

תוכנית חדשה

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה במרחב, סטטיסטיקה
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

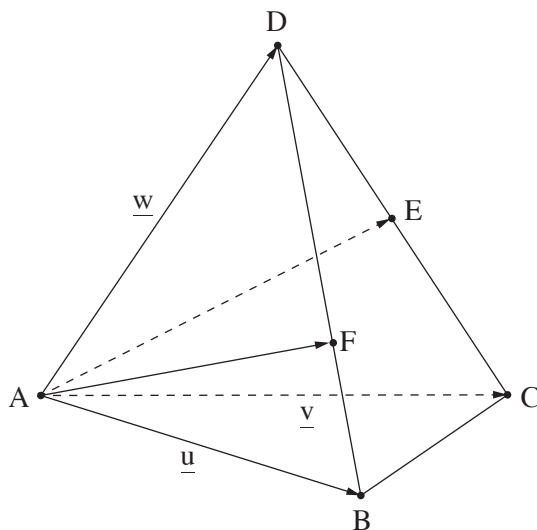
בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה במרחב, סטטיסטיקה



1. בפירמידה המשולשת ABCD

הפאות ABD ו-ACD הן משולשים שווי צלעות (ראו סרטוט).

הנקודה E היא אמצע המקצוע CD.

הנקודה F נמצאת על המקצוע BD

ומחלקת אותו ביחס של $BF : FD = 1 : 2$.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AD} = \underline{w}$.

נתון: $\angle BAC = 45^\circ$, $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 6$.

א. חשבו את המכפלות הסקלריות שלפניכם:

$$\underline{v} \cdot \underline{w}, \underline{u} \cdot \underline{w}, \underline{u} \cdot \underline{v}$$

ב. (1) הביעו את הווקטורים \vec{CD} ו- \vec{BD} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} (אם יש צורך).

(2) הביעו את הווקטורים \vec{AE} ו- \vec{AF} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} (אם יש צורך).

ג. לפניכם שלוש טענות, (1)–(3). קבעו אילו מן הטענות נכונות ואילו אינן נכונות. נמקו את כל תשובותיכם.

(1) \vec{CD} מאונך ל- \vec{AE} .

(2) \vec{CD} מאונך ל- \vec{AF} .

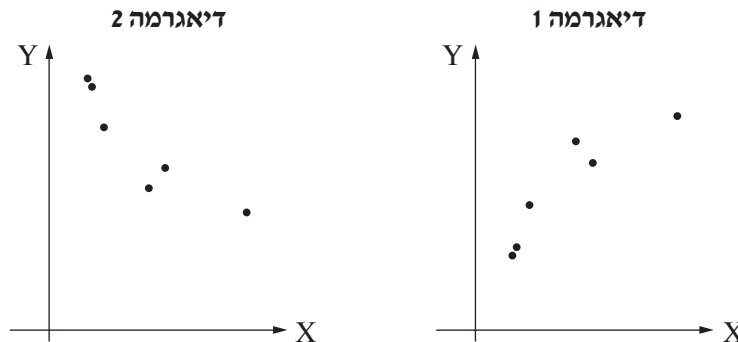
(3) \vec{CD} מאונך למישור EAF.

2. מנהל חברה בדק את הקשר בין ההוצאה החודשית של החברה על פרסום מוצריה, ובין ההכנסות מן המכירות שלה בחודש שלאחר מכן. הוא בדק נתונים מכמה חודשים רצופים. בטבלה שלפניכם מוצגים הנתונים על ההוצאות וההכנסות באלפי שקלים:

48	28	24	13	10	9	הוצאה על פרסום (X)
510	400	450	300	200	180	הכנסות ממכירות בחודש שלאחר מכן (Y)

המנהל חישב ומצא כי ממוצע ההוצאות לחודש על פרסום הוא $\bar{X} = 22$ וסטיית התקן היא $S_x = 13.6$. ממוצע ההכנסות ממכירות לחודש הוא $\bar{Y} = 340$ וסטיית התקן היא $S_y = 123.4$.

לפניכם שתי דיאגרמות פיזור (1)–(2). אחת מהן מתארת את הקשר בין שני המשתנים (X ו- Y).



א. מבין שתי הדיאגרמות (1)–(2), מהי הדיאגרמה המתארת את הקשר בין שני המשתנים? נמקו את תשובתכם.

נתונים ארבעה מקדמי מתאם: $r = 0.9$, $r = 1$, $r = -0.9$, $r = -0.7$.

- ב. אחד מארבעת מקדמי המתאם מתאים לנתונים. קבעו מיהו ונמקו את קביעתכם.
- ג. מהי משוואת ישר הרגרסייה לניבוי ההכנסות ממכירות כתלות בהוצאה על פרסום?
- ד. על פי ישר הרגרסייה שמצאתם, מהי ההערכה להכנסות ממכירות (באלפי שקלים) בעבור הוצאה של 19,000 שקלים לחודש על פרסום? נמקו את תשובתכם.

החברה המירה את ההוצאות וההכנסות בשקלים להוצאות והכנסות בדולרים (ולכן כל המספרים בטבלה קטנו בערך פי 3).

ה. מהי ההשפעה של המרת השקלים לדולרים על כל אחד מן הגדלים (1)–(3) שלפניכם (כלומר האם הוא גדל, קטן, או לא השתנה)?

נמקו את תשובותיכם.

(1) \bar{X}

(2) S_x

(3) r

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

3. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x)$, המקיימת $g(x) = -2f(x)$ לכל x .
- ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 3$.
- ז. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי הישר $x = 3$. נמקו את תשובתכם.

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = a + (\ln x)^2$.

$a > 0$ הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה (הביעו באמצעות a , אם יש צורך).

נתונה הפונקצייה $g(x) = 1 + \ln x$ המוגדרת בתחום $x > 0$.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).

ד. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקצייה $f(x)$ ואחד מהם מתאר את גרף הפונקצייה $g(x)$.

קבעו איזה מהם מתאר את $f(x)$ ואיזה את $g(x)$, ונמקו את קביעתכם.

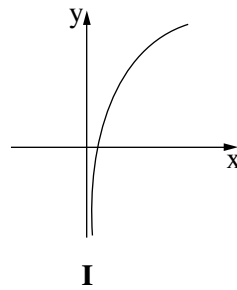
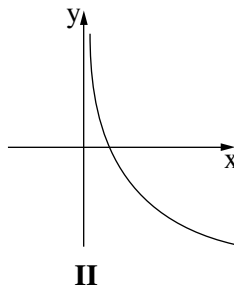
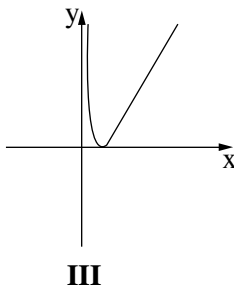
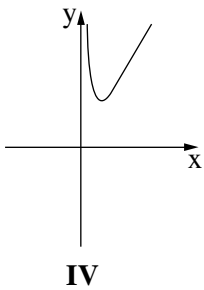
הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים בשתי נקודות שונות.

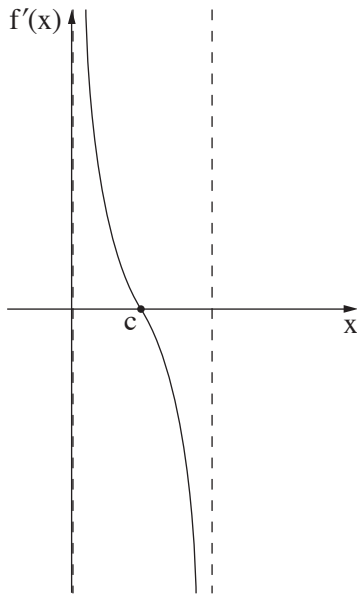
שיעור ה- x של אחת מנקודות החיתוך האלו הוא $x = e$.

ה. (1) מצאו את a .

(2) מצאו את השיעורים של נקודת החיתוך האחרת של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

(3) בעבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x) < g(x)$?





5. $f(x)$ היא פונקצייה. גרף פונקציית הנגזרת שלה, $f'(x)$, מתואר בסרטוט שלפניכם.

הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x

בנקודה אחת בלבד, שבה $x = c$. הוא פרמטר.

א. מצאו את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ על פי הגרף.

נמקו את תשובתכם.

נתון: $f(x) = \ln(4x - x^2)$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים

(אם יש כאלה). בתשובתכם שאירו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ וכתבו את ערכו של c .

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$.

ו. מצאו את התחומים שבהם $g(x)$ חיובית. נמקו את תשובתכם.

בהצלחה!

תוכנית חדשה

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה במרחב, סטטיסטיקה
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
חומר עזר מותר בשימוש:
- ג. (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

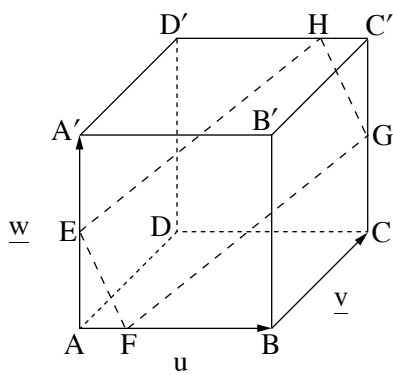
בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה במרחב, סטטיסטיקה



1. נתונה הקובייה $ABCD A' B' C' D'$ (ראו ציור).

הנקודות E ו-G הן אמצעי המקצועות AA' ו- CC' בהתאמה.

$$\text{הנקודה F מקיימת: } \overrightarrow{AF} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB}.$$

$$\text{הנקודה H מקיימת: } \overrightarrow{D'H} = \frac{3}{4} \overrightarrow{D'C'}.$$

$$\text{נסמן: } \overrightarrow{AA'} = \underline{w}, \overrightarrow{BC} = \underline{v}, \overrightarrow{AB} = \underline{u}$$

א. (1) הביעו את הווקטורים \overrightarrow{EH} , \overrightarrow{HG} , \overrightarrow{FG} , \overrightarrow{EF}

באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

(2) האם המרובע EFGH הוא מקבילית? נמקו.

הנפח של הקובייה הנתונה הוא 512.

ב. (1) מצאו את אורך המקצוע של הקובייה.

(2) מצאו את אורכי הווקטורים \overrightarrow{EH} ו- \overrightarrow{EF} .

ג. (1) מצאו את גודל הזווית HEF.

(2) מצאו את שטח המרובע EFGH.

2. כדי לבדוק את הקשר בין ציוני בחינת הבגרות במתמטיקה (X) ובין ציוני בחינת הבגרות במדעי המחשב (Y), חושבו בשנה מסוימת הממוצעים, סטיות התקן ומקדם המתאם של הציונים בבחינות האלה. תוצאות החישובים היו:

$$r = 0.77, s_y = 9, s_x = 14, \bar{Y} = 72, \bar{X} = 64$$

א. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי הציון במדעי המחשב על פי הציון במתמטיקה.

באותה השנה דני נבחן במתמטיקה ובמדעי המחשב, והציון שקיבל במתמטיקה היה 90.

ב. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם, מהו הציון המשוער של דני בבחינת הבגרות במדעי המחשב?

לאחר שהתברר שהבחינה במתמטיקה באותה השנה הייתה קשה, הוסיפו לכל אחד מן הציונים במתמטיקה 4 נקודות.

ג. מהי ההשפעה של התוספת לציונים על כל אחד מן הגדלים (1)–(3) שלפניכם (כלומר, האם הוא גדל, קטן או

לא השתנה)?

נמקו את תשובותיכם.

$$\bar{X} \quad (1)$$

$$s_x \quad (2)$$

$$r \quad (3)$$

בשנה שאחרי כן התקבלו בבחינות במתמטיקה ובמדעי המחשב אותם הממוצעים ואותן סטיות התקן כמפורט בתחילת השאלה.

ידוע שמשוואת ישר הרגרסיה של הציונים בשנה זו הייתה: $y = mx + 43.2$.

ד. (1) מצאו את הערך של m .

(2) מצאו את מקדם המתאם של הציונים בשנה זו.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

3. נתונה הפונקצייה $f(x) = (4 - 3x) \cdot e^{3x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

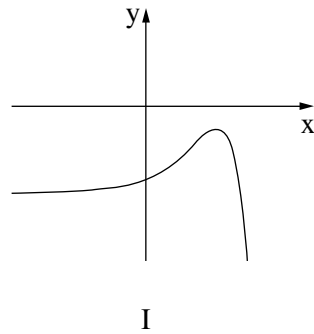
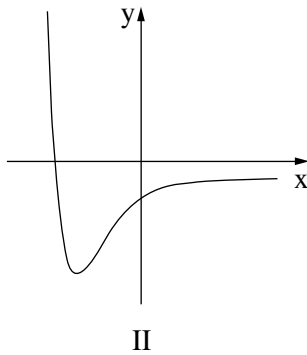
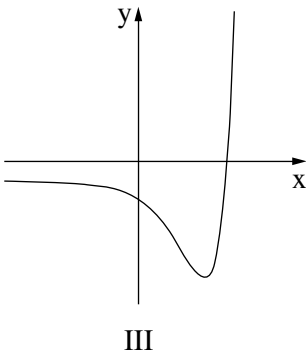
(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -2 \cdot f(x) - 1$.

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) אחד מן הגרפים III-I שלפניכם מתאר את גרף הפונקצייה $g(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (\ln x)^3 - 3(\ln x)^2$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה. (1) רשמו את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = \frac{1}{e}$, על ידי הישר $x = e$,

ועל ידי ציר ה- x .

5. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה, $f'(x)$, מוגדרות לכל x .

נתון: $f'(x) = e^x - e^{2-x}$.

א. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון כי הפונקצייה $f(x)$ חיובית לכל x .

ב. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ג. קבעו איזו מן האפשרויות (1)–(4) שלפניכם יכולה לתאר את הפונקצייה $f(x)$. נמקו.

$$f(x) = e^x - e^{2-x} + c \quad (1)$$

$$f(x) = e^x + \frac{1}{2}e^{2-x} + c \quad (2)$$

$$f(x) = e^x - \frac{1}{2}e^{2-x} + c \quad (3)$$

$$f(x) = e^x + e^{2-x} + c \quad (4)$$

c הוא פרמטר.

דרך נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה- x .

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי האנך, ועל ידי הצירים הוא $e^2 + e - 1$.

ד. (1) מצאו את c .

(2) מצאו את ערך ה- y של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$.

בהצלחה!

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה :

בגרות לבתי ספר על-יסודיים

מועד הבחינה :

מועד נבצרים, חורף תשפ"ב, 2022

מספר השאלון :

035472, תוכנית ניסוי

נספח :

דפי נוסחאות ל- 4 יחידות לימוד

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה ושלושה רבעים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים ובהם 5 שאלות.

פרק ראשון – גאומטריה במרחב, סטטיסטיקה

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך, לפחות אחת מכל פרק – $33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר לשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון גם כאשר החישובים

מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה

ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

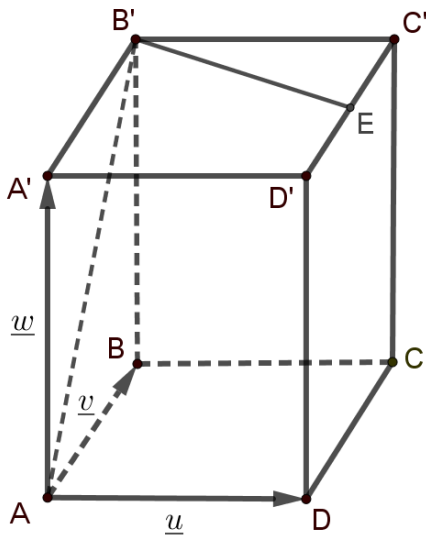
בהצלחה!

השאלות

ענה על שלוש שאלות, לפחות אחת מכל פרק. לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות.
 שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – גאומטריה במרחב, סטטיסטיקה

1. במנסרה ישרה $ABCD A'B'C'D'$ הבסיס $ABCD$ הוא מעוין.



נתון: אורך צלע המעוין הוא 2, $\angle BAD = 60^\circ$, נפח המנסרה הוא $8\sqrt{3}$.

הנקודה E היא אמצע המקצוע $C'D'$.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AB} = \underline{v}$, $\vec{AD} = \underline{u}$.

א. הבע את הווקטורים $\vec{B'E}$ ו- $\vec{B'A}$ באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

ב. לפניך שלוש טענות (1–3). קבע אלו מהטענות נכונות. נמק.

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = 0 \quad (1)$$

$$\underline{u} \cdot \underline{w} = 0 \quad (2)$$

(3) $\vec{B'A}$ מאונך ל- $\vec{B'E}$.

ג. חשב את אורך הגובה של המנסרה.

ד. (1) חשב את אורך הווקטור $\vec{B'E}$.

(2) חשב את שטח המשולש $AB'E$.

2. במחקר על הקשר בין טמפרטורת המים X לבין כמות המדוזות Y , נאספו 30 זוגות נתונים והתקבלו התוצאות

הבאות: $\bar{X} = 26.5^\circ$, $S_X = 3.5^\circ$, $\bar{Y} = 14$, $S_Y = 2.5$.

נערך ניבוי בעזרת ישר רגרסיה לכמות המדוזות לפי טמפרטורת המים.

א. מה יהיה הניבוי לכמות המדוזות כאשר טמפרטורת המים היא הטמפרטורה הממוצעת 26.5° ?

נתון בנוסף כי מקדם המתאם הוא $r = 0.8$.

ב. לפניך שלושה היגדים (1–3). קבע אלו מההיגדים נכונים. נמק.

(1) מקדם המתאם לא מאפשר ניבוי טוב כי הוא קטן מ-1.

(2) ככל שהטמפרטורה יורדת, ננבא כמות גדולה יותר של מדוזות.

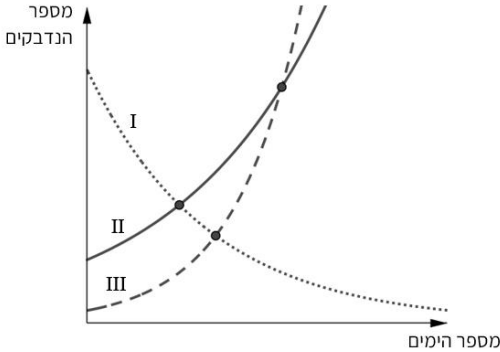
(3) ככל שהטמפרטורה עולה, ננבא כמות גדולה יותר של מדוזות.

ג. מצא את ישר הרגרסיה לניבוי כמות המדוזות לפי הטמפרטורה.

ד. על פי ישר הרגרסיה, מה יהיה הניבוי לכמות המדוזות ביום שבו טמפרטורת המים היא 33° ?

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

3. לפניך גרפים של שלוש פונקציות מעריכיות המתארות את מספר הנדבקים בנגיף הקורונה לפי ימים בשלושה יישובים.



הפונקציה המתארת את מספר הנדבקים בכל יום ביישוב א'

$$\text{היא } M(t) = 10 \cdot (1.5)^t,$$

$$\text{וביישוב ב' היא } G(t) = 100 \cdot (1.2)^t.$$

א. התאם לכל אחד מן היישובים א' וב' את גרף הפונקציה

מבין הגרפים I – III. נמק.

ב. מה היה מספר הנדבקים ביישוב ב' לאחר 8 ימים?

ג. חשב לאחר כמה ימים מספר הנדבקים ביישוב א' וביישוב ב' היה שווה.

בזמן הבדיקה הראשונית של יישובים א' וב', ביישוב ג' מספר הנדבקים היה גדול פי 40 ממספר הנדבקים ביישוב ב', לכן הוחלט לתת ביישוב ג' תרופה ניסיונית ומספר הנדבקים קטן באופן מעריכי. לאחר 8 ימים מספר הנדבקים ביישוב ג' היה רבע ממספר הנדבקים ביישוב ב'.

ד. חשב בכמה אחוזים ירד מספר הנדבקים בכל יום ביישוב ג'.

ה. הוחלט לסגור את בתי הספר ביישוב בו מספר הנדבקים יגיע ל- 600.

האם יסגרו את בתי הספר באחד מיישובים אלו במהלך 10 הימים מהבדיקה הראשונית? נמק.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 2 \ln(x^2 - a)$, פרמטר חיובי.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה $x = 5$ שווה ל- 1.25.

א. מצא את a .

הצב $a = 9$ וענה על הסעיפים הבאים:

ב. (1) רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x - 4)$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. האם הפונקציה $g(x)$ זוגית/ אי זוגית/ או לא זוגית ולא אי זוגית? נמק.

5. הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq -2$.

לפניך סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה אחת $(a, 0)$. a הוא קבוע.

א. הבע באמצעות a את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

נתון גם כי: $f(x) = \frac{e^{2x}}{x+2}$.

ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ורשום את הערך של a .

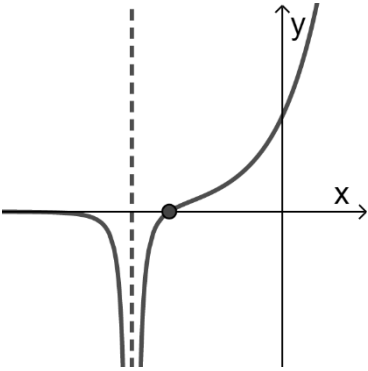
ג. רשום את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ה. מצא את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ז. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ציר ה- x וציר ה- y .



בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

תוכנית חדשה

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

- פרק ראשון – גאומטריה במרחב, סטטיסטיקה
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
- $33\frac{1}{3} \times 1 - 33\frac{1}{3}$ נקודות
– $66\frac{2}{3} \times 2 - 33\frac{1}{3}$ נקודות
סך הכול – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

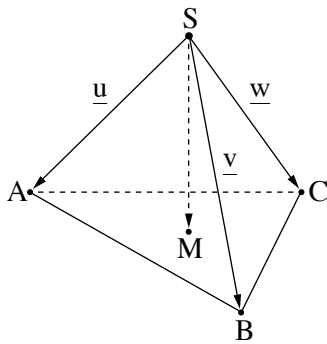
השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה במרחב, סטטיסטיקה (33 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 1-2.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



1. נתונה פירמידה ישרה SABC שבסיסה משולש ABC (ראה סרטוט).

אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא 3.

נתון: $\angle ASB = \angle BSC = \angle ASC = 30^\circ$.

נסמן: $\vec{SA} = \underline{u}$, $\vec{SB} = \underline{v}$, $\vec{SC} = \underline{w}$.

הנקודה M נמצאת במישור ABC.

ידוע כי $\vec{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$.

א. חשב את המכפלות הסקלריות:

$$\underline{u} \cdot \underline{w}, \underline{v} \cdot \underline{w}, \underline{u} \cdot \underline{v}$$

ב. (1) הבע את הווקטורים \vec{AB} ו- \vec{AC} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

(2) חשב את אורכי הווקטורים \vec{AB} ו- \vec{AC} .

(3) מצא את גודל הזווית BAC.

ג. הראה כי \vec{SM} מאונך למישור ABC.

נסמן: $|\vec{SM}| = m$.

ד. הבע את נפח הפירמידה SABC באמצעות m.

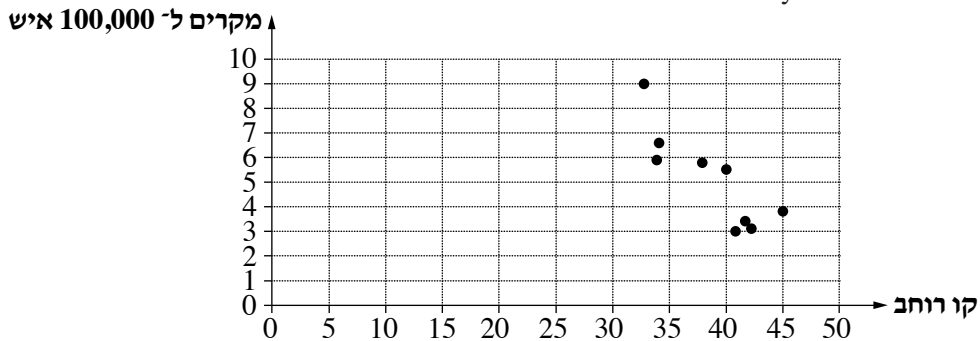
2. חוקרים בדקו אם יש קשר בין קו הרוחב שבו נמצא אזור מסוים ובין שיעור מקרי סרטן העור (מלנומה) באוכלוסייה באותו אזור. המחקר נערך בתשעה אזורים שונים בארצות הברית, במשך שלוש שנים. בכל אחד מן האזורים נבדקו 100,000 תושבים. נתוני המחקר מוצגים בטבלה שלפניך.

קו רוחב – x	שיעור מקרי המלנומה – y (מקרים ל-100,000)
32.8	9
33.9	5.9
34.1	6.6
37.9	5.8
40.0	5.5
40.8	3.0
41.7	3.4
42.2	3.1
45.0	3.8
$\bar{x} = 38.71$	$\bar{y} = 5.12$
$s_x = 4.04$	s_y

ממוצע
סטיית תקן

א. הראה כי סטיית התקן של שיעור מקרי המלנומה היא $s_y = 1.88$.

לפניך דיאגרמת הפיזור של y כתלות ב- x.



ב. אחד מבין מקדמי המתאם (1)–(4) שלפניך מייצג את הקשר בין הנתונים. קבע איזה מהם מייצג את הקשר, ונמק את קביעתך.

(1) $r = 1$

(2) $r = -0.857$

(3) $r = 0.651$

(4) $r = -1$

ג. מצא את משוואת קו הרגרסיה לניבוי מקרי המלנומה y על פי קו הרוחב x.

ד. מהו הניבוי לשיעור מקרי המלנומה y בקו רוחב 36?

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי**של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות** ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מן השאלות 3–5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. בתחילת שנת 2020 התגלה נגיף ביישוב מסוים.
מספר החולים ביישוב עלה בקצב מעריכי קבוע.
כשהתגלה הנגיף היו ביישוב 104 חולים בנגיף, וכעבור חמישה חודשים היו ביישוב 200 חולים בנגיף.
ביום שבו אובחנו ביישוב 200 חולים בנגיף, חוסנה כל האוכלוסייה ביישוב נגד אותו הנגיף.
מאותו יום, ירד מספר החולים בנגיף ביישוב בקצב מעריכי קבוע.
אחרי 3 חודשים ממתן החיסון, היה מספר החולים בנגיף ביישוב 40% ממספרם לפני מתן החיסון.
- א. מזמן גילוי הנגיף ועד למתן החיסון לאוכלוסיית היישוב, פי כמה עלה מספר החולים בנגיף בכל חודש?
ב. מצא את האחוז הקבוע שבו ירד מספר החולים בנגיף ביישוב בכל חודש מאז מתן החיסון.
ג. (1) כמה חודשים עברו מזמן גילוי הנגיף ועד היום שבו אובחנו 20 חולים בלבד בנגיף?
(2) אם האוכלוסייה ביישוב לא הייתה מתחסנת, וקצב העלייה במספר החולים לא היה משתנה, מה היה בערך מספר החולים ביישוב באותה תקופת זמן שמצאת בתת-סעיף ג(1)?

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{8}{e^x} + \frac{e^x}{2} + c$, c הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.
מצא את c .
- ג. הצב בפונקציה $f(x)$ את הערך של c שמצאת בסעיף ב, וענה על הסעיפים ג-ו.
- ד. מצא את שיעורי נקודת החיתוך הנוספת של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ה. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ז. נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .
- ח. נסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $-f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .
- ט. נסמן ב- S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $2 \cdot f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .
- י. בעבור כל אחד מן השטחים S_1 ו- S_2 קבע אם הוא גדול מ- S , קטן ממנו או שווה לו.
נמק את קביעותיך.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (2) מצא את האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ז. מצא את התחום שבעבורו מתקיים $f(x) \cdot f'(x) > 0$.

בהצלחה!