

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב
מספר השאלון: 35582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות $A(0, 28)$, $B(16, 0)$.

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות C המקיימות: $AC^2 + BC^2 = 1,320$.

את המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א מזיזים 8 יחידות שמאלה ו-14 יחידות למטה כך שמתקבל מקום גאומטרי חדש.

המקום הגאומטרי החדש חותך את ציר ה-y בנקודות E ו-G (מעל E).

הנקודות F_1 ו- F_2 הן מוקדי אליפסה קנונית שעוברת דרך הנקודות E ו-G,

כמתואר בסרטוט.

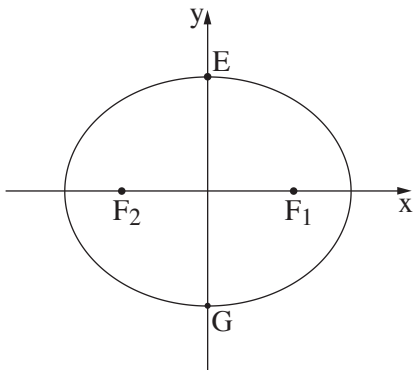
נתון: המרחק בין הישרים EF_1 ו- GF_2 הוא 24.

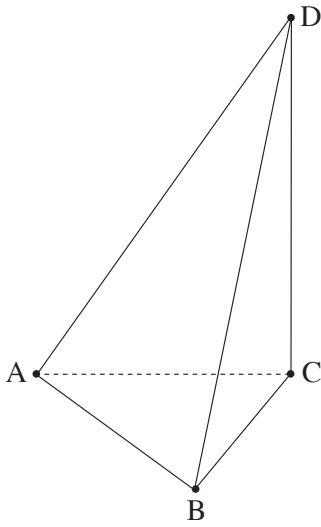
ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה F_1 .

(2) מצאו את משוואת האליפסה.

העבירו מעגלים המשיקים לישר EF_1 , לציר ה-x ולציר ה-y.

ג. מצאו משוואות של שני מעגלים כאלה הנמצאים ברביעים שונים.





2. בפירמידה ABCD, המקצוע DC מאונך למישור ABC.

הנקודה E היא אמצע המקצוע AD.

הנקודה F מקיימת: $\vec{DF} = \frac{k}{2} \cdot \vec{DB} + k \cdot \vec{DC}$, הוא פרמטר.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{CD} = \underline{w}$.

א. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} ו- k את \vec{EF} .

נתון: \vec{EF} מקביל למישור ABC.

ב. מצאו את הערך של k .

נתון: $A(0, 0, 0)$, $B(p, 6, 0)$, $C(0, n, 0)$, $D(0, 0, 9)$ הם פרמטרים חיוביים.

$$\vec{BD} = (-8, -2, 9), \quad \underline{u} \cdot \underline{v} = 24$$

ג. מצאו את שיעורי הנקודות B, C ו- D.

ד. מצאו את נפח הפירמידה ABCD.

ה. מהו המצב ההדדי בין הישר EF לבין הישר AB? נמקו את קביעתכם.

3. נתונה סדרה הנדסית z_1, z_2, z_3, \dots שאיבריה הם מספרים מרוכבים ומנתה היא q .

נמצא ברביע הראשון.

$$(z_1)^3 = z_3$$

$$-2z_1 = \bar{z}_3$$

א. הוכיחו כי $q = -z_1$ או $q = z_1$.

ב. מצאו את z_1 .

ענו על הסעיפים ג-ד עבור: $q = z_1$.

ג. z_{4n-2} ו- z_{4n} הם שני איברים בסדרה ההנדסית הנתונה (n הוא מספר טבעי).

קבעו בעבור כל אחד מן האיברים אם הוא מדומה או ממשי. נמקו את קביעותיכם.

$$ד. מצאו את ערך הסכום: $\frac{z_1}{\sqrt{2}} + \frac{z_2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{z_3}{(\sqrt{2})^3} + \dots + \frac{z_{64}}{(\sqrt{2})^{64}}$$$

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{\ln(x) + \ln(a)}{\ln(x) - \ln(a)}$, a הוא פרמטר גדול מ-1.

בסעיפים א-ג הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- (4) מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- (5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

לפניכם טענה: למשוואה $f(x) = f'(x)$ קיים בדיוק פתרון אחד בתחום $x > a$.

ב. קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקצייה $g(x)$, המקיימת: $g(x) = \ln(f(x))$.

- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
- (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 3$ ו- $x = 5$.

נתון: $1 < a < 3$.

ד. הביעו באמצעות S את ערך האינטגרל $\int_3^5 \ln(4 \cdot f(x)) dx$.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 6}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- (3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ב. נתונה הפונקצייה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. הפונקציות $g(x)$ ו- $f(x)$ מוגדרות באותו התחום.
- (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).
- (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
- (3) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי האסימפטוטה האופקית שלה ועל ידי הישרים $x = \ln 7$ ו- $x = \ln 10$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $s(x) = \int_x^{\ln 5} (f(t) - g(t)) dt$, המוגדרת בתחום $x < \ln 5$.

ד. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $s(x)$ וקבעו את סוגה.

בהצלחה!

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח 7"
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

5 יחל שאלון 582 - מועד ב - 26.6 - 2023

1. א. $(x-8)^2 + (y-14)^2 = 400$ ב. $F_1(15,0)$ (1) $\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{400} = 1$ (2) ג. $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$

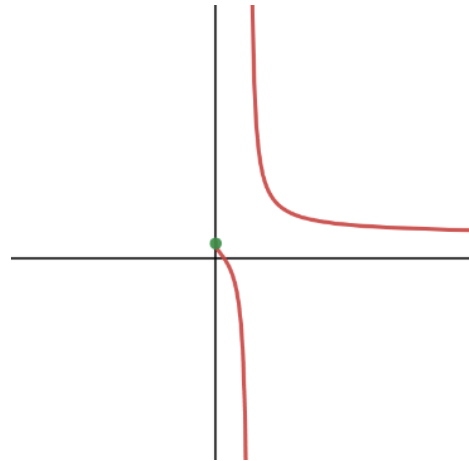
$(x+15)^2 + (y-15)^2 = 225$

2. א. $\vec{EF} = \frac{K}{2}\vec{u} + (\frac{1}{2} - \frac{K}{2})\vec{v} + (\frac{1}{2} - \frac{3K}{2})\vec{w}$ ב. $k = \frac{1}{3}$ ג. $B(8,6,0), C(0,4,0), D(0,4,9)$ ד. 48 ה. מצטלבים

3. א. הוכחה ב. $Z_1 = \sqrt{2} \operatorname{cis}(45)$ ג. $Z_{4n} - Z_{4n-2}$ ממשי, Z_{4n-2} - מדומה ד. 0

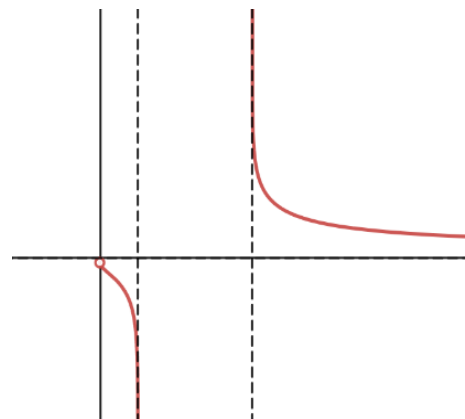
4. א. (1) $0 < x < a$ או $x > a$ (2) $x = a, y = 1$ (3) $(\frac{1}{a}, 0)$ (4) $0 < x < a$ או $x > a$

(5)



ב. לא נכון ג. $0 < x < \frac{1}{a}$ או $x > a$

(2) גרף



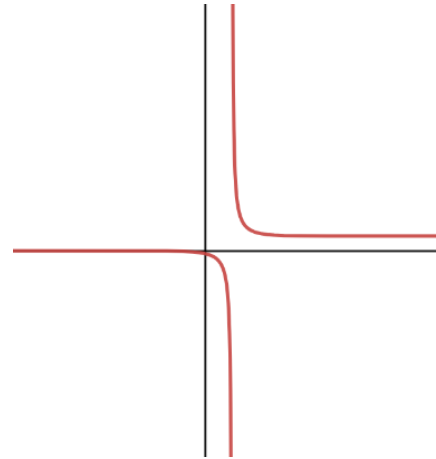
ד. $2 \ln 4 + S$

5. א. (1) $x \neq \ln 6$ (2) $x = \ln 6, y = 1, y = 0$ (3) תחומי עלייה: אין, תחומי ירידה: $x < \ln 6$ או $x > \ln 6$

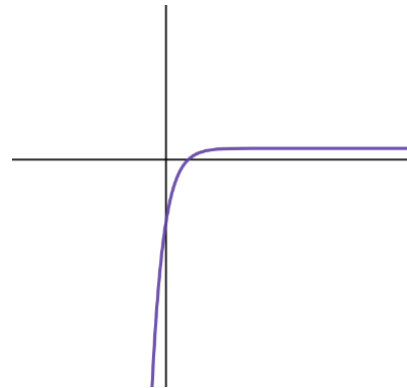
(4)

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ביח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד



ב. (1) $y = 1$
(2)



ג. (3) $S = \frac{9}{35}$ ג. $(\ln 3, -1)$ ד. $x = \ln 3$ מינימום

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונים הישרים שמשוואותיהם: $l_1: 4y - 3x - 20 = 0$,

$l_2: x = -4$.

א. מצאו את המשוואות המתארות את המקום הגאומטרי

של כל הנקודות הנמצאות במרחקים שווים מן הישרים l_1 ו- l_2 .

מעגל שמרכזו M משיק לישרים l_1 ו- l_2 .

המעגל משיק לישר l_1 בנקודה A שבה $x = 4$.

המרכז M נמצא ברביע הראשון (ראו סרטוט).

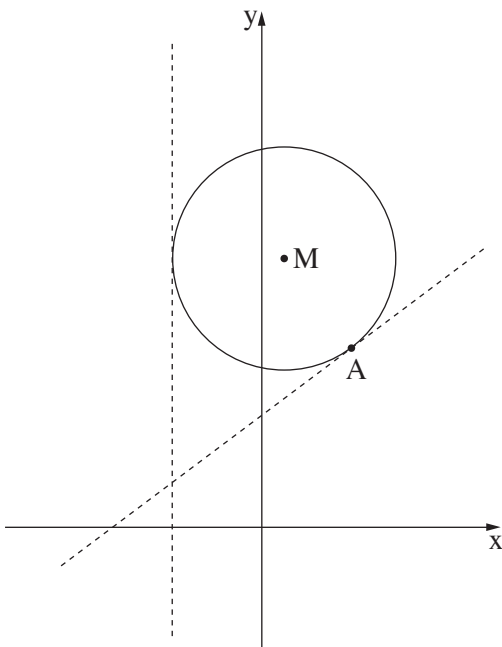
ב. מצאו את שיעורי הנקודה M.

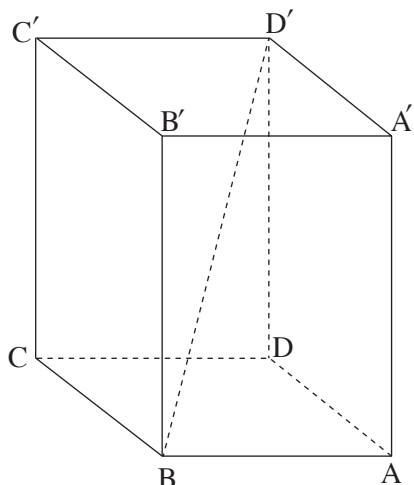
הישר l_2 הוא מדריך של פרבולה קנונית.

ג. האם הישר l_1 משיק בנקודה A לפרבולה זו? נמקו את תשובתכם.

ד. מצאו את משוואת המעגל המשיק לפרבולה זו בשתי נקודות

שאחת מהן היא הנקודה A.





2. נתונה תיבה $ABCD A' B' C' D'$ שהבסיס שלה, $ABCD$, הוא מלבן (ראו סרטוט).

הנקודה E נמצאת על המקצוע DD' כך ש- $DE : ED' = 3 : 2$, הנקודה F נמצאת על האלכסון BD' ומתקיים: $\vec{BF} = t \cdot \vec{BD'}$, $0 < t < 1$ הוא פרמטר.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AA'} = \underline{w}$.

א. הביעו את הווקטורים $\vec{BD'}$ ו- \vec{FE} באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} ו- t , אם יש צורך.

נתון כי FE מקביל למישור הבסיס $ABCD$.

ב. מצאו את t .

הנקודה C היא ראשית הצירים.

הנקודה B נמצאת על ציר ה- x בכיוון החיובי שלו, והנקודה D נמצאת על ציר ה- y בכיוון החיובי שלו.

נתון: $F(4, 12, 18)$.

ג. מצאו את $|\underline{u}|$, $|\underline{v}|$, ו- $|\underline{w}|$.

מן הנקודה F העבירו ישר המאונך למישור $EFBD$.

ישר זה חותך את הפאה $CDD'C'$ בנקודה P .

ד. מצאו את שיעורי הנקודה P .

3. $z = x + iy$ הוא מספר מרוכב (x ו- y הם מספרים ממשיים).

א. (1) הראו כי משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור גאוס המקיימות: $|z^2 - 3i| = |z^2 + 5i|$,

$$\text{היא } y = -\frac{1}{2x}.$$

(2) תנו דוגמה למספר מרוכב הנמצא על המקום הגאומטרי הזה.

ב. פתרו את המשוואה: $z^6 = 1$.

פתרונות המשוואה שמצאתם בסעיף ב מייצגים את קודקודי של מצולע I .

המקום הגאומטרי שמצוין בתת-סעיף א (1) חותך ברביע הרביעי את המעגל החוסם את מצולע I בנקודה A .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A .

הנקודה A היא קודקוד של מצולע משוכלל אחר החסום באותו מעגל, מצולע II .

נתון: מספר הקודקודים של מצולע II שווה למספר הקודקודים של מצולע I .

ד. מצאו את המספרים המרוכבים המייצגים את כל הקודקודים של מצולע II .

נסמן: $w = r \cdot \text{cis } \alpha$, $0 < \alpha < 60^\circ$.

כופלים את כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע I במספר w , כך שקודקודי מצולע I מתלכדים עם

קודקודי מצולע II .

ה. מצאו את w .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. $f(x)$ היא פונקצייה המוגדרת לכל x , ו- $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת שלה, המוגדרת גם היא לכל x .

נתון: $f'(x) = -2x \cdot e^{-\frac{x^2}{a}}$, a הוא פרמטר.

לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת פיתול בנקודה שבה $x = \sqrt{2}$.

א. מצאו את a .

נתון: $f(0) = a$.

ב. מצאו את הפונקצייה $f(x)$.

ג. (1) האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

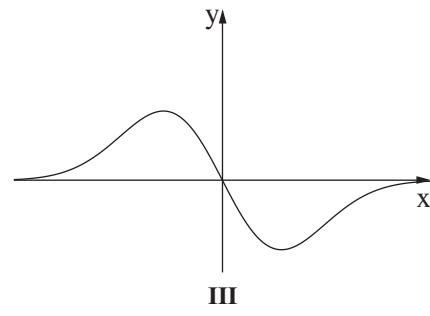
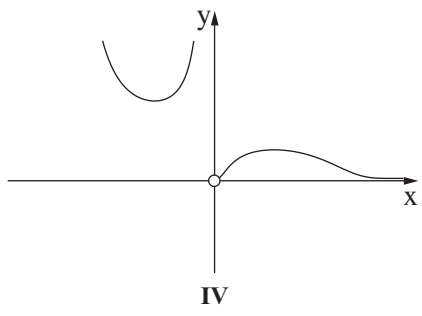
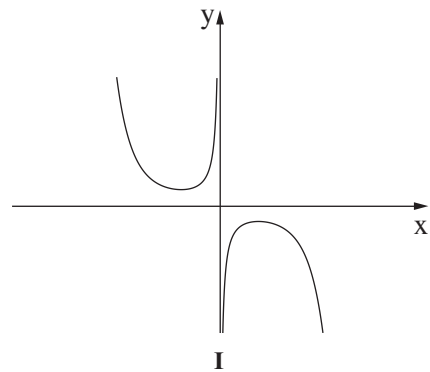
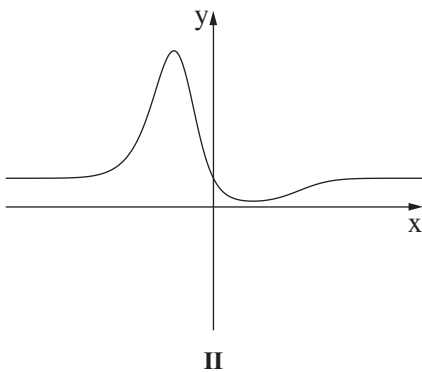
נתונות הפונקציות $m(x) = e^{h(x)}$, $h(x) = \frac{1}{f'(x)}$

שלושה מבין הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתארים את הפונקציות $f'(x)$, $h(x)$, $m(x)$.

ד. התאימו לכל פונקצייה את הגרף המתאר אותה.

ה. (1) מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה $m(x)$.

(2) קבעו אם הביטוי $\int_1^2 h(x) \cdot m(x) dx$ חיובי או שלילי. נמקו את קביעתכם.



5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{1 - \ln x}{\ln x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \ln(-f(x))$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(3) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $g(x)$.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נסמן ב- a את שיעור הנקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ וגרף הפונקצייה $g(x)$.

ג. מבין הביטויים I–III קבעו איזה ביטוי הוא הגדול ביותר ואיזה ביטוי הוא הקטן ביותר (אין צורך למצוא את הערך של a). נמקו את תשובתכם.

I. $\int_{a+1}^{a+2} (g(x) - f(x)) dx$ II. $\int_{a+3}^{a+4} (g(x) - f(x)) dx$ III. המספר 1

בהצלחה!

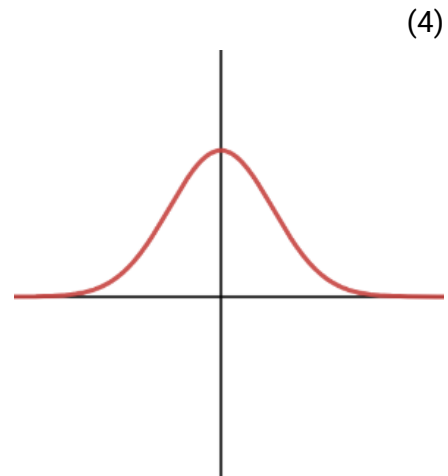
5 יחל שאלון 582 - מועד מיוחד - 6.6 - 2023

1. א. $y = 2x + 10, y = -\frac{1}{2}x$ ב. $M(1,12)$ ג. l_1 אינו משיק לפרבולה ג. $(x - 12)^2 + y^2 = 128$

2. א. $\overrightarrow{BD}' = -\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$, $\overrightarrow{BD}' = (t - 1)\underline{u} + (1 - t)\underline{v} + (\frac{3}{5} - t)\underline{w}$ ב. $t = \frac{3}{5}$ ג. $|u| = 20, |v| = 10$
ד. $|w| = 30$ P (0,10,18)

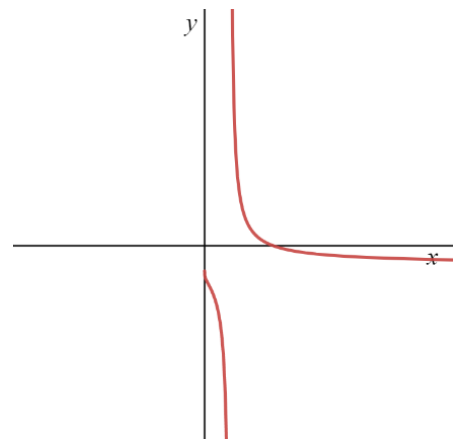
3. א. הוכחה, $y = -\frac{1}{2x}$ (2) למשל, $z = 1 - \frac{1}{2}i$ ב. $cis(300), cis(240), cis(180), cis(120), cis(60), cis(0)$
ג. $A(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ ד. $cis(315) = cis(-45), cis(255), cis(195), cis(135), cis(75), cis(15)$
ה. $w = cis(15)$

4. א. $a = 4$ ב. $f(x) = 4e^{-\frac{x^2}{4}}$ ג. (1) זוגית (2) $y = 0$ (3) $\max(0,4)$



ד. $h(x)$ - גרף ו, $f'(x)$ - גרף וו, $m(x)$ - גרף ו, ה. (1) ירידה: $\sqrt{2} < x$ או $x < -\sqrt{2}$, (2) שלילי

5. א. (1) $0 < x \neq 1$ (2) $x = 1, y = -1$ (3) ירידה: $0 < x < 1$ או $x > 1$, עלייה: אין.
(4)

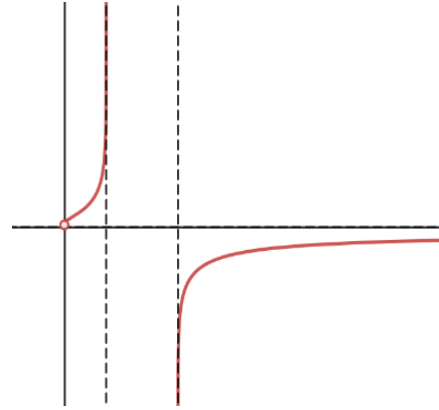


ב. (1) $0 < x < 1$ או $x > e$ (2) $x = e, y = 0$ (3) חיובית: $0 < x < 1$, שלילית: $x > e$

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ביח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

(4)



ג. הביטוי הגדול ביותר - א, הביטוי הקטן ביותר - III.

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה $1 = \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{169 - 4k^2}$, $0 < k < 6.5$.

הנקודה F_1 היא המוקד הימני של האליפסה, והנקודה F_2 היא המוקד השמאלי שלה.

א. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודות F_1 ו- F_2 .

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על פרבולה שמשוואתה קנונית והמוקד שלה נמצא בנקודה F_1 , כך שמתקיים: $AF_1 = 10k$.

ב. (1) הביעו באמצעות k את משוואת מדריך הפרבולה.

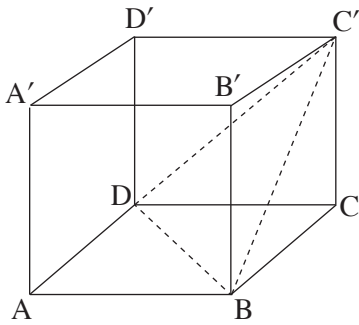
(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה A .

AF_1 הוא קוטר במעגל הישר שמשוואתו $5x + 12y = 138$ משיק למעגל זה.

ג. מצאו את הערך של k .

D היא נקודה על האליפסה.

ד. קבעו אם היקף המשולש F_1AF_2 גדול מהיקף המשולש F_1DF_2 , קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעתכם.



2. בסרטוט שלפניכם מתוארת הקובייה $ABCD A' B' C' D'$.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AA'} = \underline{w}$.

א. הוכיחו כי האלכסון CA' מאונך למישור $BC'D$.

נקודה E היא מפגש התיכונים במשולש $BC'D$.

ב. (1) הביעו את הווקטור \vec{CE} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

(2) הוכיחו כי הנקודות E, C ו- A' נמצאות על ישר אחד.

נתון: $A(3, n, p)$, $C(4, 3, 0)$, $D(0, 0, 0)$ הם פרמטרים.

שיעור ה- z של הנקודה C' הוא חיובי.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A , והוכיחו כי $ABCD$ נמצא במישור $z = 0$.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה C' .

ל הוא ישר החיתוך בין המישור $BC'D$ ובין המישור $BCC'B'$.

ד. מצאו הצגה פרמטרית של הישר l .

ה. מצאו הצגה פרמטרית של המישור המכיל את הישר l ואינו חותך את ציר ה- x .

3. נתונה המשוואה $z^3 = \frac{1}{z^3}$, z הוא מספר מרוכב.

נתון גם כי המספר z_0 הוא אחד מפתרונות המשוואה וכי הוא מיוצג על ידי נקודה הנמצאת ברביע הרביעי במישור גאוס.

א. מצאו את המספר המרוכב z_0 .

הנקודות A, B, C מיוצגות במישור גאוס על ידי המספרים המרוכבים $d \cdot z_0$, $di \cdot z_0$ ו- $d \cdot (z_0)^4$ בהתאמה, $d > 0$ הוא פרמטר.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $5d + 6$.

ב. מצאו את הערך של d .

נגדיר: $w = \left((z_0)^2 - \frac{1}{(z_0)^2} \right) (1 + i)$.

ג. מצאו את $|w|$ ואת הארגומנט (הזווית) של w .

נתון כי המספר w^n (הוא מספר טבעי) הוא מספר מדומה טהור, ונמצא מחוץ למעגל החוסם את המשולש ABC .

ד. מצאו את הערך המינימלי האפשרי של n .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (e^x - 1)^n - 4$, המוגדרת לכל x . n הוא מספר טבעי גדול או שווה ל-2. ענו על סעיף א עבור n זוגי ועבור n אי-זוגי.
- א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן (אם יש כאלה).
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ענו על הסעיפים ב-ג עבור $n = 2$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = 6e^x - 10$, המוגדרת לכל x .
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך שבין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין גרף הפונקצייה $g(x)$.
 (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי גרף הפונקצייה $g(x)$.
- נתונה הפונקצייה $h(x) = |f(x)|$, המוגדרת לכל x .
- ג. (1) כמה נקודות קיצון יש לפונקצייה $h(x)$? מצאו את שיעורי הנקודות הללו, וקבעו את סוגן.
 (2) מצאו את תחום הערכים של k שעבורו הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקצייה $h(x)$ ב-3 נקודות.
5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(x) + \frac{1}{x}$.
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = (x + 1)(1 - \ln(x))$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .
 (2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).
 (3) מצאו את תחום הקעירות כלפי מעלה \cup ואת תחום הקעירות כלפי מטה \cap של הפונקצייה $g(x)$.
 (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
- נתונה הפונקצייה $h(x) = \frac{1}{x} \cdot g'(x)$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $g(x)$.
- ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $h(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = e$ ו- $x = 1$.

בהצלחה!

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"יח 7"
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גארד

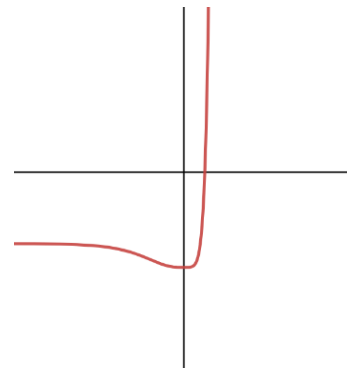
5 יחל שאלון 582 - מועד קיץ - 15.6 - 2023

1. א. $F_1(2k,0)$, $F_2(-2k,0)$ ב. $A(8k,8k)$ ג. $k = 1$ ד. היקף המשולש F_1AF_2 קטן מהיקף המשולש F_1DF_2

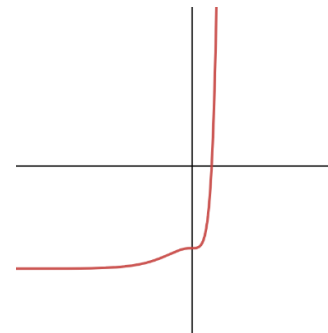
2. א. הוכחה ב. $(1) \vec{CE} = \frac{1}{3}(-\underline{u} - \underline{v} + \underline{w})$ (2) הוכחה, $\vec{CE} = \frac{1}{3}\vec{CA}$ ג. $A(3, 4, 0)$ (1) $C(4, 3, 5)$ (2) ד. $\underline{x} = (7, -1, 0) + t(-3, 4, 5) + s(1, 0, 0)$ ה. $\underline{x} = (7, -1, 0) + t(-3, 4, 5)$

3. א. $Z_0 = 1 \text{cis}(-60) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ב. $d=6$ ג. $\arg(w) = -45^\circ$, $|w| = \sqrt{6}$ ד. $n=6$

4. א. (1) עבור n זוגי: כאשר $x \rightarrow \infty$ אין אסימפטוטה אופקית, כאשר $x \rightarrow -\infty$: $y = -3$
עבור n אי-זוגי: כאשר $x \rightarrow \infty$ אין אסימפטוטה אופקית, כאשר $x \rightarrow -\infty$: $y = -5$
(2) עבור n זוגי: $\min(0, 4)$, עבור n אי זוגי: אין.
(3) עבור n זוגי:



עבור n אי זוגי:



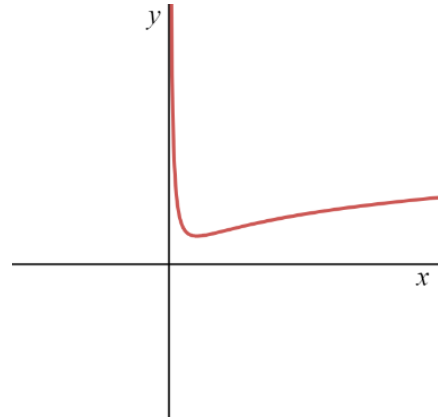
ב. (1) $(0, -4)$, $(\ln 7, 32)$ (2) יח"ר $10.378 \approx 24 - 7 \ln 7$ ג. (1) יש שתי נקודות קיצון, $\min(\ln 3, 0)$, $\max(0, 4)$ (2) $3 < k < 4$

5. א. (1) $x > 0$ (2) $\min(1, 1)$

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

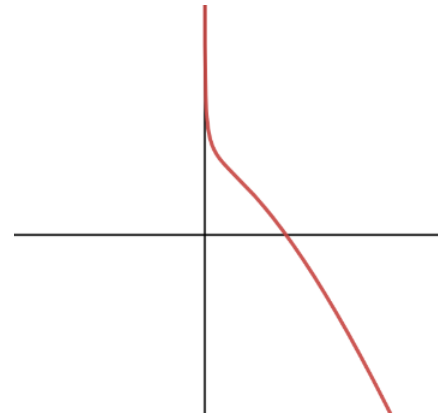
לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ביח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

(3)



ב. (1) $(e,0)$ (2) תחומי עלייה: אין, תחומי ירידה: $x > 0$. (3) תחומי קעירות כלפי מעלה: $0 < x < 1$, תחומי קעירות כלפי מטה: $x > 1$.

(4)



ג. יח"ל $\frac{3}{2} - \frac{1}{e} \approx 1.132$

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $33\frac{1}{3} \times 3 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב,

מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה $1 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b^2}$, b הוא פרמטר חיובי.

ידוע כי המוקדים של האליפסה נמצאים על ציר ה- x .

נסמן את נקודות החיתוך של האליפסה עם ציר ה- y ב- D_1 ו- D_2 , את המוקד השמאלי של האליפסה נסמן ב- F_1 , ואת המוקד הימני שלה ב- F_2 .

נתון כי המרובע $F_1 D_1 F_2 D_2$ הוא ריבוע.

א. (1) מצאו את הערך של b .

ב. (2) חשבו את שטח הריבוע $F_1 D_1 F_2 D_2$.

הציבו במשוואת האליפסה $b^2 = 4.5$, וענו על הסעיפים ב- τ .

הנקודה E היא נקודה כלשהי על האליפסה.

מחברים באמצעות קו ישר את המוקד השמאלי F_1 עם הנקודה E

וממשיכים את הקו הישר עד לנקודה M (ראו סרטוט), כך שמתקיים $EM = EF_2$.

ב. הוכיחו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M הוא מעגל, ורשמו את משוואתו.

מזיזים את המעגל שמצאתם בסעיף ב ימינה ב- $\frac{3}{\sqrt{2}}$ יחידות, ומתקבל מעגל אחר.

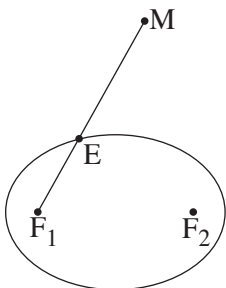
מכפילים ב- $\frac{2}{3}$ את שיעור ה- y של כל אחת מן הנקודות שעל המעגל האחר, ומתקבל עקום חדש.

ג. זהו את צורת העקום החדש, ומצאו את משוואתו.

נתון משולש ששניים מקודקדיו הם נקודות החיתוך של העקום החדש עם ציר ה- x , והקודקוד הנוסף נמצא גם הוא

על העקום החדש.

ד. מצאו את השטח הגדול ביותר האפשרי של המשולש. נמקו את תשובתכם.



2. נתונים שני מישורים, π_1 ו- π_2 :

$$\pi_1: (k+2)x + y + (k+1)z + 11 = 0$$

$$\pi_2: (k+1)x + y + z - 5 = 0$$

k הוא פרמטר.

א. הסבירו מדוע בהכרח שני המישורים נחתכים זה עם זה.

ידוע כי ישר החיתוך ℓ_1 בין שני המישורים מקביל לישר $\ell_2: \underline{x} = (1, 2, -1) + m(-1, k, k)$.

ב. (1) מצאו את הערך של k.

(2) מצאו הצגה פרמטרית של הישר ℓ_1 .

(3) מצאו את הזווית בין המישורים π_1 ו- π_2 .

הנקודה P נמצאת על הישר ℓ_1 ועל מישור [yz].

הנקודות A ו- B הן נקודות החיתוך של ציר ה- y עם המישורים π_1 ו- π_2 בהתאמה.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודות A, P, ו- B.

(2) מצאו את שטח המשולש APB.

3. נתונה משוואה I: $w^6 = -27$, w הוא מספר מרוכב.

א. פתרו את משוואה I.

נתונה משוואה II: $\left(z + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6 = -27$, z הוא מספר מרוכב.

ב. (1) היעזרו בפתרונות של משוואה I ורשמו בהצגה אלגברית את הפתרונות של משוואה II.

(2) הסבירו מדוע הנקודות במישור גאוס המייצגות את הפתרונות של משוואה II נמצאות על מעגל,

ומצאו את משוואתו.

(3) הוכיחו כי כל הפתרונות של משוואה II מייצגים קודקודים של משושה משוכלל במישור גאוס.

נתון: שני הפתרונות המדומים ושני הפתרונות הממשיים של משוואה II מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ג. (1) מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את היחס בין שטח המשושה ובין שטח המרובע.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - 5e^x + 4}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

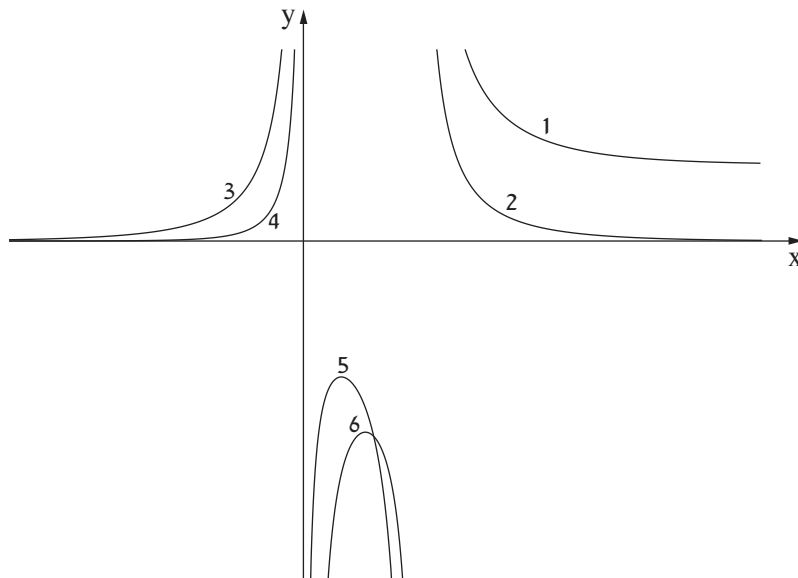
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{5e^x}{e^{2x} - 5e^x + 4}$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך בין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין גרף הפונקצייה $g(x)$.

לפניכם סרטוט הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. כל אחד מן החלקים של הגרפים מסומן בסרטוט בספרה אחרת.



ג. רשמו לאיזו פונקצייה שייך כל אחד מן החלקים המסומנים בסרטוט. נמקו את תשובתכם.

ד. לפניכם שני ביטויים, I-II. קבעו בנוגע לכל אחד מן הביטויים אם הוא שלילי או חיובי. נמקו ללא חישוב.

$$\text{I. } \int_{-4}^{-1} (f(x) - g(x)) dx \qquad \text{II. } \int_{\ln \frac{8}{5}}^{\ln 2} (f(x) - g(x)) dx$$

ה. חשבו את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ובין הישרים $x = \ln 9$ ו- $x = \ln 16$.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = 4x(\ln(x^2) - 1)$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (3) הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא אי-זוגית.

- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 (2) האם יש לפונקצייה $f(x)$ נקודות פיתול? נמקו את תשובתכם.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
 (4) בכמה נקודות הגרפים של $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים זה עם זה? נמקו את תשובתכם.
 ד. כתבו דוגמה לפונקצייה קדומה של $g(x)$.

בהצלחה!

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח 7
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

5 יחל שאלון 582 - מועד חורף - 2023

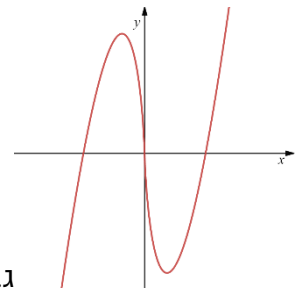
1. א. $(1) \frac{3}{\sqrt{2}} (2) 9$ ב. $(x + \frac{3}{\sqrt{2}})^2 + y^2 = 36$, הוכחה ג. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$, אליפסה קנונית ד. 24

2. א. הסבר ב. $(1) 1 (2) (-1, 1, 1) + t(0, 21, -16)$ $(3) 10.89^\circ$
ג. $(1) A(0, -11, 0), B(0, 5, 0), P(0, 21, -16) (2) 128$

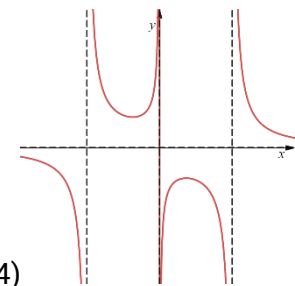
3. א. $\sqrt{3}\text{cis}30, \sqrt{3}\text{cis}90, \sqrt{3}\text{cis}150, \sqrt{3}\text{cis}210, \sqrt{3}\text{cis}270, \sqrt{3}\text{cis}330$
ב. $(1) \frac{3}{2} - \sqrt{3}i, \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i, -\frac{3}{2} - \sqrt{3}i, -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ $(2) \frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} - \sqrt{3}i$ (3) הוכחה
ג. (1) דלתון $(2) \frac{3}{2}$

4. א. $(1) x \neq 0, x \neq \ln 4 (2) x = 0, x = \ln 4, y = 0, y = 2 (3)$ עלייה: $0 < x < \ln 1.6$ או $0 < x < \ln 1.6$
ב. $\ln 1.6 < x < \ln 4$ או $\ln 4 < x < \ln 1.6$ ג. $f(x) = 1, 4, 5; g(x) = 2, 3, 6$
ד. א: שלילי, ב: חיובי ה. 1.504

5. א. $(1) x \neq 0 (2) (\sqrt{e}, 0), (-\sqrt{e}, 0) (3)$ הוכחה ב. $\max(-\frac{1}{\sqrt{e}}, \frac{8}{\sqrt{e}})$ $\min(\frac{1}{\sqrt{e}}, -\frac{8}{\sqrt{e}})$ (2) לא



ג. $(1) x \neq 0, x \neq \sqrt{e}, x \neq -\sqrt{e} (2) x = 0, x = \sqrt{e}, x = -\sqrt{e}, y = 0$ (3)



ג. $(4) 6$ נקודות ד. $g(x) = \frac{1}{8} \ln |\ln(x^2) - 1| + c$ (3)