

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### הוראות

תוכנית חדשה

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות  
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור  
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש  
יש לענות על **חמש** שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק –  $20 \times 5 = 100$  נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- (3) יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

## השאלות

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).  
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. חברת קוסמטיקה החליטה לערוך מחקר, ובו לבדוק את קצב התארכות שער הראש של אנשים בס"מ לשנה. החברה בדקה מספר רב של אנשים.
- היא גילתה שקצב התארכות השיער שלהם מתפלג נורמלית, והתבררו שני נתונים:
- השיער של 50% מן הנבדקים התארך בפחות מ- 12 ס"מ בשנה.
  - השיער של 33% מן הנבדקים התארך ביותר מ- 12.56 ס"מ בשנה.
- א. מהו קצב ההתארכות הממוצע של השיער של הנבדקים?  
ב. מהי סטיית התקן של קצב התארכות השיער של הנבדקים?
- חברת הקוסמטיקה הכריזה שהיא הצליחה לפתח שמפו שמגביר ב- 10% את קצב התארכות השיער.
- ג. לפי ההכרזה, מה יהיה הממוצע החדש ומה תהיה סטיית התקן החדשה של קצב התארכות השיער בקרב אוכלוסיית האנשים שישתמשו בשמפו זה?
- ד. החברה בדקה מהו אחוז הנבדקים במחקר שקצב התארכות השיער שלהם הוא בין הממוצע ובין סטיית תקן אחת מעל הממוצע.
- לפי הכרזת החברה, אם ישתמשו כל הנבדקים בשמפו שהיא פיתחה, האם אחוז זה יגדל, יקטן או לא ישתנה? נמקו את תשובתכם.

2. בעל חנות המוכר טאבלטים בדק את הקשר הליניארי בין גודל המסך של טאבלט באינצ'ים (המשתנה  $x$ ) ובין מספר הדקות שנדרשו ללקוח להחליט לקנות את הטאבלט (המשתנה  $y$ ).
- ביום מסוים הוא מכר 8 דגמים שונים של טאבלטים.
- לפניכם טבלה המתארת את הנתונים של שמונת הדגמים שהוא מכר באותו יום:

| מספר הדקות לקבלת החלטה<br>לקנות את הטאבלט ( $y$ ) | גודל המסך באינצ'ים ( $x$ ) |
|---|----------------------------|
| 2   | 9                          |
| 10  | 9                          |
| 10  | 9                          |
| 10  | 9                          |
| 10  | 11                         |
| 10  | 11                         |
| 10  | 11                         |
| 18  | 11                         |

- א. חשבו את הממוצעים ואת סטיות התקן של שני המשתנים,  $x$  ו- $y$ .
- ב. חשבו את מקדם המתאם  $r$ .
- ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת החלטה כתלות בגודל המסך.
- בעל החנות הזמין לחנותו דגם חדש של טאבלט, שגודל המסך שלו 10 אינצ'ים.
- ד. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם, מהו ניבוי מספר הדקות לקבלת החלטה בעבור דגם זה?
- בעקבות העסקתו של מוכר חדש בחנות, התקצר ב-20% זמן קבלת החלטה לקנות כל אחד מדגמי הטאבלטים.
- ה. בעבור כל אחד מן המדדים שלפניכם קבעו אם ערכו יגדל, יקטן או לא ישתנה בעקבות השינוי הזה.
- (1) מקדם המתאם  $r$ .
- (2) סטיית התקן של המשתנה  $y$ .
- (3) שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת החלטה כתלות בגודל המסך.

3. בקלמר של דנה יש 25 עפרונות זהים בגודלם בשלושה צבעים:

15 עפרונות כחולים,

4 עפרונות אדומים,

6 עפרונות צהובים.

דנה מוציאה באקראי עיפרון מן הקלמר. אם העיפרון הוא כחול או אדום, היא מחזירה את העיפרון לקלמר.

אם העיפרון הוא צהוב, היא משאירה אותו מחוץ לקלמר.

לאחר מכן דנה מוציאה באקראי עיפרון נוסף מן הקלמר.

א. מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות צהובים?

ב. (1) מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות **באותו הצבע**?

(2) ידוע ששני העפרונות שהוציאה דנה הם באותו הצבע.

מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני עפרונות אדומים **או** שני עפרונות צהובים?

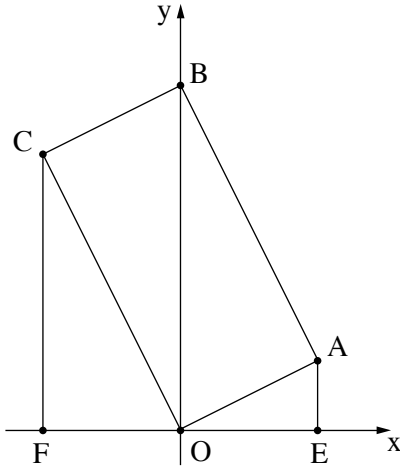
דנה החזירה את כל העפרונות לקלמר ונתנה לאחיה מן הקלמר  $x$  עפרונות כחולים, 3 עפרונות אדומים ו- 2 עפרונות צהובים.

לאחר מכן היא הוציאה באקראי שני עפרונות מן הקלמר ללא החזרה.

נתון: ההסתברות שדנה הוציאה עיפרון צהוב ולאחריו עיפרון אדום היא  $\frac{1}{60}$ .

ג. מצאו את  $x$ .

**פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור**



4. במקבילית OABC הקודקוד B מונח על ציר ה- $y$

והנקודה O היא ראשית הצירים.

מן הקודקודים A ו- C העבירו אנכים לציר ה- $x$ ,

החותכים אותו בנקודות E ו- F בהתאמה (ראו סרטוט).

נתון:  $\angle AOE = \angle COB$ .

א. (1) הוכיחו:  $\angle AOE = \angle OCF$ .

(2) הוכיחו כי המשולשים OCF ו- AOE דומים.

שטח המשולש OCF גדול פי 4 משטח המשולש AOE.

משוואות הישרים AE ו- CF הן  $x = 4$  ו-  $x = -4$  בהתאמה.

ב. (1) מצאו את יחס הדמיון בין המשולשים OCF ו- AOE.

(2) מצאו את אורכי הצלעות OE ו- CF.

(3) מצאו את שיעורי הקודקודים C ו- A.

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

ד. הוכיחו כי המקבילית OABC היא מלבן.

אלכסוני המלבן OABC נפגשים בנקודה M.

ה. האם נכון כי  $S_{AOE} + S_{CFO} = 2 \cdot S_{ABM}$ ? נמקו את תשובתכם.

5. במעגל חסום משולש חד זוויות ABC.

נתון:  $A(-5, 3)$ ,  $B(3, 7)$ .

מרכז המעגל M נמצא על ציר ה- $y$ .

המעגל חותך את ציר ה- $x$  בנקודות C ו- D,

כמתואר בסרטוט שלפניכם.

א. (1) הראו כי שיעורי מרכז המעגל M הם  $(0, 3)$ .

(2) מצאו את משוואת המעגל.

(3) מצאו את שיעורי הנקודות C ו- D.

ב. (1) מצאו את אורך הצלע AC.

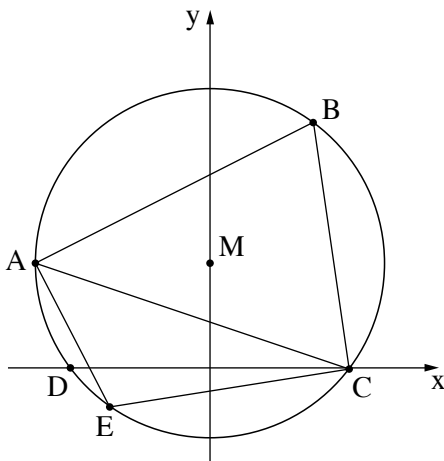
(2) מצאו את גודל הזווית ABC.

הנקודה E נמצאת על הקשת הקטנה AC.

נתון:  $EC = 7$ .

ג. מהו גודל הזווית AEC? נמקו את תשובתכם.

ד. מצאו את שטח המשולש AEC.



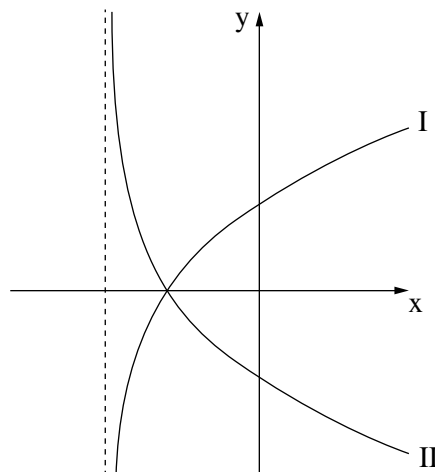
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

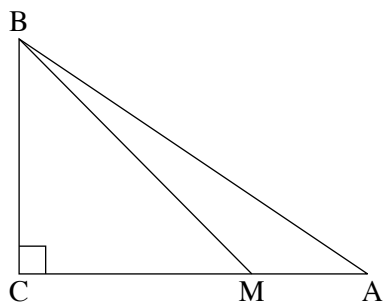
6. נתונה הפונקצייה:  $f(x) = \frac{9 - 4x^2}{1 - x^2}$ .

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .  
 (2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקצייה  $f(x)$  המאונכות לצירים.  
 (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.  
 (4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.  
 (5) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- ג. נתונה הפונקצייה  $g(x)$  המקיימת  $g'(x) = f(x)$ . לפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  יש אותו תחום הגדרה. מצאו את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקצייה  $g(x)$ , וקבעו את סוגן. נמקו את תשובתכם.

7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = (x - 1) \cdot \sqrt{2x + 10}$ .

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .  
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.  
 ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.  
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .
- בסוף השאלה מופיעים שני גרפים, II-I. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , והגרף האחר מתאר את הפונקצייה  $g(x) = -f'(x)$ .
- ה. קבעו איזה מן הגרפים II-I מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . נמקו את קביעתכם.  
 ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי הישר  $x = 3$  ועל ידי ציר ה- $x$ .





8. ABC הוא משולש ישר זווית,  $\angle ACB = 90^\circ$ . שטח המשולש ABC הוא 72.

M היא נקודה על הצלע AC כך שמתקיים  $MC = 2MA$  (ראו סרטוט).

נסמן את אורך הקטע MA ב-  $x$ .

א. הביעו באמצעות  $x$  את אורך הצלע BC.

ב. (1) מצאו את  $x$  שבעבורו סכום ריבועי מרחקי הנקודה M

משלושת קודקודי המשולש  $(MA^2 + MB^2 + MC^2)$  הוא מינימלי.

(2) האם ייתכן שהסכום  $MA^2 + MB^2 + MC^2$  הוא 300? נמקו את תשובתכם.

### בהצלחה!

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

#### הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.  
פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות  
פרק שני – גאומטרייה  
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש  
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק –  $20 \times 5 = 100$  נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.  
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**



## השאלות

**שימו לב:** הסבירו את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

### פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות

1. בבריכת "גלי גיל" מתאמנים לתחרות במשחה של "100 מטר חופשי".  
השיא שנקבע בעבר במשחה זה היה 51 שניות.  
קבוצה גדולה של שחיינים מתאמנת לקראת התחרות במשחה זה.  
זמני השחייה של השחיינים בקבוצה מתפלגים נורמלית עם ממוצע של 57 שניות וסטיית תקן של 2 שניות.  
בוחרים באקראי שחיין מן הקבוצה.  
**א.** מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר (כלומר, ישחה בזמן קצר יותר מזמן השיא)?  
בבריכה מתאמנות שתי קבוצות:  
קבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 57 שניות,  
וקבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 58 שניות.  
**ב.** מהו הממוצע של זמן המשחה של כל 300 השחיינים?  
נתון כי זמני המשחה של כל 300 השחיינים מתפלגים נורמלית, וכי זמן המשחה של 50 מבין 300 השחיינים הוא פחות מ- 54 שניות.  
**ג.** מהי סטיית התקן של זמני המשחה של כל 300 השחיינים?  
בוחרים באקראי שחיין מבין כל 300 השחיינים.  
**ד.** מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר?

2. חוקרים בדקו את הקשר בין משקל של עכבר (Y בגרמים) ובין משקל מנת המזון היומית שלו (X בגרמים). הם בדקו עשרה עכברים. משקלי העכברים ומשקל מנת המזון היומית של כל אחד מהם מוצגים בטבלה שלפניכם.

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                                     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-------------------------------------|
| 5  | 5  | 4  | 4  | 4  | 3  | 3  | 3  | 2  | 1  | משקל מנת המזון היומית<br>(X בגרמים) |
| 30 | 28 | 24 | 22 | 20 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | משקל העכבר<br>(Y בגרמים)            |

נתון כי המשקל הממוצע של מנת המזון היומית הוא 3.4 גרמים.

א. הראו כי סטיית התקן של משקל מנת המזון היומית היא 1.2 גרמים.

נתון כי המשקל הממוצע של עשרת העכברים הוא 19.4 גרמים, וסטיית התקן של משקלם היא 6.086 גרמים.

ב. לפניכם 4 מספרים שונים: 0, -0.123, 0.923, 1. אחד מן המספרים הוא מקדם המתאם r בין משקל העכבר ובין משקל מנת המזון היומית שלו.

בחרו איזה מהם הוא מקדם המתאם, ונמקו את בחירתכם (אין צורך לחשב).

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי משקל העכברים מתוך משקל מנת המזון היומית שלהם.

לאחר זמן מה התגלה כי המאזניים שבהם נשקלו העכברים לא היו מכוילים ויש להפחית 2 גרמים ממשקלו של כל עכבר (המאזניים שבהם נשקלה מנת המזון היומית היו מכוילים).

ד. מה תהיה משוואת ישר הרגרסיה החדש לאחר הכנסת התיקון במשקלי העכברים?

ה. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם בסעיף ד, מהו הניבוי למשקל עכבר שמשקל מנת המזון היומית שלו הוא 3.5 גרם?

3. אוניברסיטה גדולה בדקה את הקשר בין ההישגים הלימודיים של הסטודנטים באוניברסיטה ובין ציוני תעודת הבגרות שלהם.

20% מן הסטודנטים סיימו בהצטיינות את בחינות הבגרות, והשאר סיימו בציונים רגילים.

מבין הסטודנטים שסיימו את בחינות הבגרות בהצטיינות, 80% הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה.

מבין הסטודנטים שסיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים, 25% הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה.

א. בוחרים באקראי סטודנט מן האוניברסיטה.

מהי ההסתברות שהוא הגיע להישגים גבוהים באוניברסיטה?

ב. בוחרים באקראי סטודנט שהגיע להישגים גבוהים באוניברסיטה.

מהי ההסתברות שהוא סיים את בחינות הבגרות בציונים רגילים?

ג. לפניכם שתי טענות, (1)–(2), שפורסמו בתקשורת. קבעו בעבור כל אחת מהן אם היא נכונה, ונמקו את קביעתכם.

(1) מבין הסטודנטים שהגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה, רובם (מעל 50%) סיימו את בחינות הבגרות בהצטיינות.

(2) מבין הסטודנטים שלא הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה, רובם (מעל 50%) סיימו את בחינות הבגרות

בציונים רגילים.

ד. רות וענבל הן סטודנטיות באוניברסיטה, והן סיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים.

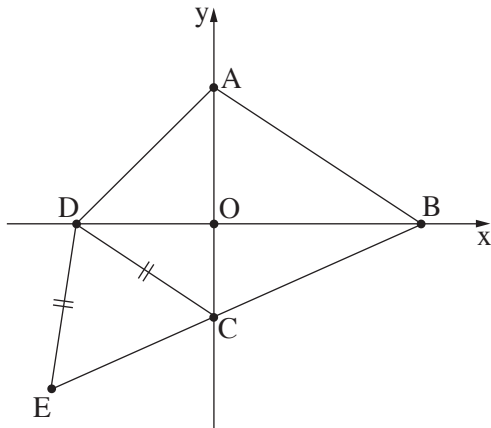
מהי הסתברות שבדיוק אחת מהן הגיעה להישגים גבוהים באוניברסיטה?

### פרק שני – גאומטרייה

4. המרובע ABCD הוא טרפז ( $AB \parallel CD$ ), שכל קודקודיו מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם. ראשית הצירים O היא מפגש האלכסונים של הטרפז.

נתון:  $A(0, 6)$ ,  $AO = OD$ .

ידוע כי שטח המשולש ABD שווה ל-45.



א. (1) מצאו את האורך של BD.

(2) מצאו את שיעורי הקודקודים D ו-B.

ב. מצאו את משוואת הצלע CD.

ג. (1) מצאו את גודל הזווית OBC.

(2) מצאו את גודל הזווית ABC.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC ונתון כי  $DE = DC$ . (ראו סרטוט).

ד. מצאו את היקף המשולש CDE.

5. המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו M.

הצלע AC היא קוטר במעגל.

המעגל משיק לציר ה-y בנקודה C וחותך את ציר ה-x בנקודה B, כמתואר בסרטוט.

הנקודה D נמצאת על ציר ה-y וידוע כי  $\angle BAC = \angle ADC$ .

א. הוכיחו:  $\triangle ABC \sim \triangle DCA$ .

ב. האם  $BC \parallel AD$ ? נמקו.

נתון:  $C(0, 4)$ ,  $B(-2, 0)$ .

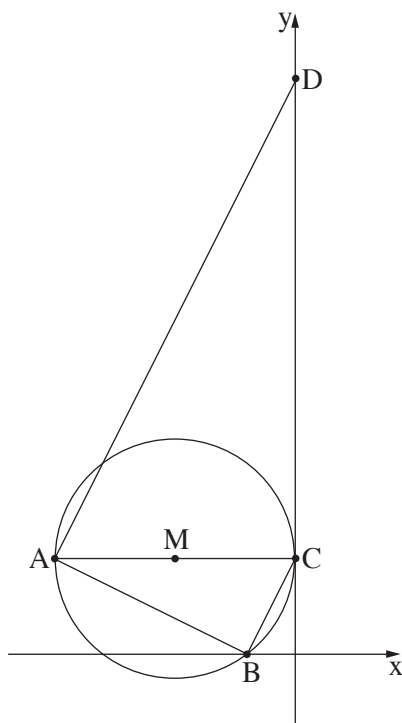
ג. (1) מצאו את משוואת הצלע AB.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד A.

(3) מצאו את משוואת המעגל.

ד. (1) מצאו את יחס הדמיון בין המשולש ABC ובין המשולש DCA.

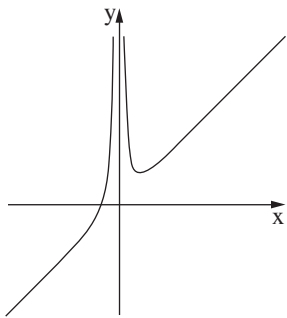
(2) מצאו את שטח המרובע ABCD.



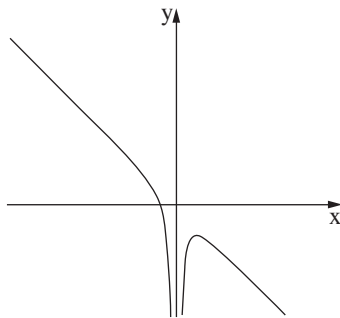
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה:  $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$ .

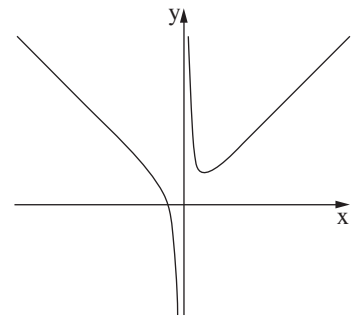
- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$  ?
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .  
בתשובתכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- ד. אחד מן הגרפים III-I בסוף השאלה מתאר את הפונקצייה  $f(x)$ .  
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
- ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$ , על ידי הישר  $x = 1$ , על ידי הישר  $x = 2$   
ועל ידי ציר ה- $x$ .



III



II



I

7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{2x} + b$ ,  $b$  הוא פרמטר. ידוע כי גרף הפונקצייה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $(8, 0)$  בלבד.  
 א. מצאו את  $b$ .

הציבו  $b = 9$  וענו על הסעיפים ב-ד.

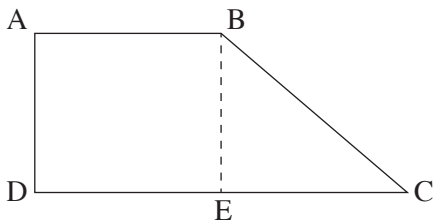
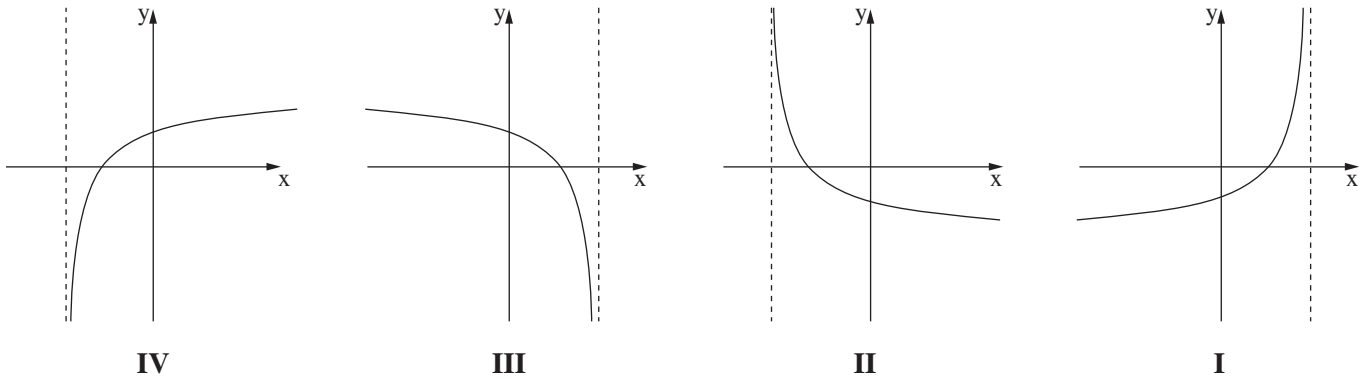
ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

ג. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$ .

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

ד. אחד מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



8. המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית,  $AB \parallel DC$  (ראו סרטוט).

גובה הטרפז BE חוצה את הבסיס DC.

שטח הטרפז הוא  $12\sqrt{2}$ .

נסמן ב- $x$  את אורך הצלע AB.

א. הביעו באמצעות  $x$  את אורך גובה הטרפז.

ב. מצאו את  $x$  שבעבורו סכום ריבועי השוקיים של הטרפז  $(AD^2 + BC^2)$  הוא מינימלי.

ג. האם ייתכן שסכום ריבועי השוקיים של הטרפז הוא 30? נמקו.

### בהצלחה!

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

#### הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.  
פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות  
פרק שני – גאומטרייה  
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש  
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם –  $20 \times 5 = 100$  נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.  
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

**בהצלחה!**

## השאלות

**שימו לב:** הסבירו את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

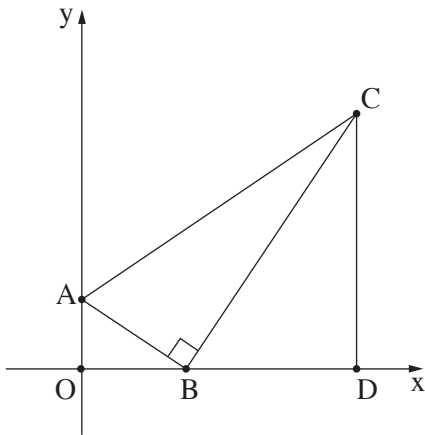
## פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות

1. יוסי רץ במסלול מסוים. בדקה הראשונה הוא רץ 75 מטרים.  
בכל דקה, החל מן הדקה השנייה, הוא רץ מרחק הגדול פי 1.02 מן המרחק שרץ בדקה שקדמה לה.  
בתשובותיכם על הסעיפים שלפניכם דייקו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
  - א. (1) מהו המרחק שרץ יוסי במשך הדקה הרביעית?
  - ב. כתבו נוסחה לחישוב המרחק הכולל שרץ יוסי במשך  $n$  הדקות הראשונות של הריצה.
  - ג. יוסי רוצה לרוץ 2,500 מטרים סך הכול, אך לרשותו עומדות 25 דקות בלבד לעשות זאת.  
הסבירו מדוע לא יצליח יוסי לעבור 2,500 מטרים ב־25 דקות.
  - ד. דני רץ באותו המסלול. בדקה הראשונה הוא רץ מרחק מסוים.  
גם הוא רץ בכל דקה, החל מן הדקה השנייה, מרחק הגדול פי 1.02 מן המרחק שרץ בדקה שקדמה לה.  
חשבו מהו המרחק הקצר ביותר שעליו לרוץ בדקה הראשונה כדי לעבור מרחק של 2,500 מטרים ב־25 דקות.

2. במטע דובדבנים גדול בדקו כמה קילוגרם דובדבנים מניב כל עץ בשנה רגילה. המשקל הממוצע של הדובדבנים שמניב עץ במטע הוא 40 ק"ג. ההתפלגות של משקל הדובדבנים שמניב כל אחד מן העצים במטע היא נורמלית.
- א. מהו החציון של משקל הדובדבנים שמניב עץ במטע?
- נתון: אחוז העצים במטע שמניבים פחות מ- 30 ק"ג דובדבנים בשנה הוא 18.1%.
- ב. מהי סטיית התקן?  
בתשובתכם דייקו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- במטע יש 300 עצי דובדבן.  
בעבור העצים במטע שמניבים יותר מ- 55 ק"ג דובדבנים מתבצע סבב קטיף נוסף.
- ג. בעבור כמה עצים במטע (בקירוב) מתבצע סבב קטיף נוסף?
- ד. בשנה מסוימת ירד הממוצע של משקל הדובדבנים שהניבו העצים במטע ב- 20% לעומת שנה רגילה, וסטיית התקן לא השתנתה.  
כמה עצים במטע (בקירוב) הניבו יותר מ- 55 ק"ג דובדבנים בשנה זו?
3. בקופה יש 36 מטבעות: 18 מטבעות של שני שקלים, 12 מטבעות של חמישה שקלים, ו- 6 מטבעות של עשרה שקלים.  
הוציאו מן הקופה באקראי שני מטבעות ללא החזרה.
- א. מהי ההסתברות ששני המטבעות שהוציאו היו זהים?
- ב. ידוע ששני המטבעות שהוציאו היו זהים.  
מהי ההסתברות שהסכום של שני המטבעות שהוציאו היה גבוה מ- 5 שקלים?  
החזירו את כל המטבעות לקופה והוסיפו x מטבעות של עשרה שקלים לקופה.  
נתון: לאחר ההוספה, ההסתברות להוציא מן הקופה באקראי ללא החזרה שני מטבעות של חמישה שקלים היא  $\frac{1}{15}$ .
- ג. מצאו את x.
- ד. האם ההסתברות להוציא מן הקופה באקראי (ללא החזרה) שני מטבעות זהים גדלה לאחר ההוספה, קטנה או נשארה ללא שינוי? נמקו.



**פרק שני – גאומטרייה**



4. במשולש ישר זווית  $ABC$  ( $\angle ABC = 90^\circ$ )

הקודקוד B מונח על ציר ה-x והקודקוד A מונח על ציר ה-y.  
 מן הקודקוד C העבירו אנך לציר ה-x, החותך אותו בנקודה D (ראו סרטוט).  
 הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. הוכיחו:  $\triangle AOB \sim \triangle BDC$ .

נתון:  $\frac{CD}{OB} = \frac{5}{2}$ ,

משוואת הצלע AB היא  $y = -\frac{2}{3}x + 4$ .

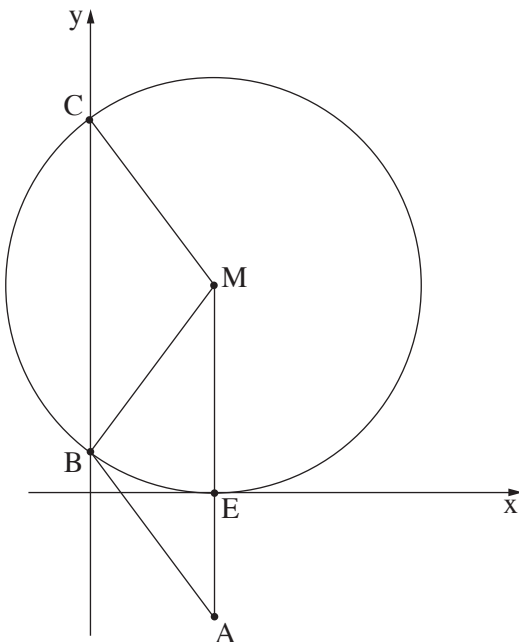
ב. (1) מצאו את אורכי הקטעים OB ו-CD.

(2) מצאו את שיעורי הנקודות D ו-C.

ג. (1) מצאו את גודל הזווית BAC.

(2) מצאו את גודל הזווית ACD.

ד. האם אפשר לחסום את המרובע ABDC במעגל? נמקו.



5. מעגל שמרכזו M משיק לציר ה-x בנקודה E.

המעגל חותך את ציר ה-y בנקודות B ו-C, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

הנקודה A נמצאת על המשך ME, כמתואר בסרטוט.

א. (1) הסבירו מדוע MA מקביל לציר ה-y.

(2) הוכיחו:  $\angle CBM = \angle BMA$ .

נתון: אורך הקטע AB שווה לרדיוס המעגל.

ב. (1) הוכיחו:  $\angle CMB = \angle MBA$ .

(2) הוכיחו: המרובע ABCM הוא מקבילית.

נתון:  $M(3, 5)$ .

ג. (1) מצאו את משוואת המעגל.

(2) מצאו את שיעורי הנקודות B ו-C.

(3) מצאו את שיעורי הנקודה A.

ד. חשבו את שטח המקבילית ABCM.

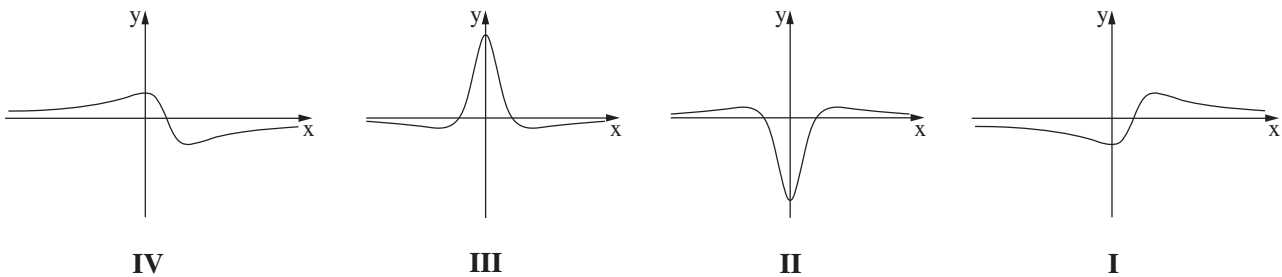
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה:  $f(x) = \frac{5x}{x^2 + 4} + 1$ .

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .  
 ב. (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
 ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.  
 ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.  
 ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = 2 \cdot f(x)$ .

- ה. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ .  
 קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.  
 ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ , על ידי הישר  $x = 1$  ועל ידי הצירים.



7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{4x + 20}$ .

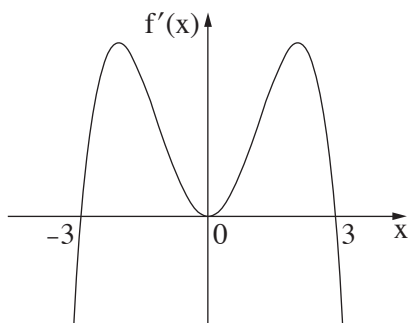
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .  
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.  
 ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.  
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .  
 נתונה הפונקצייה  $g(x) = f(x) + c$ . הוא פרמטר.  
 נתון כי הישר  $y = 12$  משיק לגרף הפונקצייה  $g(x)$ .  
 ה. מצאו את  $c$  (ציינו את שתי האפשרויות).

8. הפונקצייה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$  מוגדרות לכל  $x$ .

לפניכם סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

נתון: פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  מתאפסת בנקודות שבהן

$x = -3$ ,  $x = 0$ ,  $x = 3$  בלבד, כמתואר בסרטוט.



א. (1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .

(2) מה הם שיעורי הנקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ ,

ומהו סוגן? נמקו.

ב. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ג. נתון כי גרף הפונקצייה  $f(x)$  עובר דרך ראשית הצירים.

נסמן ב-  $S_1$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$ , על ידי הישר  $x = -3$  ועל ידי ציר ה- $x$

בתחום  $-3 \leq x \leq 0$ .

נסמן ב-  $S_2$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$ , על ידי הישר  $x = 3$  ועל ידי ציר ה- $x$

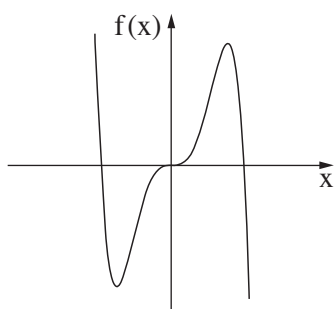
בתחום  $0 \leq x \leq 3$ .

האם מתקיים:  $S_1 + S_2 = \int_{-3}^3 f(x) dx$  ?

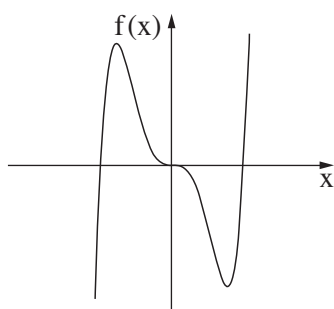
נמקו את קביעתכם.

ד. נתונה הפונקצייה  $g(x) = f(x - 4)$ .

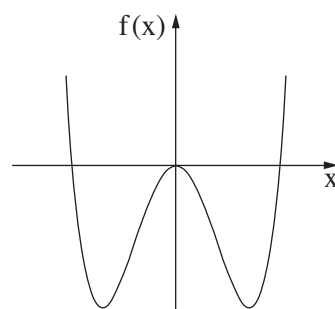
מה הם שיעורי הנקודות הקיצון של הפונקצייה  $g(x)$ , ומהו סוגן? נמקו.



III



II



I

### בהצלחה!