שחה נועם 830 מטר בדיוק? נמקו.

(2) מצאו באיזה אימון שחה נועם 1,000 מטר בדיוק.

אחרי האימון שבו שחה נועם 1,000 מטר בפעם הראשונה, החליט נועם לשנות את שיטת האימון שלו ולשחות

בכל אחד מן האימונים שבאו אחריו 1,000 מטר בדיוק.

ידוע כי עד לתחרות שחה נועם בכל האימונים 25,450 מטר סך הכול.

ג. כמה אימונים סך הכול התאמן נועם לקראת התחרות?

2. ביישוב א' בדקו כמה מכוניות יש לכל משפחה.

התברר שביישוב א' יש משפחות שאין ברשותן מכוניות כלל ומשפחות שיש ברשותן מכונית אחת, 2 מכוניות או 3 מכוניות בלבד.

הטבלה שלפניכם מתארת את התפלגות מספר המכוניות למשפחה ביישוב א'.

3	2	1	0	מספר המכוניות למשפחה
6	x	y	30	מספר המשפחות

ידוע כי ביישוב א' יש בממוצע מכונית אחת למשפחה.

א. מצאו את x (מספר המשפחות ביישוב א' שיש ברשותן 2 מכוניות).

נתון כי סטיית התקן של מספר המכוניות למשפחה ביישוב א' היא  $\frac{6}{7}$ .

ב. (1) מצאו כמה משפחות יש ביישוב א'.

(2) מצאו את השכיח ואת החציון של מספר המכוניות למשפחה ביישוב א'.

גם ביישוב ב' יש משפחות שאין ברשותן מכוניות כלל ומשפחות שיש ברשותן מכונית אחת, 2 מכוניות או 3 מכוניות בלבד.

מספר המשפחות ביישוב ב' שווה למספר המשפחות ביישוב א'.

החציון של מספר המכוניות למשפחה ביישוב ב' הוא 0.5.

ג. לכמה משפחות ביישוב ב' אין מכוניות כלל?

3. לשירה יש סל ובו x כדורים סך הכול. 12 מן הכדורים שבסל הם ירוקים והשאר אדומים.

נתון: ההסתברות להוציא 2 כדורים ירוקים בזה אחר זה עם החזרה היא 0.36.

א. מצאו את x.

שירה מוציאה באקראי כדור מן הסל.

אם הכדור אדום, היא מחזירה אותו לסל ושוב מוציאה באקראי כדור מן הסל.

אם הכדור ירוק, היא משאירה אותו בחוץ ושוב מוציאה באקראי כדור מן הסל.

ב. מהי ההסתברות ששירה תוציא לפחות כדור ירוק אחד?

ג. אם ידוע ששירה הוציאה לפחות כדור ירוק אחד, מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני כדורים בצבעים השונים

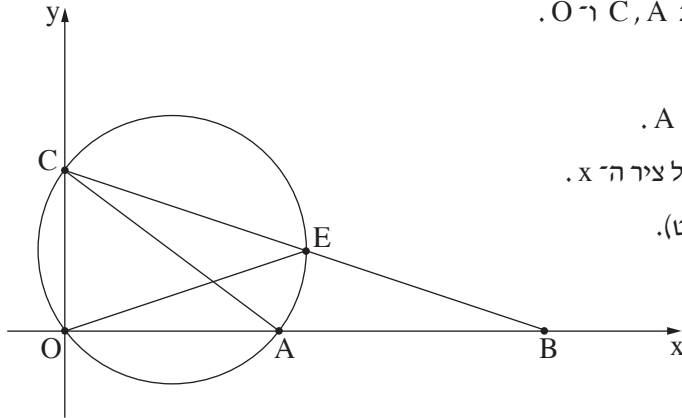
זה מזה?

לשירה יש סל נוסף, ובו x כדורים (ה-x שמצאתם בסעיף א). גם בסל הזה 12 מן הכדורים הם ירוקים והשאר אדומים.

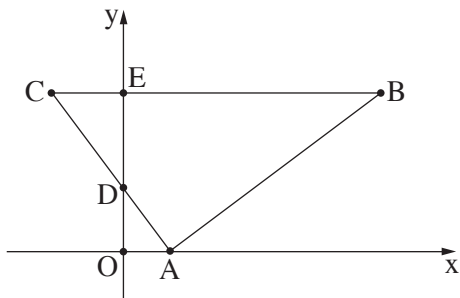
שירה מוציאה באקראי מן הסל הזה שני כדורים עם החזרה.

ד. מהי ההסתברות שכל ארבעת הכדורים שהוציאה שירה משני הסלים היו באותו הצבע? /המשך בעמוד 4/

## פרק שני – גאומטרייה



4. בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל, העובר דרך הנקודות  $C, A$  ו- $O$ .  
 $O$  היא ראשית הצירים.  
 המעגל חותך את החלק החיובי של ציר ה- $x$  בנקודה  $A$ .  
 הנקודה  $B$  נמצאת מחוץ למעגל, על החלק החיובי של ציר ה- $x$ .  
 הקטע  $CB$  חותך את המעגל בנקודה  $E$  (ראו סרטוט).  
 נתון:  $\angle EOB = \angle EBO$ .  
 א. הוכיחו:  $AC = AB$ .  
 נתון:  $C(0, 3)$ ,  $A(4, 0)$ .  
 ב. מצאו את שיעורי הנקודה  $B$ .  
 ג. (1) הוכיחו כי  $AC$  הוא קוטר במעגל.  
 (2) מצאו את משוואת המעגל.  
 נתון כי שיעור ה- $x$  של הנקודה  $E$  הוא 4.5.  
 ד. פי כמה גדול שטח המשולש  $COB$  משטח המשולש  $EOB$ ?  
 ה. חשבו את גודל הזווית  $EOB$ .



5. במשולש  $ABC$  הקודקוד  $A$  מונח על ציר ה- $x$ .  
 הצלע  $AC$  חותכת את ציר ה- $y$  בנקודה  $D$ .  
 הצלע  $CB$  מקבילה לציר ה- $x$ , וחותכת את ציר ה- $y$  בנקודה  $E$ ,  
 כמתואר בסרטוט שלפניכם.  
 $O$  היא ראשית הצירים.  
 א. הוכיחו:  $\triangle AOD \sim \triangle CED$ .  
 נתון כי משוואת הישר  $AC$  היא:  $y = -\frac{4}{3}x + 4$ , וכי  $\frac{DO}{DE} = \frac{2}{3}$ .  
 ב. (1) מצאו את אורך הקטע  $DE$ .  
 (2) מצאו את משוואת הישר  $CB$ .  
 נתון: הצלע  $AB$  מאונכת לצלע  $AC$ .  
 ג. מצאו את משוואת הישר  $AB$ .  
 ד. חשבו את גודל הזווית  $CDE$ .  
 ה. חשבו את שטח המרובע  $ADEB$ .

## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקצייה:  $f(x) = \frac{2x - b}{x - 4} + 1$ . הוא פרמטר.  $b$ .

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

נתון כי גרף הפונקצייה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $y$  בנקודה  $(0, 2.5)$ .

ב. מצאו את  $b$ .

הציבו את הערך של  $b$  שמצאתם בסעיף ב בפונקצייה  $f(x)$ , וענו על הסעיפים ג-ז.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקצייה  $f(x)$ .

ד. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

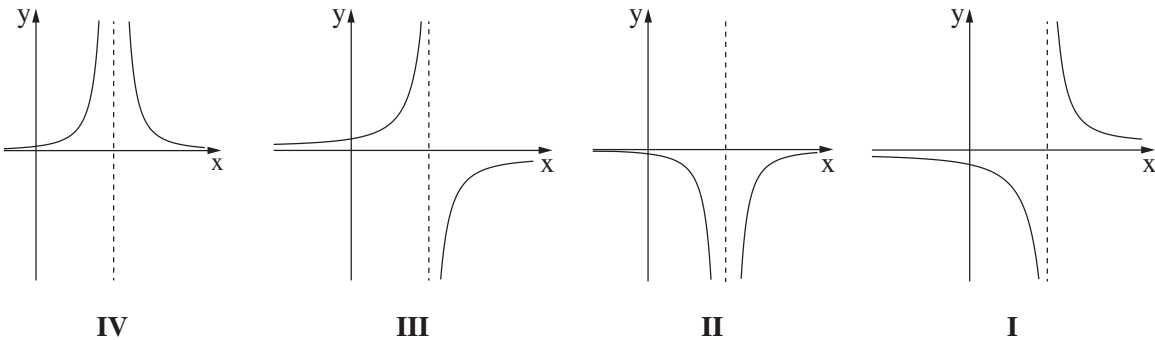
ה. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

ז. (1) אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

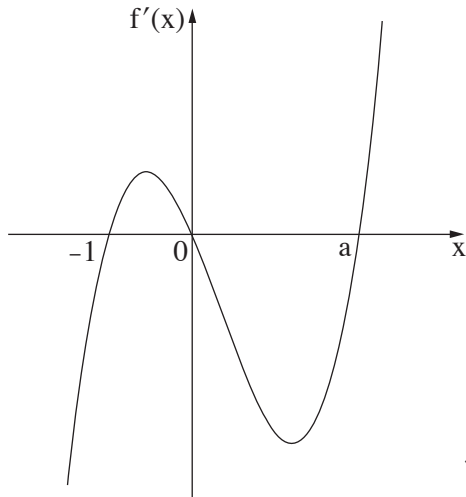
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי הישר  $x = 1$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי ציר ה- $y$ .



7. נתונה הפונקצייה:  $f(x) = (x - 3) \cdot \sqrt{2x}$ .

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
  - ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.
  - ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
  - ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקצייה  $g(x) = -f(x)$ .
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$  במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .
- ו. הביעו באמצעות  $S$  את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ . נמקו.



8. הפונקצייה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$  מוגדרות לכל  $x$ .

בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  חותכת את ציר ה- $x$  בנקודות שבהן

$x = -1, x = 0, x = a$  (בלבד  $a > 0$  הוא פרמטר).

א. מה הם שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ ,

ומהו סוגן? אם יש צורך, הביעו באמצעות  $a$ .

נתון כי הפונקצייה היא  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 12$ .

ב. (1) מצאו את  $a$ .

(2) מצאו את שיעורי ה- $y$  של נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ .

גרף הפונקצייה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות שונות.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$ , על ידי הישר המשיק לגרף הפונקצייה  $f(x)$  בנקודה שבה

$x = a$  ועל ידי הישר  $x = -1$ .

### בהצלחה!

**שימו לב:** בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.  
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

#### הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.  
פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות  
פרק שני – גאומטרייה  
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש  
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם –  $20 \times 5 = 100$  נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
  - (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
  - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
  - (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
  - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

## השאלות

**שימו לב:** הסבירו את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

## פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות

$$1. \quad \begin{cases} a_1 = 84 \\ a_{n+1} = a_n - 2 \end{cases} \quad \text{נתונה סדרה המוגדרת לכל } n \text{ טבעי על ידי כלל הנסיגה:}$$

א. (1) האם הסדרה הנתונה חשבונית אן הנדסית? נמקו את תשובתכם.

(2) כתבו את נוסחת האיבר הכללי של הסדרה.

ב. (1) כמה איברים חיוביים יש בסדרה?

(2) כתבו את ערכו של האיבר השלישי הראשון בסדרה.

ג. נתון כי סכום האיברים השלישיים בסדרה שווה ל-552 – .

כמה איברים סך הכול יש בסדרה הנתונה?

2. חברה להפצת תוכן דיגיטלי בדקה כמה זמן ביום אנשים מאזינים לפודקאסטים (הספּתים) באתר אינטרנט מסוים.

על פי הבדיקה, 100,000 אנשים מאזינים לפודקאסטים באתר, וזמן ההאזנה שלהם ביום מתפלג נורמלית.

התברר כי זמן ההאזנה הממוצע לאדם הוא 35.65 דקות, וסטיית התקן של זמן ההאזנה היא 15 דקות.

א. מהו אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים פחות מ-10 דקות ביום?

ב. כמה אנשים מאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת (60 דקות) ביום?

אחרי שינוי בתוכני הפודקאסטים באתר, החברה בדקה שוב את משך זמן ההאזנה של אותם 100,000 אנשים,

ומצאה שזמן ההאזנה הממוצע ביום לאדם גדל: הממוצע לאחר השינוי היה 42 דקות.

עם זאת, אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים באתר פחות מ-10 דקות נשאר ללא שינוי.

ג. (1) חשבו את סטיית התקן של זמן ההאזנה לאחר השינוי.

(2) פי כמה גדל מספר האנשים שמאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת ביום – לאחר השינוי?



3. חברה מסוימת מיינה מועמדים לעבודה בחברה.

כדי להתקבל לעבודה בחברה, המועמדים צריכים לעבור בהצלחה את שלושת שלבי המיון. מי שלא עבר בהצלחה את השלב הראשון, לא המשיך לשלב השני, ומי שלא עבר בהצלחה את השלב השני, לא המשיך לשלב השלישי.

שלבי המיון היו:

**שלב ראשון:** מבחן התאמה

**שלב שני:** ריאיון אישי

**שלב שלישי:** סדנה קבוצתית

כל המועמדים שעברו בהצלחה את **כל** שלושת השלבים התקבלו לעבודה בחברה.

נתון:

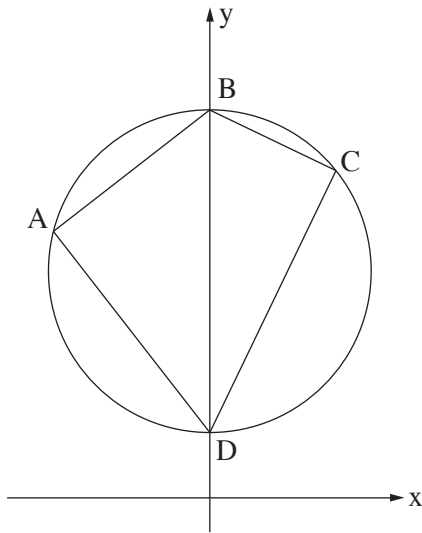
75% מן המועמדים עברו בהצלחה את מבחן ההתאמה.

50% מן המועמדים שעברו בהצלחה את מבחן ההתאמה, עברו בהצלחה את הריאיון האישי.

40% מן המועמדים שעברו בהצלחה את הריאיון האישי, עברו בהצלחה את הסדנה הקבוצתית.

- א.** בחרו באקראי מועמד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לעבודה בחברה?
- ב.** נטע וגלי השתתפו במיונים האלה. מהי ההסתברות שלכל היותר אחת מהן **התקבלה** לעבודה בחברה?
- ג.** גם עדי השתתפה במיונים. מהי ההסתברות שהיא עברה בהצלחה את הריאיון האישי, אם ידוע שהיא **לא** התקבלה לעבודה בחברה?
- ד.** ידוע כי 170 מועמדים מבין כל המועמדים **לא** התקבלו לעבודה בחברה. כמה מועמדים התקבלו לעבודה בחברה?

### פרק שני – גאומטרייה



4. המרובע ABCD שלפניכם חסום במעגל (ראו סרטוט).

נתון:  $\sphericalangle A = \sphericalangle C$ .

א. הוכיחו כי BD הוא קוטר במעגל.

נתון:  $B(0, 12)$ ,  $D(0, 2)$ .

ב. מצאו את משוואת המעגל.

נתון כי שיפוע הצלע BC הוא  $-\frac{1}{2}$ .

ג. (1) מצאו את משוואת הצלע DC.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה C.

נתון כי הנקודה E היא אמצע הצלע DC.

ד. חשבו את שטח המשולש BCE.

ה. (1) חשבו את גודל הזווית BEC.

(2) חשבו את גודל הזווית DBE.

5. נתון ריבוע ABCD.

הצלע AB עוברת דרך ראשית הצירים, O.

הצלע AD חותכת את ציר ה-y בנקודה E.

הקודקוד C מונח על ציר ה-x (ראו סרטוט).

א. (1) הוכיחו:  $\sphericalangle AEO = \sphericalangle BOC$ .

(2) הוכיחו:  $\triangle OAE \sim \triangle CBO$ .

נתון: הנקודה O היא אמצע הצלע AB.

ב. מצאו את היחס  $\frac{BO}{AE}$ .

נתון:  $E(0, -5)$ .

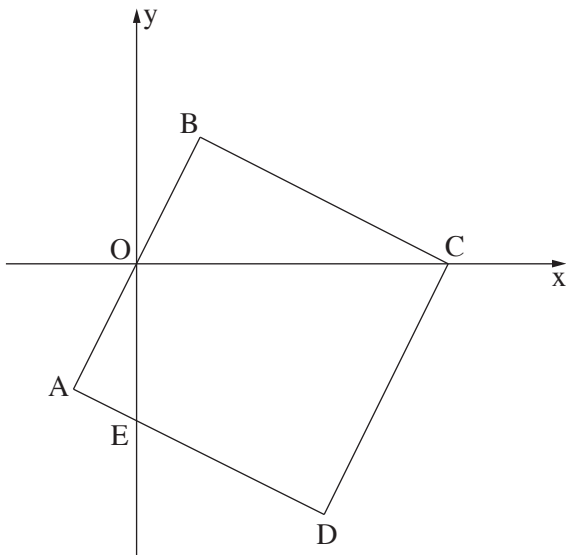
ג. מצאו את אורך הקטע OC ואת שיעורי הנקודה C.

נתון: שיפוע הצלע BC הוא  $-\frac{1}{2}$ .

ד. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ה. מצאו את שטח הריבוע ABCD.

ו. האם מתקיים:  $\sphericalangle BCO = \sphericalangle OCE$ ? נמקו.



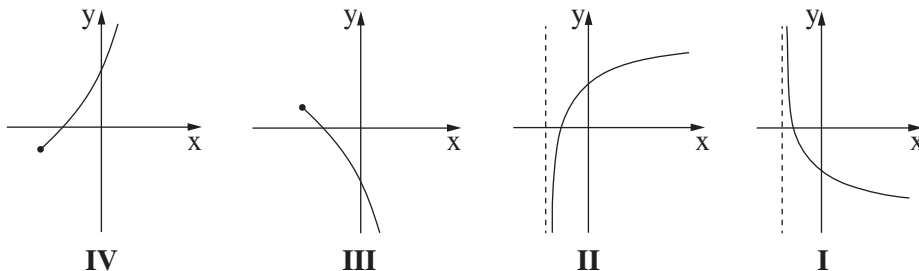
## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

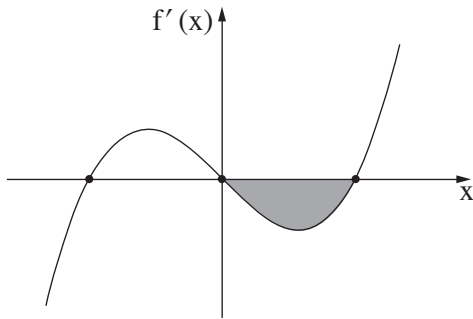
6. נתונה הפונקצייה:  $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{x^2 - 1}$ .

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה  $f(x)$ .
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקצייה  $g(x) = -f(x) + k$ , הוא פרמטר.
- נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה  $g(x)$  היא  $y = 1$ .
- ד. (1) מצאו את  $k$ .
- (2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $g(x)$ , ומהו סוגה?

7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = x - 2\sqrt{x+a}$ , הוא פרמטר.

- גרף הפונקצייה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $(6, 0)$ .
- א. הראו כי  $a = 3$ .
- ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- ה. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
קבעו איזה מהם, ונמקו את הקביעה.
- ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי הישר  $x = 1$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .





8. הפונקצייה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$  מוגדרות לכל  $x$ .

בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

פונקציית הנגזרת מתאפסת בנקודות  $x = -2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  בלבד.

א. הסתמכו על הסרטוט וקבעו את שיעורי הנקודה  $x$

של נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$  ואת סוגן.

S הוא השטח הנמצא ברביע הרביעי ומוגבל

על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

נתון:  $S = 8$ ,

$$f(2) = 3\frac{1}{2}.$$

ב. מצאו את  $f(0)$ .

נתון:  $f(-2) = f(2)$ .

לפונקצייה  $f(x)$  אין אסימפטוטה אופקית.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

ד. בעבור אילו ערכי  $k$  הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקצייה  $f(x)$  ב-2 נקודות שונות בדיוק? נמקו.

**בהצלחה!**

**מדינת ישראל**

**משרד החינוך**

סוג הבחינה :

בגרות לבתי ספר על-יסודיים

מועד הבחינה :

מועד נבצרים, חורף תשפ"ב, 2022

מספר השאלון :

**035471, תוכנית ניסוי**

נספח :

דפי נוסחאות ל- 4 יחידות לימוד

## **מתמטיקה**

### **4 יחידות לימוד – שאלון ראשון**

#### **הוראות לנבחן**

א. משך הבחינה : שלוש שעות וחצי

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה :

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – סטטיסטיקה, הסתברות, סדרות

פרק שני – גאומטריה

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך –  $20 \cdot 5 = 100$  נקודות.

ג. חומר עזר מותר לשימוש :

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות :

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

**ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

**בהצלחה!**

# השאלות

ענה על חמש מן השאלות 1 – 8. (לכל שאלה - 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

## פרק ראשון – סטטיסטיקה, הסתברות, סדרות

1. בסקר שנערך בין בני נוער בארץ בנושא "נוער בזמן הקורונה: עיסוקים מרכזיים" השתתפו 800 בנים ו-1,200 בנות.

אחת השאלות בסקר התייחסה להקדשת הזמן ללימודים (שיעורים בזום, הכנת מטלות ושיעורי בית). על פי הסקר התברר כי 75% מהבנים ו-80% מהבנות הקדישו זמן ללימודים בתקופת משבר הקורונה. נבחר באופן אקראי משתתף בסקר.

א. מהי ההסתברות שנבחר בן שהקדיש זמן ללימודים?

ב. מהי ההסתברות שנבחר משתתף (בן או בת) שלא הקדיש זמן ללימודים?

ג. ידוע שנבחר משתתף שלא הקדיש זמן ללימודים. מהי ההסתברות שנבחר בן?

בכתבה בעיתון על הסקר נכתב כי מקרב בני הנוער שלא הקדישו זמן ללימודים, אחוז הבנים היה גבוה מזה של הבנות.

ד. האם על פי הסקר האמירה בכתבה נכונה? נמק.

2. בשירות הטלפוני של חברת הביטוח "אלון" זמן ההמתנה של אדם למענה אנושי מתפלג נורמלית. זמן ההמתנה הממוצע של אדם למענה אנושי הוא 1.8 דקות.

ידוע כי 30.8% מהאנשים שפונים לשירות הטלפוני של החברה ממתנינים למענה אנושי מעל 2 דקות.

א. מהו החציון של זמן ההמתנה?

ב. חשב את סטיית התקן של זמן ההמתנה למענה אנושי.

ג. (1) מהו אחוז האנשים שממתנינים למענה אנושי פחות מדקה אחת?

(2) מהו אחוז האנשים שזמן ההמתנה שלהם למענה אנושי הוא בין הממוצע לבין סטיית תקן אחת

מעל הממוצע?

בעקבות פניות של לקוחות החברה נעשו שינויים בשירות המענה האנושי, ובעקבותיהם זמן ההמתנה הממוצע

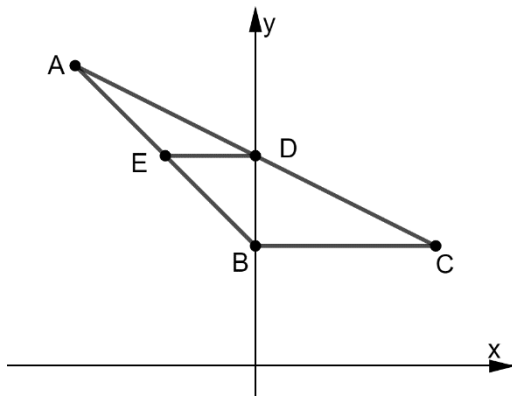
למענה אנושי ירד ל-1.2 דקות אך סטיית התקן נשארה ללא שינוי.

לאחר השינוי בשירות נבדק אחוז האנשים שזמן ההמתנה שלהם למענה אנושי הוא בין הממוצע לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע.

ד. האם האחוז שנבדק השתנה לעומת האחוז שהיה לפני השינוי בשירות? נמק.

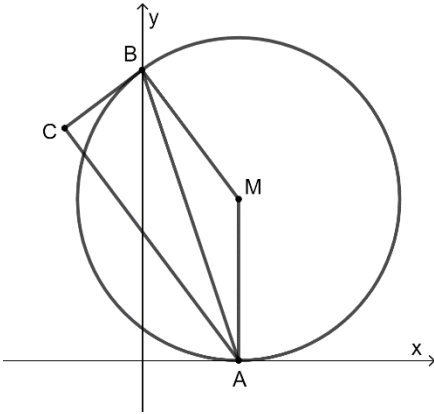
3. עדי מתאמנת לקראת מרוץ של 42 ק"מ.  
 לפי תוכנית האימונים, בשבוע הראשון תרוץ עדי 6 ק"מ, בכל שבוע תרוץ 1.5 ק"מ יותר מאשר בשבוע שקדם לו, ובשבוע האחרון תרוץ 42 ק"מ.  
 א. כמה שבועות תימשך תוכנית האימונים של עדי?  
 ב. כמה קילומטרים תרוץ עדי בשבוע ה-20 לאימונים?  
 לאחר שעדי רצה 20 שבועות התברר לה כי המרוץ המתוכנן הוקדם בשבועיים, ולכן שינתה את תוכנית האימונים:  
 אחרי השבוע ה-20 היא תרוץ בכל שבוע 2 ק"מ יותר מאשר בשבוע שקדם לו.  
 ג. האם לפי התוכנית לאחר השינוי עדי תרוץ 42 ק"מ בשבוע האחרון? נמק.  
 ד. כמה קילומטרים סך הכול תרוץ עדי במהלך כל האימונים?

### פרק שני – גאומטריה



4. במשולש ABC הקודקוד B מונח על ציר ה- $y$ .  
 נתון כי משוואת הצלע AB היא  $y = -x + 4$ .  
 שיעור ה- $y$  של הקודקוד A הוא 10.  
 א. חשב את אורך הצלע AB.  
 נתון כי הצלע BC מקבילה לציר ה- $x$ .  
 אורך הצלע BC הוא 6.  
 ב. מצא את שיעורי הקודקוד C.  
 D היא נקודת החיתוך של הישר AC עם ציר ה- $y$ .  
 ג. מצא את שיעורי הנקודה D.  
 מנקודה D העבירו ישר המקביל לציר ה- $x$  החותך את הצלע AB בנקודה E.  
 ד. (1) הוכח כי DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.  
 (2) חשב את אורך הקטע DE.  
 ה. חשב את גודלי הזוויות EBD ו-ABC.  
 ו. מצא פי כמה גדול שטח המשולש ABC משטח הטרפז EDCB.

5. נתון מעגל שמרכזו  $M(6,10)$ . המעגל משיק לציר ה- $x$  בנקודה  $A$ .  
 א. מצא את משוואת המעגל.



- הנקודה  $B$  היא אחת מנקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- $y$ , כמתואר בציור.  
 הישר  $BC$  משיק למעגל בנקודה  $B$ .  
 ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה  $B$ .  
 (2) מצא את משוואת המשיק למעגל,  $BC$ .  
 נתון:  $\angle BCA = 90^\circ$ .  
 ג. (1) הוכח:  $AC$  מקביל ל- $MB$ .  
 (2) הוכח:  $AB$  חוצה את הזווית  $CAM$ .  
 ד. חשב את אורך הקטע  $AC$ .

## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש ושל פונקציות רציונליות

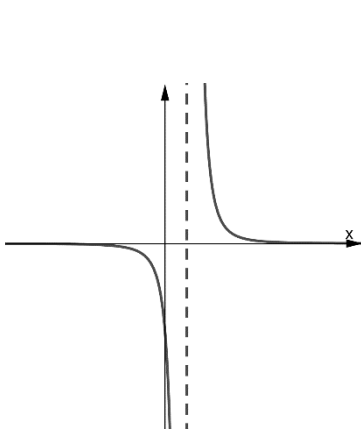
6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$ .

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) רשום את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$ .  
 (3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים, אם יש כאלה.  
 (4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.  
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 נתונה הפונקציה  $g(x) = |f(x)|$ .  
 ב. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .  
 (2) רשום את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן.  
 (3) כמה פתרונות יש למשוואה  $g(x) = 3$ ? נמק.

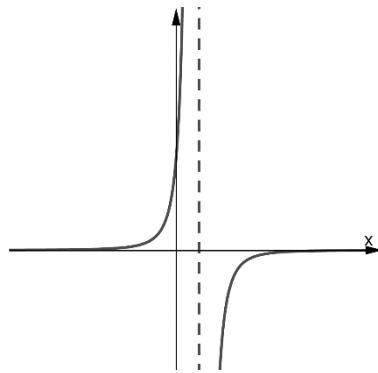


7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{(4x-1)^2} - 4$ .

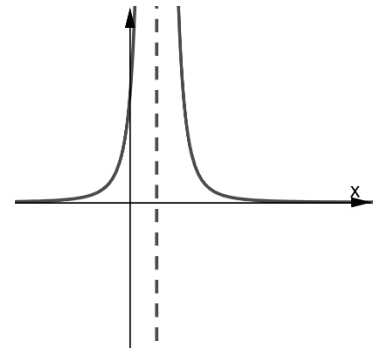
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) רשום את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.  
 (3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. אחד משלושת הגרפים שבסוף השאלה, I, II, III, הוא גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . ציין מיהו ונמק.  
 ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,  
 על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = 1$  ו- $x = 2$ .



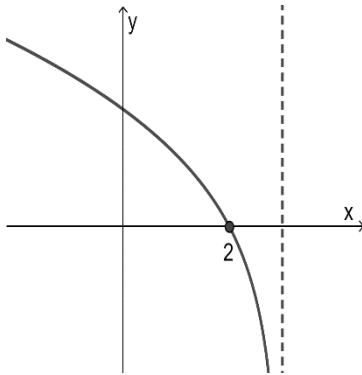
I



II



III



8. נתונה הפונקציה  $f(x) = x\sqrt{a-x}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

בסרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

א. (1) היעזר בגרף, ורשום את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון הפנימית

של הפונקציה  $f(x)$ . קבע את סוגה.

(2) חשב את הערך של  $a$ .

הצב  $a = 3$  וענה על הסעיפים הבאים:

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x+3)$ .

מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ ? נמק.

## בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

**שים לב:** בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.  
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

תוכנית חדשה

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות  
פרק שני – גאומטריה  
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך –  $20 \times 5 = 100$  נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

**ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

**בהצלחה!**

## השאלות

**שים לב:** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

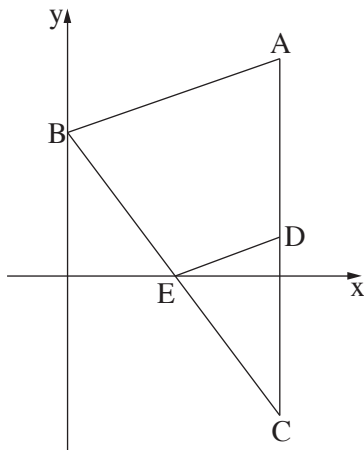
**שים לב:** אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

## פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות

1. יוסי רוצה לקנות אופנוע. מחיר האופנוע הוא 43,650 שקלים.  
הוא מתלבט בין שתי הצעות שהוצעו לו לשלם בעבור האופנוע בתשלומים.  
**הצעה ראשונה:** התשלומים שונים זה מזה.  
כל תשלום (מלבד התשלום הראשון) גבוה מן התשלום הקודם לו במספר שקלים קבוע.  
על פי ההצעה הזאת:  
ההפרש בין התשלום השישי ובין התשלום השני הוא 200 שקלים.  
התשלום התשיעי גבוה פי 1.2 מן התשלום הראשון.  
**א.** מצא את התשלום הראשון.  
**ב.** מצא את מספר התשלומים שישלם יוסי בעבור האופנוע לפי ההצעה הראשונה.  
**הצעה שנייה:** התשלומים שווים זה לזה.  
מספר התשלומים שיהיה על יוסי לשלם בעבור האופנוע זהה בשתי ההצעות (מספר התשלומים שמצאת בסעיף ב).  
**ג.** מצא כמה מן התשלומים שעל יוסי לשלם לפי ההצעה הראשונה נמוכים מן התשלום הקבוע שעליו לשלם לפי ההצעה השנייה.

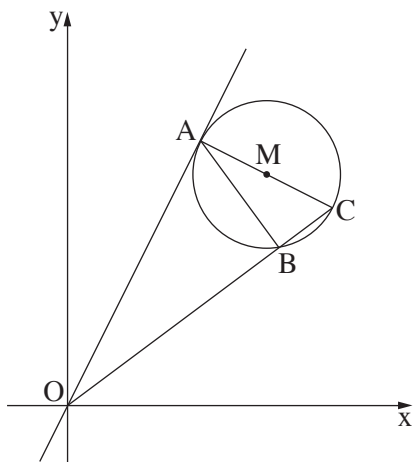
2. בבית ספר מסוים נערכו שני מבחני מתכונת במתמטיקה. הציונים בכל אחד ממבחני המתכונת מתפלגים נורמלית. במתכונת הראשונה היה הציון הממוצע 65.05, וסטיית התקן של הציונים הייתה 15. הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה היה 70.
- א. מהו אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה? הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה היה 78.
- אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה זהה לאחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שלה במתכונת הראשונה.
- סטיית התקן של הציונים במתכונת השנייה הייתה 10.
- ב. (1) חשב את הציון הממוצע במתכונת השנייה.  
(2) מהו החציון של הציונים במתכונת השנייה? נמק.
- אריאל קיבל ציון זהה בשתי המתכונות. ידוע כי במתכונת הראשונה קיבלו 29.8% מן התלמידים ציון גבוה ממנו.
- ג. (1) מהו הציון שקיבל אריאל בשתי המתכונות?  
(2) באיזו משתי המתכונות הצליח אריאל יותר יחסית לכל התלמידים שנבחנו? נמק את תשובתך.
3. במרכז הקהילתי יש שני חוגים בלבד: חוג כדורגל וחוג טניס. אפשר להשתתף בחוג **אחד בלבד** מבין שני החוגים האלה. סך כל הבנים המשתתפים בשני החוגים האלה זהה לסך כל הבנות המשתתפות בהם. 80% מן הבנים משתתפים בחוג כדורגל. מספר הבנות המשתתפות בחוג טניס גדול פי 3 ממספר הבנות המשתתפות בחוג כדורגל. בוחרים באקראי משתתף בחוגים (בן או בת).
- א. מהי ההסתברות שנבחר בן המשתתף בחוג כדורגל?  
ב. אם ידוע שנבחר משתתף בחוג טניס, מהי ההסתברות שנבחר בן?
- ידוע כי בשני החוגים במרכז הקהילתי יש 200 משתתפים (בנים ובנות) סך הכול.
- ג. (1) כמה משתתפים סך הכול (בנים ובנות) יש בחוג טניס?  
(2) מבין כל המשתתפים בחוגים (בנים ובנות) בוחרים באקראי שניים בזה אחר זה (ללא החזרה). מהי ההסתברות ששניהם משתתפים בחוג טניס? דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

## פרק שני – גאומטריה



4. בסרטוט שלפניך מתואר משולש  $ABC$ .  
 הקודקוד  $B$  נמצא על ציר ה- $y$ , והצלע  $AC$  מקבילה לציר ה- $y$ .  
 נתון:  $A(6,6)$ ,  $AB = \sqrt{40}$ .  
 שיעור ה- $y$  של הקודקוד  $B$  קטן מ- $6$ .  
 א. מצא את שיעורי הקודקוד  $B$ .  
 הנקודה  $E$  היא אמצע הצלע  $BC$ .  
 נתון: הנקודה  $E$  נמצאת על ציר ה- $x$ .  
 ב. מצא את שיעורי הנקודות  $C$  ו- $E$ .  
 הנקודה  $D$  היא אמצע הצלע  $AC$ .  
 מן הנקודה  $E$  העבירו ישר המקביל לציר ה- $y$  וחותך את הצלע  $AB$  בנקודה  $F$ .  
 ג. (1) הוכח כי המרובע  $FADE$  הוא מקבילית.  
 (2) חשב את שטח המקבילית  $FADE$ .  
 ד. מצא את גודל הזווית  $\sphericalangle DEF$ .

5. בסרטוט שלפניך מתואר מעגל שמרכזו  $M$ . הנקודות  $A$ ,  $B$  ו- $C$  נמצאות על המעגל.  
 המשיק למעגל בנקודה  $A$  חותך את הישר  $BC$  בראשית הצירים  $O$ , כמתואר בסרטוט.



- נתון:  $AC$  הוא קוטר במעגל.  
 א. הוכח:  $\triangle ABC \sim \triangle OAC$ .  
 נתון:  $OC = 15$ ,  $BC = 3$ .  
 ב. מצא את אורך  $AC$ .  
 נתון:  $M(9, 10\frac{1}{2})$ .  
 ג. מצא את משוואת המעגל.  
 נתון: משוואת המשיק למעגל בנקודה  $A$  היא:  $y = 2x$ .  
 ד. (1) מצא את משוואת הישר  $AM$ .  
 (2) מצא את שיעורי הנקודה  $A$ .  
 הישר  $AM$  חותך את ציר ה- $y$  בנקודה  $F$ .  
 ה. מצא את גודל הזווית  $\sphericalangle OFA$ .

## פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{4}{4x^2 - 1} + b$ ,  $b$  הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה (אם צריך, הבע באמצעות  $b$ ).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי הישר  $y = -2$  משיק לפונקציה  $f(x)$  בנקודת הקיצון שלה.

ג. מצא את  $b$ .

הצב את  $b$  שמצאת בסעיף ג בפונקציה  $f(x)$  וענה על הסעיפים ד-ו.

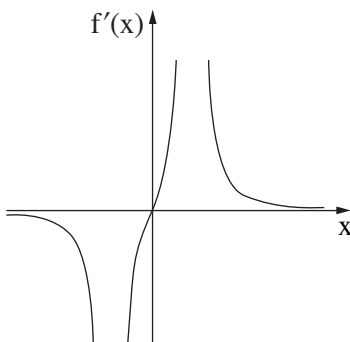
ד. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

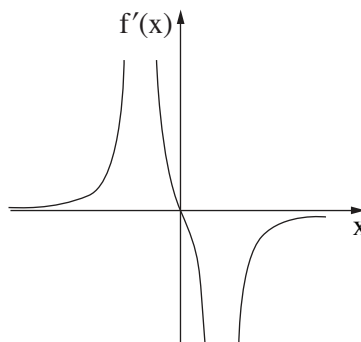
$f'(x)$  היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$ .

ה. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

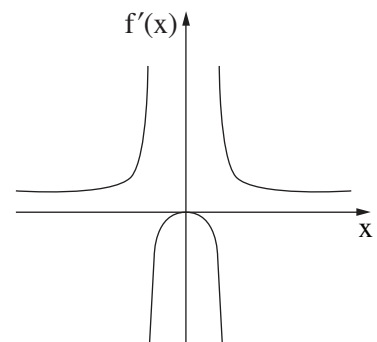
ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי הישר  $x = \frac{1}{3}$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .



III



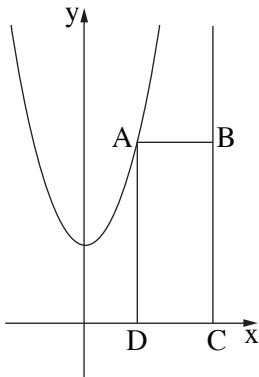
II



I

7. נתונה הפונקציה:  $f(x) = x \cdot \sqrt{x + 18}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. נתונה הפונקציה  $g(x) = -2 \cdot f(x)$ .
- (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן.
- (2) נסמן ב-  $A$  ו-  $B$  את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  בהתאמה.  
 הנקודה  $O$  היא ראשית הצירים.  
 חשב את שטח המשולש  $ABO$ .



8. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 + 3$  ונתון הישר  $x = 5$ .

- הנקודה  $A$  נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$  ברביע הראשון משמאל לישר.  
 מן הנקודה  $A$  מעבירים ישר המקביל לציר ה- $x$  וחותך את הישר הנתון בנקודה  $B$ .  
 הנקודות  $C$  ו-  $D$  נמצאות על ציר ה- $x$  כך שהמרובע  $ABCD$  הוא מלבן (ראה סרטוט).  
 נסמן ב-  $t$  את שיעור ה- $x$  של הנקודה  $A$ .
- א. מצא את הערך של  $t$  שבעבורו שטח המלבן  $ABCD$  הוא מקסימלי.
- ב. האם ייתכן מלבן  $ABCD$  שנבנה באופן המתואר ושטחו הוא 30? נמק.

**בהצלחה!**